

**Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики**

**ШІСТНАДЦЯТА ВСЕУКРАЇНСЬКА
(ОДИНАДЦЯТА МІЖНАРОДНА)
СТУДЕНТЬСЬКА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ З
ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ
СНКПМІ-2013**

Присвячується Гніденку Борису Володимировичу

Львів 11-12 квітня 2013 року

Тези доповідей



Львів ЛНУ 2013

Оргкомітет

Голова оргкомітету

Ярема Савула – декан факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка

Члени оргкомітету

Олександра Гнатишин – заступник декана факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка

Ярема Клепуц – студент факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка

Софія Станицька – студентка факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка

Богдан Васильків – студент факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка

Надія Когут – студентка факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка

Іван Милянник – студент факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка

Науковий комітет

Михайло Бартіш – завідувач кафедри теорії оптимальних процесів факультету прикладної математики та інформатики, доктор фізико-математичних наук, професор

Микола Притула – завідувач кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем факультету прикладної математики та інформатики, доктор фізико-математичних наук, професор

Ярема Савула – декан факультету прикладної математики та інформатики, завідувач кафедри прикладної математики, доктор фізико-математичних наук, професор

Георгій Шинкаренко – завідувач кафедри інформаційних систем факультету прикладної математики та інформатики, доктор фізико-математичних наук, професор

Роман Хапко – Завідувач кафедри обчислювальної математики факультету прикладної математики та інформатики, доктор фізико-математичних наук, професор

Григорій Цегелик – завідувач кафедри математичного моделювання соціально-економічних процесів факультету прикладної математики та інформатики, доктор фізико-математичних наук, професор

Сергій Ярошко – завідувач кафедри програмування факультету прикладної математики та інформатики, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЗМІСТ



ІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ

ДОСЛІДЖЕННЯ DDOS-АТАК ЗА ДОПОМОГОЮ ЕНТРОПІЇ МЕРЕЖЕВОГО ТРАФІКУ Сушко Світлана Олександрівна, Аміров Микола Гурамович, Богиня Ілля Геннадійович.....	12
ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ КЛЮЧОВИХ ОЗНАК ЗОБРАЖЕНЬ ПРИ НЕЛІНІЙНИХ ПЕРЕТВОРЕННЯХ Кравченко Сергій Юрійович..	14
МОДЕРНІЗАЦІЯ ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАЛЬНОГО КУРСУ «БАЗИ ДАНИХ» Вороницька В.М., Швець І.В.....	16
РОЗРОБКА КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ ЗБОРУ ДАНИХ ТЕРИТОРІАЛЬНО – РОЗПОДІЛЕНОЇ МЕРЕЖІ Пилипенко Георгій Костянтинівич.....	18
РОЗРОБКА ДЕПОЗИТАРІЮ ЕНМКД ФМІ Петейчук Ярослав Михайлович, Вороницька Віра Михайлівна.....	20
ПІДТРИМКА РІШЕНЬ ПРОЦЕСУ КОНСТРУЮВАННЯ І ПЕРЕВІРКИ ВАРІАТИВНИХ ЗАВДАНЬ НА ПРИКЛАДІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЇ МАТЕМАТИКИ Матвіюк Дмитро Анатолійович.....	22
ПРОЕКТУВАННЯ БАЗИ ДАНИХ ДЛЯ АВТОМАТИЗОВАНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ «КАФЕДРА» Шахрайчук М.І., Волкова Л.В.....	25
СТВОРЕННЯ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ АРМ «ВИКЛАДАЧ» Шахрайчук М.І., Бобрівник О.Є.....	28
WEB-РЕСУРС «БАЗА ДАНИХ “ПРАЦІВНИКИ”» ДЛЯ ОБЛІКУ І РЕДАГУВАННЯ ВІДОМОСТЕЙ ПРО ПРАЦІВНИКІВ ЗАГАЛЬНООСВІТНІХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ Климюк Юрій Євгенійович, Гойда Назар Вікторович.....	30
РОЗРОБКА КЛІЄНТ-СЕРВЕРНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ MS SQL SERVER Вороницька В.М., Омельчук О.Т.....	33
РОЗРОБКА ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАЛЬНОГО ПОСІБНИКА ПО СКБД MICROSOFT SQL SERVER Вороницька В.М., Шкоропад К.В.....	35
РЕАЛІЗАЦІЯ РЕЛЯЦІЙНИХ БД В СКБД MICROSOFT SQL SERVER 2008 R2 Вороницька В.М., Рудіон О.В.....	37
ВИКОРИСТАННЯ СОЦІАЛЬНИХ МЕРЕЖ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ КОЛЕКТИВНОГО НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ Омельковець Світлана Миколаївна.....	39

РОЗРОБКА МУЛЬТИМЕДІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАЛЬНОГО КОМПЛЕКСУ ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ КОДУВАННЯ» Опанасюк Юлія Вікторівна.....	42
РОЗРОБКА СИСТЕМИ ОБМІНУ ПОВІДОМЛЕННЯМИ ТА ФАЙЛАМИ З ВІДДАЛЕНИМ КОМП'ЮТЕРОМ ПО КОМП'ЮТЕРНІЙ МЕРЕЖІ Куценко Оксана Володимирівна.....	43
СПОСІБ ПЕРЕТВОРЕННЯ МНОГОЧЛЕННОГО ПОДАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ПОЛЯ $GF(p^m)$ У СТЕПЕНЕВЕ Онай М.В., Вальчук Ю.В....	46
АНАЛІЗ ВИКОРИСТАННЯ ТЕСТІВ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ Сопотницький Роман Ігорович, Ришковець Юрій Володимирович.....	48
РОЗРОБКА АРХІТЕКТУРИ ДЛЯ СИСТЕМИ ГІБРИДНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ Шевляков Дмитро Олександровичю.....	50
РОЗПІЗНАВАННЯ ОСІБ В РЕАЛЬНОМУ ЧАСІ Руденко Сергій Володимирович.....	53
ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЙМОВІРНОСНИХ ТА ФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ РЕАЛІЗАЦІЙ ВИПАДКОВОГО І ХАОТИЧНОГО БЛУКАННЯ Хабачова Аліна Юріївна, Жилінкова Анна Юріївна, Соболь Андрій Андрійович.....	55
РОЗРОБКА ЕКСПЕРТНОЇ СИСТЕМИ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ЧАСОВИХ РЯДІВ Золотарьов Олександр Олександрович, Кобицька Юлія Олександрівна, Долотцева Тамара Миколаївна.....	57
ДЕЯКІ ЗАДАЧІ ЩОДО КЛАСИФІКАЦІЇ ЧАСОВИХ РЯДІВ КОРОТКОЇ ДОВЖИНИ Долотцева Тамара Миколаївна, Крупка Андрій Анатолійович.....	59
3D- ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ФУНКЦІЇ ГРІНА ДЛЯ ЗДР З ЛІНІЙНИМ ПОТЕНЦІАЛОМ Риботецька Марія Степанівна.....	61
ВИКОРИСТАННЯ КРИТЕРІЮ ГЕОЛОГІЧНОЇ ЗМІСТОВНОСТІ ПРИ ПОБУДОВІНФОРМАТИВНИХ СИСТЕМ ОЗНАК В ЗАДАЧАХ ГЕОЛОГІЧНОГО ПРОГНОЗУ Підгорна Ганна Сергіївна, Нікулін Сергій Леонідович.....	63
ГІС-АНАЛІЗ НА БАЗІ ПРОСТОРОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБ'ЄКТІВ Ліподат К.О.....	65
РОЗРОБКА АЛГОРИТМІВ ДЛЯ ІМІТАЦІЇ ФІЗИЧНИХ ЯВИЩ НА МОБІЛЬНИХ ПЛАТФОРМАХ ТА ЇХНЯ ОПТИМІЗАЦІЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ШЕЙДЕРІВ Терлецький Олександр Ігорович.....	67

РОЗРОБКА ІГРОВОГО ДВИГУНА GENETIC НА WEB-ПЛАТФОРМИ ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕХНОЛОГІЇ WEBGL Горпинчук Богдан Анатолійович.....	69
ХМАРНІ ОБЧИСЛЕННЯ, ЯК РЕВОЛЮЦІЙНИЙ СПОСІБ АЛЬТЕРНАТИВНОЇ ВЗАЄМОДІЇ З ІНФОРМАЦІЄЮ. Дяконюк Андрій Ігорович.....	70
КОМП'ЮТЕРНІ ІГРИ З ДОПОВНЕНОЮ РЕАЛЬНІСТЮ В РЕАБІЛІТАЦІЇ РУХОВИХ ПОРУШЕНЬ Качмар Богдан Олегович.....	72
РОЗРОБКА ШАБЛОНУ ВЕБ-САЙТУ ФАКУЛЬТЕТУ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЙ .NET Ханас Ростислав Тарасович..	74

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ

МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ЗАДАЧІ ПРО КОЛИВАННЯ СТРАТИФІКОВАНОЇ ГРОСКОПІЧНОЇ РІДИНИ М.Ю.Кузьменко, Н.М.Белова.....	79
РОЗВ'ЯЗУВАННЯ МАТРИЧНОГО АЛГЕБРАЇЧНОГО РІВНЯННЯ РІККАТІ МЕТОДОМ МАТРИЧНОЇ СИГНУМ-ФУНКЦІЇ Горобець Валентин Володимирович.....	80
ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ ТА R-ФУНКЦІЙ ДО ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ОБТІКАННЯ ЕЛІПТИЧНОГО ЦИЛІНДРА В'ЯЗКОЮ РІДИНОЮ Ламтюгова Світлана Миколаївна...83	
СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ЛІНІЙНИМ ОБ'ЄКТОМ НА ОСНОВІ КВАДРАТИЧНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО КРИТЕРІЮ ЯКОСТІ Реуцька Марія Володимирівна.....	86
ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ ДО ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ОДНІЄЇ ЗАДАЧІ ПЛАЗМОСТАТИКИ Шерстнюк Дмитро Віталійович.....	89
ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ГРАВІТАЦІЙНОЇ КОНВЕКЦІЇ (У ЛІНІЙНОМУ НАБЛИЖЕННІ) МЕТОДОМ R-ФУНКЦІЙ Артюх Антон Володимирович.....	91
ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ФУНКЦІЙ ГРІНА ТА МЕТОДУ КВАЗІФУНКЦІЙ ГРІНА ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ НЕЛІНІЙНОГО ЕЛІПТИЧНОГО РІВНЯННЯ Луханін Володимир Сергійович.....	94
ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ R-ФУНКЦІЙ ТА ГАЛЬБОРКІНА ДО ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ПЕРЕМІШУВАННЯ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ,	

ВИКЛИКАНОГО СИСТЕМОЮ ТОЧКОВИХ ВИХОРИВ Роговий Нікіта Сергійович, Стаднікова Ганна Вікторівна.....	96
АПРОКСИМАЦІЯ ПЕРШОЇ ГРАНИЧНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯННЯ ПУАССОНА НА НЕОРТОГОНАЛЬНОМУ ДЕВ'ЯТИТОЧКОВОМУ ШАБЛОНІ Савчук Марія Романівна.....	98
ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ R-ФУНКЦІЙ ДО ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ПОВІЛЬНОГО ОБТІКАННЯ В'ЯЗКОЮ РІДИНОЮ ДЕЯКИХ ТІЛ ОБЕРТАННЯ Медведовський Владислав Ігорович.....	101
О ЗАСТОСУВАННІ МЕТОДУ БУБНОВА-ГАЛЬОРКІНА ДО ЗАДАЧІ О КОЛИВАННЯХ МЕМБРАНИ Томанова Ірина Сергіївна.....	103
МЕТОД ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ У ЗАСТОСУВАННІ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ АДВЕКЦІЇ – ДИФУЗІЇ Славік Олексій Валерійович.....	105
ПРО ПІДНЕСЕННЯ ДО СТЕПЕНЯ N-ЦИФРОВИХ ЧИСЕЛ Соколовський Іван Ярославович.....	108
МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ НА БАЗІ ДОДАТКОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ Лега Олеся Орестівна.....	111
ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ МАЖОРАНТНОГО ТИПУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ Ярмошук Катерина Максимівна.....	113
ОЦІНЮВАЧІ ПОХИБОК ТА h-АДАПТИВНИЙ МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ОДНОВИМІРНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ Зінчук Марія Тарасівна.....	115
ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ СЕРЕД ПІДПРИЄМСТВ Подлесна Надія Леонідівна.....	117
СКІНЧЕННІ ЕЛЕМЕНТИ ЗБАГАЧЕНІ БЕЗСІТКОВИМИ ФУНКЦІЯМИ Бехта Марко Іванович.....	119
ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ПО ПРЯМИМ ПОКАЗНИКАМ ЯКОСТІ Тарасенко Карина Анатоліївна.....	121
ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМІВ ПАРАЛЕЛЬНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ Кавецька Марта Богданівна та Дияк Ростислав Іванович.....	124

МОДЕЛЮВАННЯ

МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ ПОБУДОВИ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ МЕХАНІЗМАМИ ПАРАЛЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ У РОБОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ М. П. Бондаренко, О. В. Чічкань.....	127
КУСКОВО-ОДНОРІДНА ОРТОТРОПНА ПЛАСТИНКА З ДВОМА МІЖФАЗНИМИ КОЛОВИМИ РОЗРІЗАМИ, БЕРЕГИ ЯКИХ КОНТАКТУЮТЬ ПРИ ЗГІНІ Музичук Катерина Петрівна.....	129
ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ОСІДАНЬ ТА ПОВОРОТІВ ВАЖКИХ ШТАМПІВ НА НЕОДНОРІДНИХ ОСНОВАХ Бабошкін Ігор Ігорович.....	131
ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ R-ФУНКЦІЙ ТА РІТЦА ДО ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ ТЕЧІЇ У КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ ҐРУНТІ Блішун Олександр Павлович.....	133
ДОСЛІДЖЕННЯ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТВИВОСТЕЙ α – СТІЙКИХ ПРОЦЕСІВ Д. Г. Мережкін, В. І. Соколов.....	135
ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ГРАВІТАЦІЙНОЇ КОНВЕКЦІЇ (У ЛІНІЙНОМУ НАБЛИЖЕННІ) МЕТОДОМ R-ФУНКЦІЙ Артюх Антон Володимирович.....	137
МОДЕЛІ І МЕТОДИ КЕРУВАННЯ ЛОГІСТИЧНИМ КОМПЛЕКСОМ Бойко К.В., к.т.н. Сінельнікова О.І.....	140
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЕМІСІЇ ПАРНИКОВИХ ГАЗІВ У РЕЗУЛЬТАТІ ВИКОРИСТАННЯ ВИКОПНОГО ПАЛИВА: ПРОМИСЛОВІСТЬ ТА БУДІВНИЦТВО ПІВДЕННОЇ ПОЛЬЩІ Галушак Марія Омелянівна.....	142
ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ПРИ ТЕХНІЧНОМУ АНАЛІЗІ ФІНАНСОВИХ РИНКІВ Лукач Віталій Ігорович, Каштан Сергій Степанович.....	144
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ МАСИВНИХ СПОРУД ІЗ АНІЗОТРОПНИМИ ОСНОВАМИ Гаркуша Сергій Володимирович.....	146
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ БАГАТОШАРОВИХ ШВИДКИХ ФІЛЬТРІВ З КУСКОВО-ОДНОРІДНИМИ ПОРИСТИМИ ЗАВАНТАЖЕННЯМИ Климюк Юрій Євгенійович, Теслюк Аліна Олегівна, Охрімчук Наталія Михайлівна.....	148
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВИХ ПРОЦЕСІВ МАСОПЕРЕНОСУ ЗАБРУДНЮЮЧИХ РЕЧОВИН У ПОРИСТИХ	

СЕРЕДОВИЩАХ З УРАХУВАННЯМ ЇХ МІКРОПОРИСТОЇ СТРУКТУРИ І МАСООБМІНУ МІЖ КОМПОНЕНТАМИ	Климюк Юрій Євгенійович, Діда Галина Анатоліївна, Давидюк Наталія Анатоліївна.....	150
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВИХ ПРОЦЕСІВ МАСОПЕРЕНОСУ ЗАБРУДНЮЮЧИХ РЕЧОВИН У БАГАТОШАРОВИХ КУСКОВО-ОДНОРІДНИХ ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ	Климюк Юрій Євгенійович, Абрамович Ольга Вікторівна, Рожко Руслана Анатоліївна.....	152
ЧАСТКОВЕ СПОЛУЧЕННЯ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ І ПРУЖНОГО ДИСКА	Кот Василь Васильович.....	154
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ НЕЛІНІЙНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ В СХИЛЬНИХ ДО ДЕФОРМАЦІЇ ГІРСЬКИХ ПОРОДАХ З УРАХУВАННЯМ СУФОЗІЇ	Гаврилюк Володимир, Семенюк Павло.....	156
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ ОЧИСТКИ РІДИНИ	Петух Світлана В'ячеславівна, Каштан Сергій Степанович.....	157
ВИВЧЕННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ МАТЕМАТИЧНИХ ПАКЕТІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ПРОЦЕСІВ	Мороз Ігор Петрович, Макарчук Володимир Валентинович.....	158
МЕХАНІЗМИ КОЛЕКТИВНОГО УХВАЛЕННЯ РІШЕНЬ	Явна Христина Василівна.....	160
ОПТИМАЛЬНИЙ РОЗПОДІЛ БЮДЖЕТНИХ КОШТІВ МІЖ РЕГІОНАМИ УКРАЇНИ	Сахарчук Олег Станіславович.....	162
КОНТАКТНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯНЬ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ	Гомон Катерина Олександрівна.....	164
ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ, ЩО ОПИСУЄТЬСЯ СИСТЕМОЮ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ЗАПІЗНЮВАННЯМ АРГУМЕНТА, НА СКІНЧЕННОМУ ПРОМІЖКУ	Григоржевська Анастасія Юріївна, Варех Нонна Василівна.....	166
ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ФІНАНСОВИХ РЕСУРСІВ КОМЕРЦІЙНИХ БАНКІВ	Бігун Роман Романович, Добуляк Леся Петрівна.....	168

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДОХОДІВ І ВИДАТКІВ ДЕРЖАВНОГО БЮДЖЕТУ УКРАЇНИ Гірська Орися Зіновіївна, Добуляк Леся Петрівна.....	170
АНАЛІЗ ДЕМОГРАФІЧНОЇ СИТУАЦІЇ УКРАЇНИ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ Паберівська Наталя Ярославівна, Добуляк Леся Петрівна.....	172
КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЕРЕНЕСЕННЯ ЛІКІВ ЧЕРЕЗ ЖИВІ ТКАНИНИ. Турчин Юлія Ігорівна.....	175
ІЗОПАРАМЕТРИЧНИЙ ПІДХІД ДО РЕАЛІЗАЦІЇ МСЕКРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ РІВНЯННЯ ПУАССОНА Рожанський Роман Степанович, Бартіш Юрій Олегович.....	178
КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ , ЩО ОПИСУЮТЬСЯ РІЗНОВИМІРНИМИ РІВНЯННЯМИ РЕАКЦІЇ- АДВЕКЦІЇ-ДИФУЗІЇ Школик Олексій Михайлович.....	180



ДОСЛІДЖЕННЯ DDoS-АТАК ЗА ДОПОМОГОЮ ЕНТРОПІЇ МЕРЕЖЕВОГО ТРАФІКУ

Сушко Світлана Олександрівна, Аміров Микола Гурамович, Богиня Ілля
Геннадійович, Україна

Національний гірничий університет, факультет інформаційних технологій
ntu@org.com

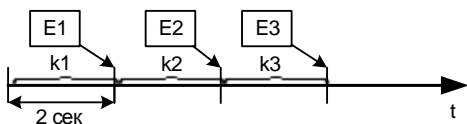
З погляду інформаційного захисту DDoS-атаки є однією з найнебезпечніших мережових атак, а розробка і вживання ефективних заходів протидії ним ще на початкових етапах атаки – винятково складне завдання для організацій, чия діяльність залежить від Інтернету.

У [1-2] показано, що як індикатор DDoS-атаки можна розглядати такі статистичні характеристики мережевого потоку: вибіркове середнє, вибірккову дисперсію та критерій згоди Пірсона χ^2 , інформаційно-теоретичну міру – ентропію IP-атрибутів. У роботі аномалія трафіку трактується як подія, що супроводжується відхиленням від стандартних значень ентропії, отриманих на основі раніше зібраних нормальних профілів поведінки системи.

Вхідний мережевий пакет розглядався як множина параметрів «вхідний порт (PORT_D)», «IP-адреса відправника (IP_S)» та «час надходження (COME_TIME)». Схема структуризації мережевого трафіку показана на малюнку 1.



Малюнок 1 — структуризація мережових пакетів



Малюнок 2 — схема методу часового вікна

E – значення ентропії Шеннона, обчислене для пакетів у вікні, k – кількість пакетів, що потрапила у вікно.

Запис мережевого трафіку у наведеному форматі здійснено за допомогою спеціально розробленого програмного забезпечення на основі відкритих бібліотек WinPCap, jpcap.

Аналіз мережевого трафіку на сформованих послідовностях з 20000, 35000, 50000, 75000 та 100000 пакетів проводився за методом часового вікна: часова вісь розбивалась на інтервали і за допомогою параметру COME_TIME пакету з'ясовується, чи потрапив він до інтервалу (малюнок 2). Далі фіксувалась загальна кількість пакетів у вікні та обчислювалась ентропія за формулою

$$H(x) = -\sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i,$$

де в якості ймовірності появи p_i пакету i -го типу може виступати його частота

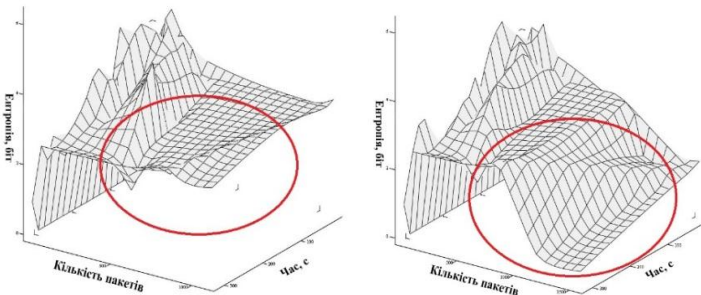
$$f_i = \frac{n_i}{N},$$

n_i — кількість пакетів i -го типу, N — загальна кількість пакетів трафіку.

Аналізувались дані, зібрані за «чистий» період, коли мережа функціонувала у нормальному штатному режимі, і зібрані за наявності мережевої атаки. Емуляція підвищеної мережевої активності проводилася шляхом додавання до досліджуваної послідовності пакетів трафіку, що є близьким до використовуваного при атаках DDoS.

Аналіз графіку залежності ентропії від часу та кількості пакетів (малюнок 3) виявляє падіння ентропії при атаці порівняно з ентропією у не аномальному стані (на малюнку область позначена колом).

Таким чином, обчислення ентропії трафіку методом часового вікна і моніторинг кількості пакетів у вікні можна використовувати для аналізу мережевої активності у режимі, наближеному до режиму реального часу.



Малюнок 3 — залежність ентропії від часу та кількості пакетів без атаки та за атаки

1. Feinstein L., Schnackenberg D. Statistical Approaches to DDoS Attack Detection and Response. Proceedings of the DARPA Information Survivability Conference and Exposition (DISCEX'03), April 2003.
2. Борисов Д.Н. Энтропия как индикатор возникновения аномалий сетевого трафика. Наукові праці ДонНТУ, 2007, випуск 118, с.43-49

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ КЛЮЧОВИХ ОЗНАК ЗОБРАЖЕНЬ ПРИ НЕЛІНІЙНИХ ПЕРЕТВОРЕННЯХ

Кравченко Сергій Юрійович, Україна

Харківський національний університет радіоелектроніки, факультет

Прикладної математики та менеджменту

Kistandelius@mail.ru

В інформаційних технологіях обробки банківської інформації необхідно вирішувати прикладні завдання комп'ютерного зору, пов'язані з розпізнаванням документів, грошових знаків, підписів, людських облич або інших специфічних візуальних об'єктів. Для вирішення таких завдань ефективно застосовуються структурні методи, засновані на виділенні характерних ознак (ХО) на зображенні. ХО відображає властивості локальної окружності пікселя і утворює деяку ключову точку, по множині яких здійснюється розпізнавання об'єкта.

Одним з ефективних сучасних методів структурного аналізу візуальних об'єктів є технологія SURF, яка вирішує завдання пошуку та ідентифікації особливих точок зображення, а також створення їхніх дескрипторів, інваріантних до зсувів, масштабом і обертанню. Це означає, що опис ключової точки буде однаковий, навіть якщо зразок зміщений, змінить розмір і буде повернений. Інваріантність SURF базується на кореляції по зсуву і масштабу, а також на обчисленні статистичних характеристик градієнта зображення в окружності ХО.

Зіставлення розпізнавального і еталонного зображення здійснюється шляхом підрахунку близьких (еквівалентних з порогом в деякій метриці) дескрипторів ХО об'єкта й еталона і обчислення значення міри подібності, по величині якої приймається рішення про ідентифікацію спотвореного об'єкта.

Лінійні (афінні) перетворення описуються формулою

$$x' = M * x + c, (1)$$

де x' - перетворені координати; x - вихідні координати; M - матриця центроафінних перетворень; c - вектор зрушень.

Нелінійні перетворення описуються аналогічним чином, але матриця M стає залежною від x . До таких перетворень належать перспектива, проекція, відображення площини на сферу, ефект лінзи, і інші.

На малюнку 1 наведено приклад нелінійного перетворенням "Ефект сфери",

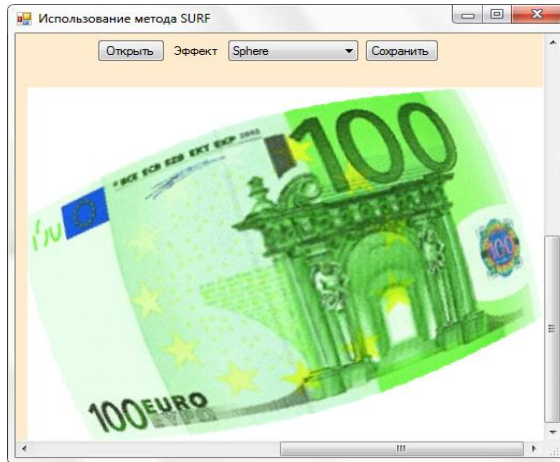


Рис. 1. Фрагмент додатку з нелінійним перетворенням “Ефект сфери”

У процесі проведення комп'ютерних експериментів для більш точного виконання нелінійних геометричних перетворень зображень грошових купюр застосований метод бікубічної інтерполяції на основі вбудованих програмних засобів GDI +.

Незважаючи на те, що метод SURF теоретично не забезпечує інваріантність до нелінійних геометричних перетворень, його можна використовувати в реальних задачах класифікації, де спостерігаються незначні відхилення від теоретичної моделі спотворень. Як показали проведені експерименти, в разі впливу нелінійних геометричних перетворень панорамного виду, сферичного, похилої площини, показники розпізнавання відео-об'єктів в обмеженій базі даних (10 зображень купюр) в значній мірі залежать від якості і розміру еталонів.

Також якість розпізнавання безпосередньо залежить від специфіки конкретної бази еталонів. Для отримання високих показників якості розпізнавання поріг для порівняння окремих ХО в процесі обчислення міри подібності аналізованого опису з еталоном має бути адаптований до використовуваної бази еталонів.

1. Bay H. Surf: Speeded up robust features/ H. Bay, T. Tuytelaars, L. Van Gool // European Conference on Computer Vision. – 2006. – P. 1:404–417.

2. Кравченко С.Ю. Формирование и сопоставление характерных признаков при распознавании изображений [Текст] : тез. докл. науч.-практ. конф. 16-й Международный молодёжный форум «РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И МОЛОДЕЖЬ В XXI веке» (апр. 2012), X.: ХНУРЭ, 2012. - 222 с.

МОДЕРНІЗАЦІЯ ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАЛЬНОГО КУРСУ «БАЗИ ДАНИХ»

Воролицька В.М., Швець І.В., Україна
Рівненський державний гуманітарний університет,
факультет математики та інформатики
irchyk.92@mail.ru

Одним із завдань Болонського процесу є створення глобального міжнародного освітнього середовища, головною перевагою якого є подання навчального матеріалу в дидактично уніфікованому й формалізованому вигляді та створення умов використання його контенту у будь-якому місці і у будь-який час незалежно від форми навчання студента.

Електронний навчальний курс – це комплекс електронних навчально-методичних матеріалів, створених для організації індивідуального та групового навчання з використанням дистанційних технологій, що базуються на Інтернет-технологіях, відповідно до графіку навчального процесу вищого навчального закладу.

Електронні навчальні курси можуть бути використані як засоби навчання для студентів денної, заочної, дистанційної форм навчання та регіональних вищих навчальних закладів на всіх етапах навчальної діяльності студентів під час вивчення відповідних дисциплін. Власне це і зумовило вибір теми магістерської роботи.

Актуальність розробки навчальної програми зумовлена потребою кафедри інформатики та прикладної математики РДГУ в ЕНК. Метою бакалаврської роботи є створення електронного навчального курсу з дисципліни «Бази даних».

До складу ЕНК входять:

- теоретичні заняття;
- лабораторні заняття;
- методичні матеріали;
- відео-уроки;
- тестова частина.

Навчальна програма містить 20 теоретичних занять та методичних матеріалів, 20 практичних занять (з них 10 по Access та 10 по FoxPro), які висвітлюють курс «Бази даних». Теоретичний матеріал даного курсу – це структурований взаємозалежний гіпертекст, розбитий на окремі теми і підтеми, для зручного вивчення адміністративних задач.

Для кращого засвоєння теоретичного матеріалу та з метою перевірки отриманих знань до кожної теми підібрані контрольні запитання. Відео-

уроки доповнюють теоретичні заняття і надають можливість переглянути послідовності виконання практичних завдань.

При розробці ЕНК були використані наступні програмні засоби:

- мова скриптів програмування PHP;
- система управління контентом Joomla;
- локальний web-сервер Denwer;
- редактор Microsoft Notepad.

Електронний навчальний курс «Бази даних» розробляється як відкрита система, яка в подальшому може бути доповнена новими розділами, а також є можливість вносити в неї необхідні зміни.

Перевагами ЕНК є:

- зручність при роботі з матеріалом за рахунок можливості застосування розвитої системи гіперпосилань;
- інформаційне наповнення програми структуроване;
- мова інтерфейсу – українська;
- можливість доповнення ЕНК новими розділами та внесення до нього необхідних змін;
- простота використання навчальної програми;
- невисокі системні вимоги;
- використання мультимедійних компонентів – звуку, відео, ілюстрацій.

При модернізації до ЕНК було додано методичні матеріали, які доповнюють курс лекцій. Вони можуть бути використані як допоміжний матеріал до лабораторних робіт, що значно полегшить їх виконання. Також було оновлено лекційний матеріал ЕНК та завдання до лабораторних робіт, покращено інтерфейс ЕНК, додано словник термінів.

ЕНК може бути використана не тільки студентами ІТ-спеціальностей, а й іншими користувачами, які бажають вивчати бази даних.

РОЗРОБКА КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ ЗБОРУ ДАНИХ ТЕРИТОРІАЛЬНО – РОЗПОДІЛЕНОЇ МЕРЕЖІ

Пилипенко Георгій Костянтинович, Україна

Харківський національний університет радіоелектроніки, факультет
прикладної математики та менеджменту

Pilipenko.G.K@gmail.com

Територіальні комп'ютерні мережі служать для того, щоб надавати свої сервіси великій кількості кінцевих абонентів, розкиданих по великій території - в межах області, регіону чи країни. Зважаючи на велику протяжність каналів зв'язку побудова такої мережі вимагає дуже великих витрат, в які входить вартість кабелів і робіт по їх прокладці, витрати на комутаційне обладнання та проміжну підсилювальну апаратуру, а також експлуатаційні витрати на постійну підтримку в працездатному стані розкиданої по великій території апаратури мережі.

У територіально-розподілених системах електропостачання, водопостачання, тепlopостачання, де об'єкти знаходяться на значній відстані один від одного, економічно вигідним є використання радіозв'язку - систем сотового мобільного зв'язку. В даний час проявляється тенденція до стрімкого зростання різноманітності послуг, що надаються мережами сотового зв'язку. Система сотового зв'язку - це складна і гнучка технічна система, що допускає велику різноманітність за варіантами конфігурації та набору виконуваних функцій.

Перевагами зазначеного способу передачі даних є підвищена надійність систем, дублювання каналів зв'язку, захищеність і якісна передача даних. Дальність передачі необмежена і визначається покриттям зони обслуговування сотового зв'язку. Відсутність витрат на побудову та експлуатацію власної системи зв'язку дозволяє використовувати радіозв'язок для передачі даних невеликим організаціям, створюючи свою "віртуальну" систему зв'язку, при цьому терміни створення системи значно скорочуються.

Пропонується комп'ютерна система збору даних територіально-розподіленої мережі на основі розрахунку параметрів бездротової мережі для збору даних моніторингу об'єктів споживання енергоресурсів. Програмні засоби контролера забезпечують вирішення наступних завдань:

- опитування з центрального диспетчерського пункту дискретних входів і передача інформації про їх стан;
- опитування аналогових входів і передача значень аналогових параметрів за запитом з диспетчерського пункту або в разі виходу параметрів за межі установок;
- передача даних на диспетчерський пункт за заданим регламентом;

- передача даних на диспетчерський пункт з ініціативи контролера;
- передача даних на диспетчерський пункт за запитом з диспетчерського пункту;
- періодичне збереження інформації і автоматичний рестарт в разі зависання.

Програмні засоби ПЕОМ диспетчерського пункту забезпечують:

- формування звітів;
- відображення параметрів віддалених блоків на екрані ПЕОМ у вигляді таблиць, що включають в себе адресу і номер кожного блоку для кожного контролюваного об'єкта;
- установку (завдання) телефонних номерів GSM-модемів, встановлених на різних об'єктах замовника і послідовність з'єднання з ними для опитування;
- прийом і зберігання стану датчиків від віддалених контролерів, ведення протоколу подій системи та дій диспетчера;
- автоматичний періодичний контроль і діагностику засобів інформаційно-вимірювальної системи.

Для зручності ведення даних по досліджуваним об'єктам реалізовано інформаційну систему мережі диспетчерського пункту на основі Web-технології. Вся інформація про об'єкти (ідентифікатор об'єкта, адреса об'єкта, номер телефону) міститься в базі даних.

Можна зробити висновок про те, що в територіально-розподілених системах електропостачання, водопостачання, тепlopостачання, де об'єкти знаходяться на значній відстані друг від друга, економічно вигідним і більш ефективним є використання радіозв'язку - систем стільникового мобільного зв'язку для дистанційного контролю і збору інформації.

Література:

1. Битнер, В. И. Сети нового поколения NGN : учеб. пособие для вузов / Битнер В. И., Михайлова Ц. Ц. - М. : Горячая линия-Телеком - 2011. - 226 с.
2. Макаров С.Б., Попов Е.А., Певцов Н.В. Телекоммуникационные технологии: введение в технологии GSM. Учебное пособие. М.: «Академия», 2006. – 256 с.
3. William M.S. Gsm Systems Engineering and Network Management. S.F.: Authorhouse. – 2004. – P.25 – 67.

РОЗРОБКА ДЕПОЗИТАРІЮ ЕНМКД ФМІ

Петейчук Ярослав Михайлович, студент,
Вороницька Віра Михайлівна, старший викладач, Україна
Рівненський державний гуманітарний університет, факультет
математики та інформатики
peteychuk@gmail.com

Більшість навчальних закладів України та світу мають власні електронно-інформаційні мережеві ресурси, на яких розміщують електронні навчально-методичні курси дисциплін (ЕНМКД).

Наразі проводиться стандартизація ЕНМКД факультету математики та інформатики РДГУ згідно вимог Міністерства освіти та науки України з використанням сучасних інформаційних технологій, що розширює можливості поширення інформації про навчальні курси, задовольняє потребу викладачів та студентів різних спеціальностей в здійсненні доступу до ЕНМКД. З цією метою розробляється новий депозитарій ЕНМКД ФМІ РДГУ.

Для досягнення поставленої мети були використані такі Веб-технології:

- **PHP** Personal Home Page Tools – скриптова мова програмування, для генерації HTML-сторінок на стороні Веб-сервера. PHP є однією з найпоширеніших мов, що використовуються у сфері Веб-розробок [4];
- **JavaScript** – мова скриптів, які виконуються на стороні клієнта. JavaScript є лідером для розробки динамічних Веб-сторінок, використання технології Ajax та у створенні різноманітних ефектів. (В процесі розробки був використаний js фреймворк jQuery) [1];
- **MySQL** – Система керування базами даних [2];
- **HTML** – мова розмітки гіпертексту;
- **CSS** – Каскадні таблиці стилів;
- **Шаблони проектування:** MVC (модель представлення контролер), адаптер (adapter), одинак (singleton) стратегія (strategy) та інші [3];

При проектуванні і розробці концепції депозитарію основний акцент ставився на безпеку, універсальність, динаміку, гнучкість і високий рівень швидкості роботи депозитарію.

З цих міркувань розробку було розділено на наступні етапи:

- Проектування бази даних. Розроблена оптимальна структура нормалізованої бази даних;
- Розробка PHP-фреймворка [6]. Створено гнучкий та надзвичайно швидкий PHP-фреймворк, який при екстремальних умовах (частинах коду, де скрипт уповільнює роботу сайту в

результаті складних операцій) використовує технологію кешування результатів SQL запитів і HTML коду модулів – це дає змогу покращити швидкість роботи сайту (незабаром зявиться у вільному доступі, режим доступу: <http://www.peteychuk.com/>).

На основі створеного фреймворку розроблена CMS [5] (рис. 1) яка надає доступ до наступних можливостей:

- Адміністратор. Керування викладачами та навчальними курсами, прив'язка викладачів до курсів;
- Викладач. Керування контентом навчальних курсів.
- Користувач. Перегляд списку викладачів, спеціальностей, спеціалізацій та навчальних курсів. Перегляд вмісту навчальних курсів і завантаження матеріалів курсу.

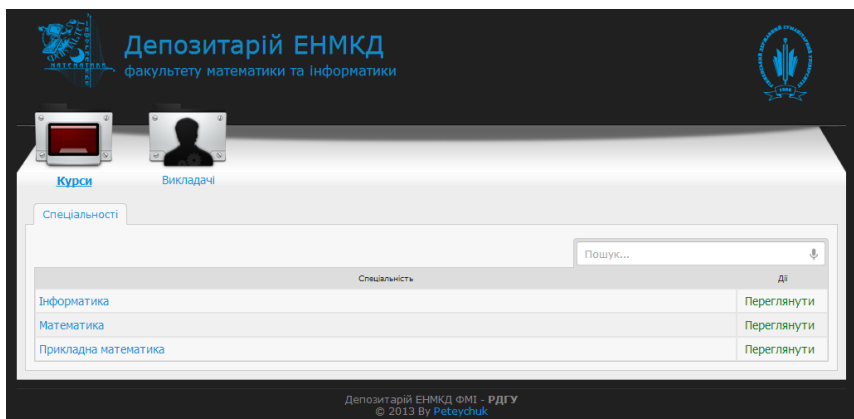


Рис. 1. Загальний вигляд депозитарію

1. Аллен В. JavaScript. Справочник / В. Аллен Пер. с англ. – СПб. : ООО «ДиаСотЮП», 2002. – 896 с.
2. Колмогоров В. Основы WEB-мастерства / В. Колмогоров – М. : БХВ, 2001. – 352 с.
3. Построй свой код: шаблоны проектирования [Електронний ресурс] – режим доступу: <http://www.xaker.ru/post/41095/default.asp>
4. Томпсон Э. PHP 5 для профессионалов. PHP5 / Э. Томпсон, А. Коув, С. Новицки, Х. Гудман. – М. : «Диалектика», 2006. – 608 с.
5. CMS – Википедия [Електронний ресурс] – режим доступу: <http://ru.wikipedia.org/wiki/CMS>
6. Framework – Википедия [Електронний ресурс] – режим доступу: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Фреймворк>

ПІДТРИМКА РІШЕНЬ ПРОЦЕСУ КОНСТРУЮВАННЯ І ПЕРЕВІРКИ ВАРІАТИВНИХ ЗАВДАНЬ НА ПРИКЛАДІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЇ МАТЕМАТИКИ

Матвіюк Дмитро Анатолійович, Україна

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки,
математичний факультет
dimmat25@gmail.com

Однією із проблем процесу навчання є складність представлення знань і практичних навичок під час розв'язання задач. Процес конструювання умови задачі, її застосування та перевірки розв'язку викликає значні затрати часу і зусиль, тому виникає проблема формалізації практичних задач для їх автоматичного формування і розв'язування.

Значну частину сучасних прикладних завдань становлять задачі дискретної математики. Саме вони якнайкраще піддаються формалізації. Це, насамперед, задачі на логічне слідування, задачі з теорії графів, з теорії множин. Математичний апарат дискретної математики дозволяє чітко формулювання понять і формалізацію значної кількості прикладних задач. Постає питання про побудову системи, що дозволить описати багато прикладних задач і інтегрувати її із алгоритмом побудови завдань.

Наведені вище міркування обумовлюють **актуальність** проведеного дослідження.

Метою роботи є розробка програмного продукту для автоматизації процесу конструювання і розв'язання та перевірки задач дискретної математики, що піддаються формалізації.

Головними показниками процесу розв'язання задачі є ефективність розв'язання, характеристика процесу (спосіб розв'язання). [3, 124]. Більшість задач має алгоритм розв'язання, що передбачає виконання певної послідовності дій. Якщо існує алгоритм розв'язання задачі, то його можна проаналізувати і оцінити, або порівняти із вже визначеним алгоритмом, а це дасть змогу стверджувати про правильне трактування задачі і її розв'язання. Таке оцінювання процесу розв'язування можна застосувати під час навчання, тому що це дозволить визначити проблеми які виникли в учня під час розв'язання задачі. Якщо задача має алгоритм розв'язання, то можна спробувати визначити структуру умови задачі.

Розглянемо структуру задачі, яку можна формалізувати з допомогою математичного апарату. Вона складається з певної умови, вхідних даних і певних обмежень. Коли відомі компоненти структури задачі, можна згенерувати довільну множину задач із інтерпретованими даними. Для побудови варіативних завдань було взято алгоритм генерації множини задач, що запропонований А. Мельником та Р. Пасічником. [2, 4].

Розглянемо процес розв'язання задачі як алгоритм, що базується на виконанні базових операцій певної предметної області. Дослідивши цей алгоритм можна сказати, чи задача розв'язана правильно [2, 148]. Дослідивши також порядок виконання операцій, можна сказати, на якому кроці було допущено помилку, і чи ця помилка є технічною, або чи це неправильний вибір операції. Постає проблема: яким чином можна визначити послідовність потрібних операцій для конкретної задачі. Одним із шляхів вирішення є: вказати розв'язок типової задачі. Тоді за вказаним розв'язком звірити послідовність дій користувача і відповідність розв'язку. При такому підході варто враховувати, що задача може мати кілька способів вирішення, які між собою незалежні. Також і розв'язок задачі може бути не один. Для прикладу, задача про побудову мінімальної форми для певної формули алгебри висловлень може мати кілька розв'язків, які будуть рівними між собою. [1, 68]

Проведені міркування дозволяють досягнути всю складність цього процесу. Тому під час побудови алгоритмів, що дозволять здійснити перевірку процесу розв'язування задачі, потрібно врахувати його універсальність і масовість.

Першим кроком до розв'язання поставленої проблеми є розробка алгоритмів розв'язання задач дискретної математики. Так, зокрема, були розроблені програмні модулі для обчислення значення булевої функції, побудови таблиць істинності, побудови ДДНФ, ДКНФ, визначення класу формули, побудови мінімальної ДНФ. Наступним етапом є розробка механізму, що дозволить генерувати умову задачі і за збереженням зразком типової задачі провести аналіз процесу розв'язання конкретної задачі. Тому розроблений програмний продукт забезпечує можливість запису процесу розв'язування типової задачі і можливість побудови розв'язку задачі без автоматизації певних кроків.

Основна ідея розробки у тому, що викладач формує задачу і здійснює її розв'язання за допомогою програми. У процесі розв'язання викладач записує розв'язок типової задачі засобами розробленої програми. Викладач зберігає результат у файл, який можна відкрити на будь-якому комп'ютері із встановленою програмою АДМ. Файл ідентифікується для програми таким чином, що у ній відключаються автоматизовані функції для виконання операцій. Коли розв'язок побудовано учнем, всі результати зберігаються у файл, який можна проаналізувати за певними критеріями. Ці критерії визначають відповідність розв'язку до поставленої умови і дотримання послідовності в розв'язанні задачі.

Розроблений програмний засіб можна використовувати як для розв'язування різних прикладних задач, так і для навчання дискретної математики у вищих навчальних закладах.



1. *Лупанов О.Б., Яблонський С.В.*, Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. Том первый. – М.:Наука, 1974. – 313с.
2. *Мельник А.М.*, Методи та засоби автоматичної генерації тестових завдань різних форм [Текст] //А.Мельник // Інноваційні комп'ютерні технології у вищій школі: Матеріали 2-ї науково-практичної конференції, 23–25 листопада 2010 р. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2010. – С. 147–152.
3. *Павелків Р.В.* Загальна психологія. Підручник. – К.: Кондор, 2009. – 576 с.

ПРОЕКТУВАННЯ БАЗИ ДАНИХ ДЛЯ АВТОМАТИЗОВАНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ «КАФЕДРА»

Шахрайчук М.І., Волкова Л.В., Україна
Рівненський державний гуманітарний університет,
факультет математики та інформатики
LiaWulfs2008@yandex.ru

Однією з найбільш важливих структурних одиниць ВНЗ, що потребує автоматизації є кафедра. Кафедра виконує безліч функцій однією з яких є розподіл навчального навантаження між викладацьким складом. Цей процес включає в себе формування, затвердження та використання навчальних планів спеціальностей, освітньо-кваліфікаційних характеристик та освітньо-професійних програм.

Для автоматизації деяких сфер діяльності кафедри нами було спроектовано, базу даних для системи АІС «Кафедра». Даний додаток передбачає автоматизацію процесу розподілу навчального навантаження між співробітниками кафедри, формування індивідуального плану викладача та зберігання і редагування різного типу інформації необхідної для даного процесу. Додаток до АІС «Кафедра» є однією із частин внутрішньо університетського програмного комплексу з формування та розподілу навчального навантаження.

При програмній розробці даного проекту в якості мови програмування було використано Visual C# програмного пакету Microsoft Visual Studio 2010. До переваг даної мови можна віднести: об'єктно-орієнтованість, велика кількість готових бібліотек та алгоритмів, автоматичний «збір сміття», обширність системи та модульність структури, підтримка СУБД Microsoft SQL Server. Також було використано, безкоштовну реляційну базу даних SQLite. Ця база даних не є окремим працюючим процесом, з яким взаємодіє програма, а надає бібліотеку, з якою програма компонується і движок стає складовою частиною програми. Такий підхід зменшує накладні витрати, час відгуку і спрощує програму. SQLite зберігає всю базу даних (включаючи визначення, таблиці, індекси і дані) в єдиному стандартному файлі на тому комп'ютері, на якому виконується застосування.

Для даного проекту була розроблена база даних яка має нормалізовану структуру, використовує таблиці загальної інформативності та зберігає інформацію про викладачів, обмеження на обсяги часу навчального навантаження науково-педагогічних працівників, фактичне навчальне навантаження та додаткове навчальне навантаження.

Структура бази даних надає можливість зберігати розподілені в процесі обробки імпортованої інформації навчальні предмети за видами занять, потоки груп на лекційні заняття, а також розподілене навчальне навантаження для кожного співробітника кафедри. Схема бази даних подана нижче на рисунку.

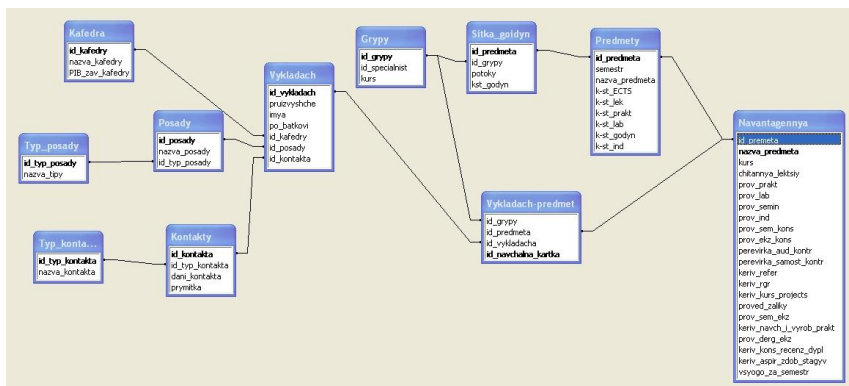


Рис. Схема бази даних

При створенні бази даних було використано реляційний підхід оскільки він має такі переваги: наявність відносно невеликого набору абстрацій, наявність простого, але потужного математичного апарату (в основі реляційного підходу лежить теорія множин), можливість маніпулювати даними без знання їхньої конкретної фізичної організації.

Ця база даних як частина автоматизованої інформаційної системи «Кафедра» належить до загальноуніверситетського комплексу програм, який автоматизує процес формування навчального навантаження на основі всіх необхідних документів, розподілу його по кафедрах та в подальшому, по викладачах. Даний комплекс дозволяє уніфікувати цей процес в межах ВНЗ та зменшити кількість помилок та неузгодженостей.

1. Дейтел Х. С#. / Х. Дейтел, П. Дейтел, Дж. Листфилд, Т. Нието, Ш. Йегер, М. Златкина — СПб.: БХВ Петербург, 2006. — 1056 с.

2. *Гарсиа-Молина Г., Ульман Дж., Уидом Дж* Системы баз данных. Полный курс / Г. Гарсиа-Молина, Дж. Ульман, Дж. Уидом. – М. : [Вильямс](#), 2003. – 1088 с.
3. *Рудикова Л. В.* Базы данных. Разработка приложений / Л. В. Рудикова. — СПб. : БХВ–Петербург, 2006. – 496 с.
4. *Вендров А.М.* Проектирование программного обеспечения экономических информационных систем: Учебник. / А.М. Вендров - М.: Финансы и статистика, 2006. — 544 с: ил

СТВОРЕННЯ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ АРМ «ВИКЛАДАЧ»

Шахрайчук М.І., Бобрівник О.Є., Україна
Рівненський державний гуманітарний університет,
факультет математики та інформатики
ksushka_ev@mail.ru

Якість освіти – поняття складне і її рівень безпосередньо пов'язаний з якістю діяльності викладача, яка повинна задовольняти багатьом вимогам. Використання інформаційних технологій у навчальному процесі ВНЗ значно розширює та ускладнює функції викладача. Характер його праці змінюється, все більше набуваючи проєктувальної, організаторської та консультативної спрямованості.

Зважаючи на впровадження Європейської кредитно-трансферної системи у навчальний процес, виникає потреба у фіксації навчальних досягнень студента, т.т. моніторингу якості навчання та визначення його рейтингу. З цією метою потрібно фіксувати багато параметрів діяльності студента, починаючи від відвідування занять і завершуючи моніторингом якості засвоєння знань.

Для вирішення цих завдань розробляється Web - ресурс АРМ «Викладач» на основі тривірневої архітектури. Користувачами системи АРМ «Викладач» є: викладач, завідувач кафедри, куратори, старости груп, студенти. Місце АРМ «Викладач» в структурі навчально-виховного процесу можна зобразити наступною схемою:

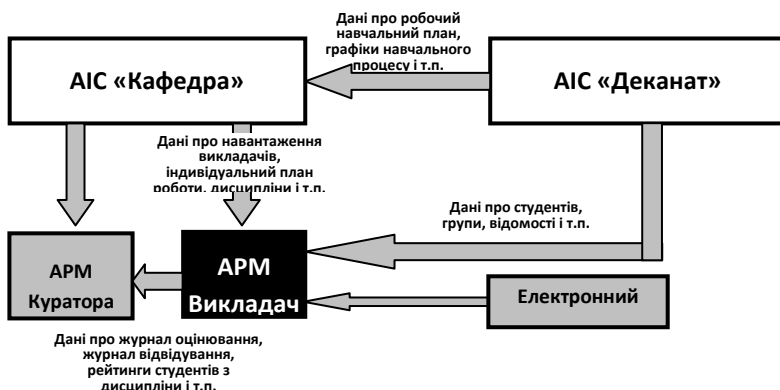


Рис.1. Взаємодія «АРМ Викладача» і «АРМ Куратора» з базою даних АІС «Кафедра» та АІС «Деканат»

Система складається з трьох основних глобальних модулів (модуль представлення інформації, модуль процесу навчання, модуль оцінки знань). На рис. 2 представлена діаграма модуля процесу навчання.

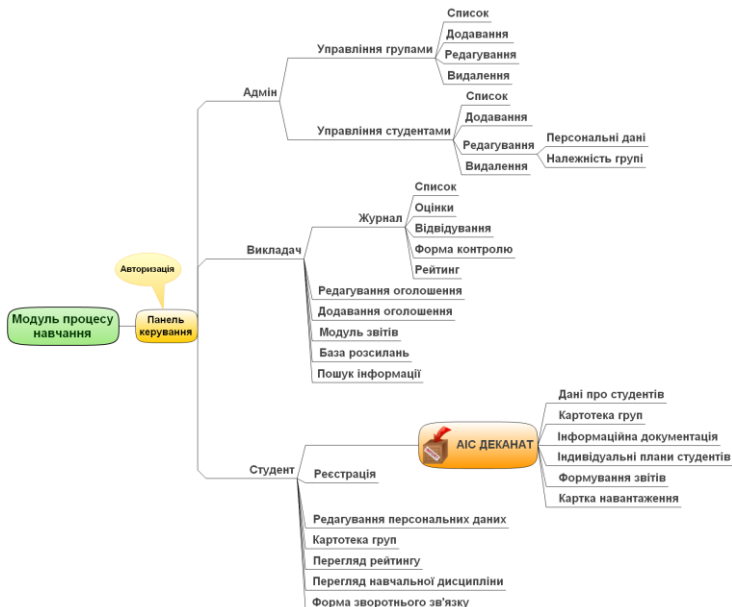


Рис. 2. Структура модуля процесу навчання

Програмна система АРМ «Викладач» забезпечить розрахунок рейтингу студента для кожної з атестацій і підсумкового рейтингу з дисципліни, ведення обліку успішності та відвідування.

1. Глушань В.М. Оптимизация вузовского образовательного процесса в среде автоматизированного обучения и контроля знаний / Глушань В.М., Афанасьев А.Ю., Лященко Н.И.; // Вестник ТГПИ. № 1. Физико-математические и естественные науки. 2011.
2. Ненійнов Е.І. Автоматизоване робоче місце "викладач" для оцінювання індивідуальної (самостійної) роботи та активності студентів / Е.І.Ненійнов, В.С.Семенов // Вітчизняний та зарубіжний досвід упровадження Болонської системи: успіхи і проблеми. - Ужгород: Ліра, ЗакДУ, 2009. - С. 270-278.
3. Чернышова Е.В. Качество деятельности преподавателя вуза и его информационная обеспеченность / Е. В. Чернышова, О.И. Пятковский // Ползуновский альманах. – №3. – 2007. – С. 154-157.

**WEB-РЕСУРС «БАЗА ДАНИХ «ПРАЦІВНИКИ»» ДЛЯ ОБЛІКУ І
РЕДАГУВАННЯ ВІДОМОСТЕЙ ПРО ПРАЦІВНИКІВ
ЗАГАЛЬНООСВІТНІХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ**

Климюк Юрій Євгенійович, Гойда Назар Вікторович, Україна
Рівненський державний гуманітарний університет,
факультет математики та інформатики
klimyuk@ukr.net, nazar.rovno@mail.ru

Стрімкий розвиток суспільства обумовлює необхідність встигати за змінами, які відбуваються у світі. Людина повинна переробляти величезні масиви інформації, які надходять з усіх точок земної кулі. Тому інформаційні технології мають сьогодні пріоритетне значення в усіх сферах діяльності й визначають розвиток суспільства завтрашнього дня.

Сьогодні нову якість освіти неможливо одержати, якщо розв'язувати виникаючі проблеми застарілими методами. До найважливіших стратегій розвитку суспільства належить, зокрема, інформатизація освіти, яка дає змогу автоматизувати процеси управлінської діяльності шляхом впровадження інноваційних комп'ютерних технологій на всіх рівнях – від підготовки до ухвалення рішень, швидко опрацьовувати, передавати і зберігати великі обсяги інформації, дозволяючи при цьому поліпшувати якість роботи працівників, а головне – раціонально використовувати їхній час.

В останні роки загальноосвітні навчальні заклади забезпечуються комп'ютерною технікою нового зразка, що дозволяє використовувати в управлінській діяльності нові методи управління, підвищити якість управлінських рішень завдяки використанню сучасних інформаційних технологій. Для здійснення управління необхідна систематизована, повна, достовірна і адекватна інформація. Залежно від характеру інформації з'являються інформаційні системи, які дозволяють упорядковувати інформаційні потоки, здійснювати опрацювання інформації, не дублювати значну кількість даних, які відтворюють одні і ті ж самі процеси, явища, забезпечити однократний збір інформації з урахуванням її багатократного відтворення в необхідному вигляді, багатоцільове використання суб'єктами управління різних рівнів у процесі діяльності. Саме вони надають можливість максимально зменшити час на виконання трудомісткої частини процесів, що циклічно повторюються в управлінській діяльності адміністрації навчального закладу. Так, однією з ключових ланок управління є робота з кадрами. Її головною складовою є розвиток людських ресурсів, підвищення ефективності роботи на основі комплексного, безперервного, різнобічного розвитку особистості. Так, наприклад, у адміністрації закладу обов'язково має бути вичерпна інформація про кожного з працівників та їх здобутки.

У Рівненській українській гімназії розроблена і використовується комп'ютерна програма «База даних «Працівники»», яка надає можливість оперативно знаходити інформацію про будь-якого працівника закладу, оскільки про всіх працівників вноситься інформація до загальної бази шляхом заповнення відповідних анкет. Це, звичайно, потребує певного часу. Після наповнення бази даних і виявляються всі її позитивні моменти. Значна перевага цієї комп'ютерної програми полягає в тому, що вона дозволяє зробити відбір записів про певних працівників за вибраними категоріями за допомогою майстра запитів. Це дає можливість одержувати інформацію як кількісно, так і списком. Крім того, ця комп'ютерна програма дозволяє експортувати у табличний процесор Excel з використанням відповідного майстра певну інформацію про відібрану групу працівників згідно списку полів, який формується в залежності від потреби. Наприклад, це може бути список працівників закладу, що атестуються в поточному році, який має містити: прізвища, імена, по батькові працівників; їх посади; предмети, що викладають; кваліфікаційні категорії. Якщо є потреба розширити експортовану інформацію, то необхідно підправити список полів, включивши додаткові поля, наприклад, рік попередньої атестації тощо.

База даних «Працівники» на сьогоднішній день складається з трьох зв'язаних між собою таблиць, в які заноситься інформація про працівників (таблиця Працівники), одержані нагороди (таблиця Нагороди) та методичні напрацювання (таблиця Методичні напрацювання).

Слабким місцем програми є доступ до бази даних лише з одного комп'ютера (наприклад, заступника директора з навчальної роботи), на який вона інсталується і її своєчасне коригування. Оперативність своєчасного оновлення даних самими працівниками і отримання ними відповідної інформації в будь-який бажаний для себе момент вимагає необхідності трансформації комп'ютерної програми «База даних «Працівники»» у web-ресурс. Сьогодні це вже не просто примха, а скоріше необхідність, продиктована розвитком новітніх інформаційних технологій.

На розробленому web-ресурсі «База даних «Працівники»» впроваджено контроль за правами доступу до інформації на двох рівнях: адміністратора (лише для адміністрації навчального закладу і адміністратора бази даних) і користувача (для адміністрації навчального закладу, адміністратора бази даних, вчителів і допоміжного персоналу). У режимі користувача дозволяється переглядати певні дані про працівників, формувати їх списки в залежності від потреби і редагувати дані про себе, а в режимі адміністратора ще добавляється можливість коригування (оновлення) всіх даних про працівників, видалення існуючих та добавлення нових записів (про нових працівників). Крім того, на web-

ресурсі реалізовані засоби для оновлення одержаних працівниками нагород та напрацьованих методичних матеріалів. З метою полегшення виконання цих операцій реалізовані відповідні системи запитів.

РОЗРОБКА КЛІЄНТ-СЕРВЕРНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ MS SQL SERVER

Вороницька В.М., Омельчук О.Т., Україна
Рівненський державний гуманітарний університет,
факультет математики та інформатики
Omelchuk_Oksana@i.ua

Ми живемо у світі інформаційних технологій та інформаційних систем. Будь-яка технологія зрештою стає технологією інформаційною (ІТ). Інформація завжди була необхідна для ефективного управління. Донедавна вважалося, що чим більше ми маємо інформації про об'єкт управління, тим ефективніше можна ним управляти. Згодом виявилось, що це справедливо не завжди. Дуже часто нагромадження інформації приводило до дезорієнтації управлінського персоналу, бо він не міг правильно розпорядитись цією інформацією. Тому сьогодні перед інформаційними системами ставиться завдання їх інтелектуалізації, тобто не тільки видача необхідної інформації, а й здійснення її «глибинної» переробки, з тим, щоб отримувати підказку від інформаційної системи, як доцільно діяти в тій чи іншій ситуації, щоб отримати найкращі результати [2].

Клієнт-серверна інформаційна система складається з трьох основних компонент: програмне забезпечення сервера; програмне забезпечення кінцевого користувача; проміжне програмне забезпечення [1].

В гіпертекстовому документі розглядаються інформаційні системи клієнт-серверного типу, а також модель бази даних «Студенти», для створення якої використовувалось таке програмне забезпечення як: MS SQL Server 2008 R2 та Visual Studio 2010. Для створення гіпертекстового документу використовувалась система управління (GMS) – Joomla.

Інформаційне наповнення гіпертекстового документу.

Теоретичний блок:

- Поняття і загальна характеристика інформаційних систем
- Особливості інформаційної системи клієнт-серверного типу
- Можливості MS SQL Server 2008 R2, як ефективної СКБД
- Створення БД в MS SQL Server 2008 R2
- Здійснення доступу до БД

Практичний блок:

- Розробка БД по обліку успішності студента «Студенти» в MS SQL Server 2008 R2
- Створення користувацького інтерфейсу БД «Студенти» в Microsoft Visual Studio 2010

- Робота інформаційної системи

Практичний блок також містить відео-уроки, які дають можливість покроково переглянути розробку інформаційної системи.

Інформаційне наповнення гіпертекстового документу є структурованим та систематизованим, що робить його зручним у використанні, також в ньому використовуються мультимедійні компоненти – звук, відео, ілюстрації.

1. Архітектура клієнт-сервер або Web: вибір розробника, Різне, Програмування, статті [Електронний ресурс] / Vadim // EASYCODE: Програмування, легко про складне... – 2011.

<http://easy-code.com.ua/2012/09/arxitektura-kliyent-server-abo-web-vibir-rozrobnika-rizne-programuvannya-statti/>

2. Інформаційна система як об'єкт управління [Електронний ресурс] / Т.Руденко // Асоціація підприємств інформаційних технологій України – 2010.

<http://apitu.org.ua/node/1430>

РОЗРОБКА ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАЛЬНОГО ПОСІБНИКА ПО СКБД MICROSOFT SQL SERVER

Вороницька В.М., Шкоропад К.В., Україна
Рівненський державний гуманітарний університет,
факультет математики та інформатики
keite18@mail.ru

Розробка електронного навчального посібника нині є актуальним напрямом у розвитку інформаційних технологій, вкладених у допомогу викладачеві й студентові в освітньому процесі.

Електронний посібник – це програмно-методичний комплекс призначений забезпечити можливість слухачам курсів підвищення кваліфікації самостійно або з допомогою викладача засвоїти навчальний курс або його розділ. Включення в структуру електронного посібника елементів мультимедіа дозволяє здійснювати одночасну передачу різноманітних видів інформації. Електронні посібники можуть мати додаткові можливості в порівнянні з паперовим варіантом. Однією із таких можливостей є використання гіперпосилань, за допомогою яких можливий швидкий перехід від однієї частини посібника до іншої [1].

В електронному посібнику «СКБД Microsoft SQL Server» розглядається реляційна СКБД Microsoft SQL Server 2008, для його створення використовується система керування вмістом(СКВ) – Joomla.

На рис.1 представлена структура електронного навчального посібника.

Лекційні відомості розкривають теми:

1. Огляд Microsoft SQL Server 2008.
2. Інсталяція і конфігурування MS SQL Server 2008.
3. Управління файлами бази даних.
4. Управління безпекою.
5. Виконання адміністративних задач.
6. Резервне копіювання даних.
7. Відновлення баз даних.
8. Моніторинг і супровід сервера MS SQL Server 2008.
9. Імпорт, експорт і перетворення даних.
10. Введення в реплікацію.

З метою кращого засвоєння теоретичного матеріалу та перевірки отриманих знань були розроблені лабораторні завдання по таким темам:

- Знайомство з СУБД Microsoft SQL Server 2008.
- Інсталяція Microsoft SQL Server 2008. Аналіз методів інсталяції серверу.
- Створення баз даних в Microsoft SQL Server 2008.

- Структура системи безпеки Microsoft SQL Server 2008. Керування обліковими записами.
- Знайомство з Агентом MS SQL Server 2008. Створення завдань, операторів. Налаштовування операторів.
- Можливості запобігання втратам даних.
- Процес відновлення баз даних, журналів транзакцій, системних баз даних.
- Моніторинг сервера за допомогою утиліт SQL Profile і System Monitor.
- Служби інтеграції даних і обміну даними. Процес створення пакетів за допомогою майстра імпорту і експорту даних.
- Компоненти реплікації, агенти і завдання реплікації сервера.

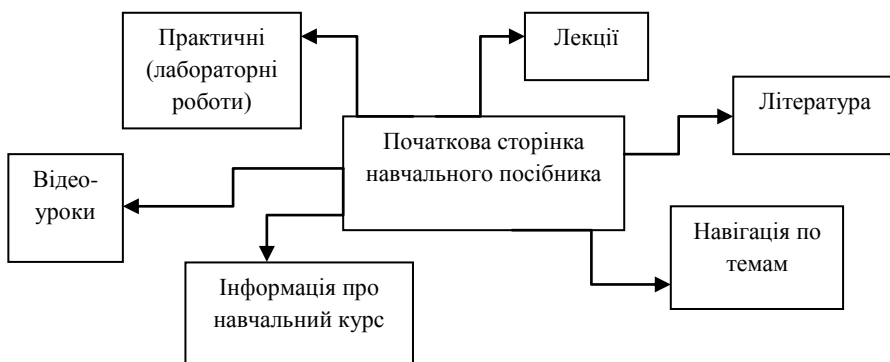


Рис. 1. Структура електронного посібника

Лабораторна робота містить тему, мету, завдання, запитання для самоконтролю, звіт, а також відео-уроки, що дають можливість переглянути послідовності виконання завдання. Лекції містять тему, мету, план лекції, як список гіперпосилань. Навчальний матеріал електронного посібника структурований, тобто його розбито за змістом на логічно завершені частини, кожна з яких містить теоретичну частину, завдання, питання для самоконтролю, а також посилання на додаткові літературні джерела. Користувачеві інформація пред'являється послідовно, але разом з тим існує можливість повернутися для повторного ознайомлення з навчальним матеріалом [2]. Електронний посібник розроблений для відкритого доступу через глобальну комп'ютерну мережу Internet. В подальшому даний посібник можна доповнювати новою інформацією, а також вносити зміни в його структуру.

1. Береза А.М. Основи створення інформаційних систем: Навчальний посібник. – 2-ге вид., перероб. і доп. / А.М. Береза. — К. : КНЕУ, 2002. – 214 с.

2. Іванов В.Ф., Мелещенко О.К. Сучасні комп'ютерні технології і засоби масової комунікації: аспекти застосування. – К.ІЗМН. –1996.

РЕАЛІЗАЦІЯ РЕЛЯЦІЙНИХ БД В СКБД MICROSOFT SQL SERVER 2008 R2

Вороницька В.М., Рудіон О.В., Україна
Рівненський державний гуманітарний університет,
Факультет математики та інформатики
ksenja_rudion@mail.ru

Оскільки БД є перспективним напрямом розвитку ринку програмного забезпечення, то вивчення проектування та розробки БД у клієнт-серверній системі управління базами даних Microsoft SQL Server є надзвичайно корисним для майбутніх програмістів багаторівневих інформаційних систем. СКБД Microsoft SQL Server успішно розвивається (версія 2008 R2 вийшла в квітні 2010 року) і широко використовується в інформаційних системах.

Знання та навички реалізації реляційних моделей даних необхідні адміністраторам БД та програмістам, які готуються отримати статус MCSD та для розробки завершених рішень на основі Microsoft SQL Server 2008 R2 [2].

Мета дослідження – створення гіпертекстового документу, що містить текстову, графічну інформацію про реалізацію реляційних моделей в Microsoft SQL Server 2008 R2.

Об'єкт дослідження – СКБД Microsoft SQL Server 2008 R2.

Предмет дослідження – ознайомлення з реалізацією реляційних моделей в Microsoft SQL Server 2008 R2.

Гіпертекст – це спосіб організації тексту, графіки й інших даних, у якому елементи даних пов'язані між собою. Пов'язані можуть бути як елементи одного документа, так і різних документів [1].

Гіпертекстовий документ містить інформацію про реалізацію реляційних моделей БД в Microsoft SQL Server 2008 R2, для його створення використовується система управління (GMS) – Joomla.

На рис. 1. Представлена структура інформаційного наповнення гіпертекстового документу.

Зв'язки в гіпертекстовій структурі здійснюються за допомогою посилань, що є зручним при роботі з матеріалами. Керуючись ними, користувач може з одного документа викликати інший, з нього - наступний і т.д. Основними перевагами гіпертексту є, насамперед, можливість розмістити на невеликій площі (приблизно на кількох екранах) велику кількість інформації і, по-друге, зрозумілий спосіб пошуку інформації за допомогою посилань. В даному документі використовуються мультимедійні компоненти – звук, відео, ілюстрації.

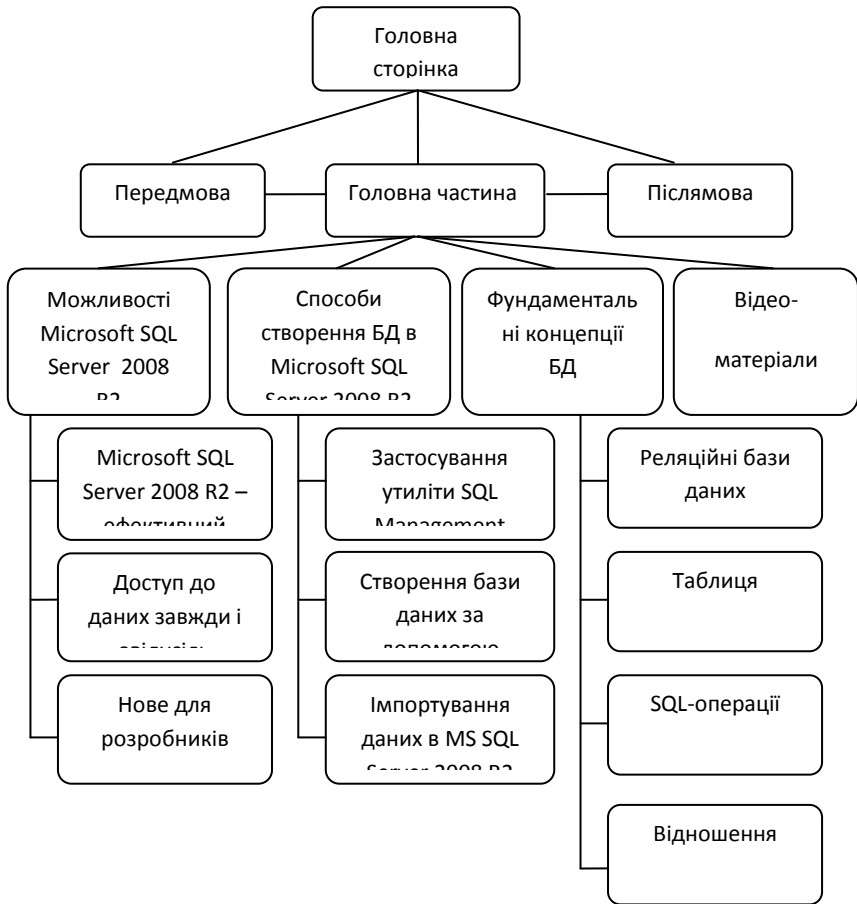


Рис.1. Структура інформаційного наповнення гіпертекстового документу.

1. Вільна енциклопедія «Wikipedia» [Електронний ресурс]. Режим доступу до ресурсу:
<http://uk.wikipedia.org>.
2. Microsoft SQL Server R2 [Електронний ресурс] /Корпорація Microsoft// – 2012. – Режим доступу до журн.:
<http://www.microsoft.com/sqlserver/2008/ru/ru/overview.aspx>

ВИКОРИСТАННЯ СОЦІАЛЬНИХ МЕРЕЖ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ КОЛЕКТИВНОГО НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ

Омельковець Світлана Миколаївна, Україна
Харківський національний педагогічний університет імені
Г.С.Сковороди, фізико-математичний факультет
onlysveto4ka@mail.ru

Розширення доступу до знань в еру Інтернет технологій вимагає перегляду того, як ми вчимо, вчимося, приходимо до знань. Ідея колективного навчання з використанням соціальних мереж полягає в тому, щоб створити умови і надати інструменти для неформального міжособистісного обміну знаннями, навчатися в процесі спостережень та взаємодії з іншими людьми. Використання можливостей соціальних мереж, застосування нових методів, інноваційних підходів навчання дає можливість зробити процес навчання більш активним та підвищити його якість, відкриває великі можливості для освітнього простору, серед них: подання матеріалу в різному вигляді: текст, графіка, аудіо- та відео-елементи; доступ до інформації, яку розміщують учасники мережі; швидкий обмін інформацією між студентами та викладачем; спостереження за навчальною діяльністю студентів; залучення експертів та фахівців до навчального; забезпечення активності студентів за рахунок присутності елемента змагання.

Всі ці можливості використання соціальних мереж можуть сприяти ефективному впровадженню колективного навчання в навчальний процес, що в свою чергу забезпечить покращення взаємин між викладачем та студентами, активне спілкування під час вирішення поставлених завдань та активізацію пізнавальної діяльності студентів. Інтерактивні соціальні мережі дозволяють нам створити колективний розум, який суттєво розвиває вміння студентів формулювати запитання і відповіді, шукати аргументацію і джерела рішень, будувати і перевіряти гіпотези, а також сприяє формуванню вмінь ділового спілкування. [1]

Велике значення потрібно приділити визначенню поняття колективне навчання оскільки існує багато теорій та думок, щодо організації колективного навчання. На відміну від групового способу навчання, коли увага зосереджується не на кожному студентові, а на групі в цілому з обмеженою кількістю учасників, в колективному навчанні ж відсутні кількісні межі та кожний учасник працює в власному режимі взаємодіючи з іншими учасниками.

Колективна навчально-пізнавальна діяльність студентів, як вид організації діяльності, передбачає реалізацію їх необхідності у співпраці, потреби у спілкуванні, а саме: усвідомлення ними спільної мети, забезпечення умов спільної взаємодії, об'єднання зусиль всіх учасників,

узгодженість дій, цілеспрямований розподіл праці, взаємозв'язок, взаємодопомогу, взаємоконтроль між студентами у процесі вирішення поставленого завдання.[3] Якщо ж розглядати колектив відносно соціальних мереж, то можна сказати, що це соціальна спільнота людей, яких об'єднує значуща спільна мета, для досягнення якої користувачі вступають в спільну діяльність та спілкування. Відштовхуючись від даного визначення колективу зазначимо, що колективне навчання в соціальних мережах – це певна взаємодія студентів, об'єднаних спільними мотивами та цілями діяльності, направленої на здобуття нових знань та досягнення поставлених завдань. Викладачі використовуючи соціальні мережі здатні практично миттєво забезпечити обмін знаннями між широкою аудиторією користувачів, залучити студентів до спільних проєктів та швидкого засвоєння знань. Можливість обміну знаннями дуже важлива для колективного навчання, але не менш важливим є те, як саме ці знання можна передавати. Потрібно правильно обирати шляхи взаємодії студентів між собою та з викладачем, щоб знання були глобально доступними для інших учасників навчального процесу. Студенти навчаючись в соціальних мережах повинні ділитися своїми знаннями, допомагати іншим учасникам вирішувати завдання та користуватися їх досвідом.

Організацію колективного навчання в соціальних мережах можна здійснювати також спираючись на принципи краудсорсингу. Термін краудсорсинг вперше використав Джеф Хау для позначення мережових технологій, що дозволяють залучати користувачів мережі («народних експертів») до вирішення будь-яких завдань під час онлайн-дискусій[2]. Активно обмінюючись ідеями користувачі приводять в дію колективні знання, спільно наповнюють контент та створюють новий навчальний матеріал для інших користувачів та наступних поколінь учасників. Колективне навчання, в такому випадку, відбувається за рахунок зв'язків не тільки між викладачем та студентами, а й між самими студентами, викладач лише допомагає встановлювати та підтримувати зв'язки, не дає їм перерватись й перейти в даремну розмову. Керування колективним навчанням, з боку викладача, повинно здійснюватись за допомогою системи відповідно підібраних методів та засобів для забезпечення активізації пізнавальної діяльності та активної взаємодії студентів.

Соціальні мережі дають можливість колективно оцінювати результати спільної діяльності, спостерігати за розвитком кожного учасника та визначити його внесок у вирішення поставленого завдання. Можливість вирішення проблем взаємодії учасників навчального процесу за рахунок використання інтерактивних властивостей соціальних мереж дає право розглядати їх як інформаційно-освітнє середовище.

1. *Рейнгольд Говард* Умная толпа: новая социальная революция / Говард Рейнгольд. Пер. с англ. А.Гарькавого. – М.: ФАИР-ПРЕСС, 2006. – 416 с.
2. *Джефф Хау*. Краудсорсинг: Коллективный разум как инструмент развития бизнеса.- Альпина Паблишер, 2012 . – 288 с.
3. *Серняк О. М.* Застосування колективних форм організації навчання у процесі викладання дисциплін гуманітарного циклу у вищому навчальному закладі / О. М. Серняк // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету ім. В. Гнатюка. Сер. Педагогіка / гол. ред. Г. Терещук. – Тернопіль, 2011. – № 2. – С. 141-147.

РОЗРОБКА МУЛЬТИМЕДІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАЛЬНОГО КОМПЛЕКСУ ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ КОДУВАННЯ»

Опанасюк Юлія Вікторівна, Україна,

Рівненський державний гуманітарний університет, факультет математики
та інформатики,

ulya.opanasyuk@gmail.com

В наш час – час швидкої інформатизації всіх сфер людської діяльності важливим є застосування інформаційних технологій в галузі освіти. Особливо актуальним постає питання розробки електронних навчальних комплексів, що дає змогу значно підвищити ефективність навчального процесу, робить його максимально зручним та цікавим.

Робота з курсом організована на основі системи управління навчальними ресурсами Moodle [1].

Розроблений електронний навчальний комплекс містить такі ресурси:

- загальні відомості про курс: робоча програма, глосарій, список літератури;
- теоретичний матеріал: електронний конспект лекцій, мультимедійні презентації лекцій;
- практичні роботи: список індивідуальних завдань, методичні вказівки щодо їх виконання, в тому числі відеоматеріали;
- завдання для самостійної роботи;
- тестова система контролю, а також питання до заліку.

Для створення мультимедійних матеріалів курсу були використані наступні програмні засоби та технології:

- Microsoft PowerPoint – програма для створення презентацій;
- CamStudio – програма для створення цифрових відеозаписів, які проводяться безпосередньо з екрану комп'ютера;
- MathML – мова математичної розмітки;
- Амауа – редактор HTML-документів з підтримкою MathML.

Організація занять із використанням мультимедійних матеріалів дає можливість економити час, інтенсифікувати вивчення навчального матеріалу, тим самим робить навчання більш результативним.

Електронні навчальні курси можуть бути застосовані викладачами безпосередньо під час занять, для кращої організації навчального процесу, а також студентами для самостійного навчання та закріплення матеріалу.

1. Что такое Moodle [електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.moodle.org/about/>. – Назва з екрану.

РОЗРОБКА СИСТЕМИ ОБМІНУ ПОВІДОМЛЕННЯМИ ТА ФАЙЛАМИ З ВІДДАЛЕНИМ КОМП'ЮТЕРОМ ПО КОМП'ЮТЕРНІЙ МЕРЕЖІ

Куценко Оксана Володимирівна, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки, факультет
Прикладної математики та менеджменту
kutsenko_oxana@bigmir.net

Сучасний розвиток інформаційних технологій вже давно вийшов за рамки одного персонального комп'ютера, на якому працює один користувач, або одного майнфрейма, на якому працює група користувачів. В сучасному світі робочі станції і майнфрейми в офісах компаній, на заводах і фабриках об'єднуються в мережі, які створюють загальний простір для обміну інформацією.

Для з'єднання комп'ютерів в локальну мережу необхідне мережеве обладнання і програмне забезпечення. Комп'ютери можуть з'єднуватися один з одним безпосередньо, або через проміжні вузли зв'язку. Протоколом TCP/IP є фундамент Internet, за допомогою якого комп'ютери відправляють і приймають інформацію з будь-якої точки земної кулі, незалежно від географічного положення.

Звернутися до комп'ютера за допомогою протокола TCP/IP в іншій країні так само просто, як до комп'ютера, який знаходиться в сусідній кімнаті. Процедура доступу в обох випадках ідентична, хоча для з'єднання з машиною в іншій країні може потрібно на декілька мілісекунд більше. Такий бурхливий розвиток мережевих технологій вимагає від програмістів нових знань, для розробки мережевих застосувань.

При зв'язку комп'ютерів в мережі виконується безліч операцій, що забезпечують передачу даних від комп'ютера до комп'ютера. Для кінцевого користувача, що працює з яким-небудь застосуванням, не має значення, що і як відбувається при обміні інформацією, для нього просто існує доступ до видаленого застосування або ресурсу. Насправді ж вся інформація, що передається проходить багато етапів обробки. Спочатку вона розбивається на блоки, кожен з яких забезпечується інформацією, що управляє, потім блоки оформляються у вигляді мережевих пакетів, потім пакети кодуються і передаються за допомогою електричних або світлових сигналів по мережі відповідно до вибраного методу доступу. При прийомі даних з прийнятих пакетів знов відновлюються укладені в них блоки даних, які з'єднуються в дані, що стають доступними іншому застосуванню. Деякі з вказаних процедур реалізується лише програмно, інші - апаратно, а деякі операції можуть виконуватися як програмно, так і апаратною. Сьогодні за допомогою спеціального програмного

забезпечення легко можна передати будь-яку інформацію: від невеликого повідомлення до файлу значних розмірів.

Метою даної роботи є реалізація системи обміну повідомленнями і файлами з віддаленим комп'ютером по комп'ютерній мережі. Програма забезпечує прийом і передачу файлу або групи файлів між двома комп'ютерами, в яких відомі ір-адреси.

У програмі передбачено можливість вибору файлів і обміну повідомленнями між користувачами. Кожна програма забезпечує функції клієнта і сервера для обміну повідомленнями, а також показує список підключених файлів і надає користувачеві можливість вибору файлу для передачі або запуску із списку, якому передавати файли.

В ході розробки програми були використані можливості WinAPI для передачі файлів по мережі.

В ході розробки програми були використані такі основні функції: RegisterClassEx, CreateWindow, accept, recv(), GetMessage, TranslateMessage, DialogBox, send(), GetOpenFileName, CreateThread(), WSASStartup(), WSACleanup(), closesocket() та інші.

Для обміну інформацією між клієнтом та сервером необхідно запустити дві програми client і serv. Успішна передача файлів і повідомлень за допомогою програми буде здійснена за умови, що у момент передачі будуть запущені потоки передачі і прийому відповідно повідомлень і файлів, між якими здійснюватиметься передача файлів і повідомлень.

У вікні клієнта для забезпечення підключення необхідно вказати ір-адресу комп'ютера на якому встановлений сервер до якого ми підключаємося. У стандартному вигляді коли клієнт і сервер встановлені на одному комп'ютері то ір-адреса сервера - 127.0.0.1.

Для обміну повідомленнями програми забезпечені вікнами для набору повідомлення та відповідними кнопками передачі та прийому. Передача файлу від клієнта до сервера здійснюється у два етапи. Спочатку передається ім'я файлу далі у байтовому вигляді передається зміст файлу. Підчас прийому на серверній стороні створюється файл з переданим ім'ям та заповнюється переданим змістом.

В програмі передбачено вибір у вікні списку файлів імені файлу який буде передано на сервер. Вибір з одночасним відображенням повідомлення на сервер.

Програма може передавати файли з різними розширеннями та різного розміру.

1. Системное программирование в современных операционных системах : учеб. пособие / М. Ф. Бондаренко, А. В. Липанов, Е. П. Путятин, Т. Ф. Синельникова – Харьков: ООО «Компания СМІТ», 2005. – 432 с.

2. Страуструп, Б. Язык программирования С++ / Б. Страуструп, пер. с англ. – СПб.: М.: «Невский Диалект» – «Издательство БИНОМ», 1999 г. – 991 с., ил.
3. Джосьютис, Н. С++ стандартная библиотека / Н. Джосьютис – СПб: Питер, 2004. - 730 с.
4. Герб, С. Новые сложные задачи на С++ / С. Герб, – Вильямс, 2005. - 272 с.

СПОСІБ ПЕРЕТВОРЕННЯ МНОГОЧЛЕННОГО ПОДАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ПОЛЯ $GF(p^m)$ У СТЕПЕНЕВЕ

Онай М.В., Вальчук Ю.В., Україна
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”,

Факультет прикладної математики

onay_nikolay_kpi@ukr.net, julia.valchuk@gmail.com

В теорії інформації виділяють три види перетворень інформації: криптографічне шифрування, завадостійке кодування та ущільнення [1, 2] і часто називають одним терміном кодування. Відмінності різних видів кодування пов'язані з метою перетворень, що відбуваються. Спільним для всіх трьох видів перетворень є те, що інформація певним чином міняє форму подання, але не зміст та те, що в кожному з цих перетворень використовується арифметика скінченних полів. Зокрема в завадостійкому кодуванні дуже часто виникає необхідність виконувати операції над елементами розширення поля Галуа, тобто в полях виду $GF(p^m)$ [2, 3].

Існує кілька форм подання елементів поля $GF(p^m)$: степеневе, многочленне та числове подання [3]. Виконання таких операцій як додавання та пошук адитивно оберненого елемента (перша група операцій) простіше за все виконувати над многочленим поданням, а виконання операцій множення, піднесення до степеня та пошуку мультиплікативно оберненого елемента (друга група операцій) над степеневим поданням. Якщо при реалізації певного методу кодування необхідно почергово виконувати операції, як першої так і другої групи, то існує кілька підходів для побудови алгоритму, що реалізує такий метод:

- використовувати тільки многочленне подання елементів поля $GF(p^m)$, в цьому випадку ключова операція другої групи (операція множення) виконується за два кроки спочатку звичайне множення многочленів, а потім знаходження остачі від ділення отриманого добутку на незвідний многочлен;
- зберігати в пам'яті ЕОМ таблицю відповідності степеневого та многочленного подання та виконувати перехід між степеневим та многочленим поданням і навпаки при необхідності;
- зберігати в пам'яті ЕОМ таблицю логарифмів Зеча та виконувати операції першої групи над степеневим поданням за допомогою даної таблиці.

Недоліком першого підходу є обчислювальна складність операції множення та ділення многочленів, другого та третього – використання великого об'єму пам'яті для зберігання таблиць. Тому є актуальною задача побудови алгоритмів, що дозволяють переходити від степеневого

подання до многочленного і навпаки без використання повної таблиці значень елементів поля $GF(p^m)$.

Відомим є спосіб отримання многочленного подання зі степеневого, який полягає в отриманні остачі від ділення степеня примітивного елемента (степеневого подання) на незвідний многочлен. Зворотнє перетворення таким чином зводиться до задачі отримання діленого за відомим дільником та остачею. В загальному випадку дана задача не вирішена, але спеціальна структура діленого (старший коефіцієнт одиничний, а всі інші нульові) дозволяє відтворювати ділене за відомим дільником та остачею при цьому використовуючи не більше $(m+1)$ -го розряду по $\lceil \log_2 p \rceil$ біт кожен для зберігання коефіцієнтів многочлена. Позначимо шуканий показник степеня (індекс) примітивного елемента змінною ind , вектор коефіцієнтів многочленного подання елемента для якого необхідно знайти степеневе подання – \mathbf{r} , коефіцієнти незвідного многочлена, як вектор \mathbf{h} (кожен вектор складається з $(m+1)$ -ї компоненти), тоді алгоритм отримання показника степеня примітивного елемента поля $GF(p^m)$ за відомим многочленим поданням \mathbf{r} буде мати наступний вигляд (нульовому коефіцієнту відповідає вільний член многочлена):

- 1) Покласти $ind := 1$ та знайти $t := (\mathbf{h}(0))^{-1} \bmod p$.
- 2) Обчислити $\mathbf{r} := (\mathbf{r} - t \cdot \mathbf{r}(0) \cdot \mathbf{h}) \bmod p$.
- 3) Зсув вправо \mathbf{r} на один коефіцієнт та $ind ++$.
- 4) Якщо $\mathbf{r} \neq (0; 1; \dots; 0)$, то перейти до п.2.

Запропонований алгоритм в якості базового елемента (елемент для якого є відоме і многочленне і степеневе подання) використовує третій елемент таблиці, тобто елемент індекс якого дорівнює 1. Даний алгоритм можна модифікувати використовуючи в якості базового будь-який інший елемент таблиці. Враховуючи цю особливість алгоритму можна запропонувати альтернативний спосіб зберігання таблиці, а саме зберігання розрідженої таблиці, яка буде займати у $2m$ раз менший об'єм пам'яті порівняно з повною таблицею та дозволяти швидко виконувати перехід між степеневим та многочленим поданням елементів.

Подальші дослідження слід зосередити на побудові алгоритмів швидкого переходу від многочленного до степеневого подання для розширення полів Галуа спеціальної структури.

1. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 576 с., ил.
2. Берлекэмп Э. Алгебраическая теория кодирования. – М.: Мир, 1971. – 479 с.
3. Lidl R. Finite fields / Lidl R, Niederreiter H. Addison Wesley. – 1983.

АНАЛІЗ ВИКОРИСТАННЯ ТЕСТІВ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ

Сопотницький Роман Ігорович, Україна

Ришковець Юрій Володимирович, Україна

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка,

Інститут фізики, математики та інформатики

e-mail: sopotnytsky7@gmail.com, ryshkovets@gmail.com

Використання тестів у навчальному процесі надійно увійшло у світову педагогічну практику, зокрема із впровадженням Болонського процесу в Україні у навчальному процесі для навчання та оцінювання знань активно почали використовувати тести. Розвиваються наші уявлення про призначення та педагогічні можливості тестів, форми тестів, формати запитань, методи обробки результатів тестування та їх інтерпретації.

Тест – інструмент, що складається із кваліметрично вивіреної системи тестових завдань, стандартизованої процедури проведення, із заздалегідь спроектованої технології обробки та аналізу результатів [2].

Один із найрозповсюджених тестів отримав назву **тесту досягнень** – це стандартизований тест, побудований на основі навчального матеріалу і призначений для оцінювання рівня оволодіння суб'єкта навчання навчальними знаннями. Такі тести орієнтовані на оцінку досягнень суб'єктів навчання після завершення навчання.

До тестів досягнень належить і найбільш коректний засіб педагогічних вимірювань – педагогічний тест. Під **педагогічним тестом** розуміють систему взаємопов'язаних предметним змістом завдань специфічної форми, що дозволяють оцінювати структуру і вимірювати рівень знань.

За допомогою тестів здійснюється **тестування** – процес оцінки відповідності особистої моделі знань суб'єкта навчання експертній моделі знань. Тести складаються з набору тестових завдань (питань), на які суб'єкт навчання повинен дати відповідь [1, 2].

Тестування у педагогіці виконує три взаємопов'язані функції:

- *Діагностична функція* дозволяє визначити рівень знань, умінь та навичок суб'єкта навчання.
- *Навчальною функцією* тестування є мотивація суб'єкта навчання до активації зусиль із засвоєння навчального матеріалу. Для підвищення ролі цієї функції, можуть використовуватися додаткові міри стимулювання, наприклад, наявність орієнтованого переліку питань для самостійної підготовки, наявність підказок безпосередньо у тесті, спільний аналіз результатів тесту.

- *Виховна функція* проявляється у періодичності і неминучості тестового контролю. Це дисциплінує, організує і спрямовує діяльність суб'єктів навчання, допомагає виявити та усунути недоліки знань, формує прагнення розвивати свої здібності [3].

Згідно положень Болонського процесу важлива роль відводиться самостійній роботі студента, тому досить актуальними є задачі самонавчання та самоконтролю студента. Якщо здатність до самонавчання у першу чергу залежить від індивідуальних особливостей суб'єкта та його прагнення до отримання нових знань, тоді задачу самоконтролю частково можна розв'язати використовуючи навчальні тести.

Розрізняють дві форми подання тестових завдань:

1. Відкрита, коли особа, яка проходить тестування, формує відповідь самостійно.
2. Закрита – у завданнях передбачають наявність кількох заздалегідь визначених відповідей, з яких особа, яка проходить тестування, вибирає одну або кілька правильних [4].

Закрита форма є найбільш поширеною. Розробники багатьох систем тестування взагалі ототожнюють тестування саме з цим типом тестових завдань, що неправильно. Для завдань закритої форми існує досить висока ймовірність вгадування правильної відповіді, тому укладач таких завдань повинен володіти не лише професійними знаннями та навиками, а й певними психологічними підходами.

1. Аванесов В.С. Научные основы тестового контроля знаний / В.С. Аванесов. – М. : Исследовательский центр, 1994. – 135 с.
2. Чельшкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов / Чельшкова М.Б. – М. : Логос, 2002. – 432 с.
3. КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ТЕСТУВАННІ. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: WWW/URL: http://moodle.ndu.edu.ua/file.php/1/Fetisov_komp_tehnoil_v-testuvanni.pdf – 05.03.13 р. – Назва з титул. екрану.
4. Тестові технології оцінювання якості. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: WWW/URL: <http://osvita.ua/school/theory/5919/> – 06.03.13 р. – Назва з титул. екрану.

РОЗРОБКА АРХІТЕКТУРИ ДЛЯ СИСТЕМИ ГІБРИДНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ

Шевляков Дмитро Олександрович, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки, факультет
Прикладної математики та менеджменту
skylionsk@gmail.com

Сьогодні все більше набирає актуальність проблема відтворення зображень. Ця проблема постає у широкому спектрі задач, починаючи з відеоігор та закінчуючи системами для дослідження фізичних процесів. Для вирішення кожної задачі необхідне своє, практично унікальне рішення. Але з часом та розвитком швидкодії процесорів, можливо створювати універсальні системи, які будуть відтворювати достатньо реальне зображення у реальному часі.

Створення такої системи потребує ретельної розробки архітектури. Така система повинна бути посередником між двома принципами синтезу зображень, бо сучасні процесори не розраховані на трасування променів. Метод трасування променів дозволяє виконувати синтез зображення так, як це відбувається у реальному житті. У цього методу є багато модифікацій які дозволяють спрощувати обчислення, але все одно сучасні відеоадаптери не підтримують цей метод апаратно.

Зараз основним методом синтезу зображень, є метод растеризації. Цей метод є спрощенням, та ніколи не зможе дати реалістичне зображення без додаткових візуалізацій, бо він не здатен врахувати більш ніж один прохід променя. Але цього методу достатньо для реалізації схематичної графіки, хоча зараз вона і наближається до реальної, в основі все одно знаходиться метод, який гальмує перехід до трасування променів.

Таким чином, система повинна створити середовище для реалізації обох методів, та їх комбінування. Це означає що слід виділити такі об'єкти як контекст, ресурси, менеджер ресурсів, менеджер сцени. Останній включає в себе механізми візуалізації глобального рівня. Також слід створити об'єкти сцени, які будуть включати в себе механізм локальної візуалізації. Це дає можливість практично комбінувати різні методи та механізми, одночасно трасувати промені та растеризувати трикутники. Хоча така можливість не є корисною, вона демонструє те що можливо комбінувати методи, та створювати гібридний рендер.

Система розраховується на те що, в основі буде використовуватися DirectX. Цей вибір обґрунтований тим, що сучасні виробники апаратної частини, значно краще підтримують DirectX. У той час як OpenGL, працює нестабільно. Тому класи ресурсів відображають ресурси DirectX, та є лише надбудовою для них.

Слід помітити, що класи об'єктів сцени, використовують для своєї роботи універсальні ресурси. Наприклад, клас статичної моделі використовується об'єктами різних механізмів відображення.

Архітектура, розрахована на легке розширювання. Це викликано тим що усі класи мають дуже малу залежність одне від одного. Базова частина системи має таку архітектуру (рис 1).

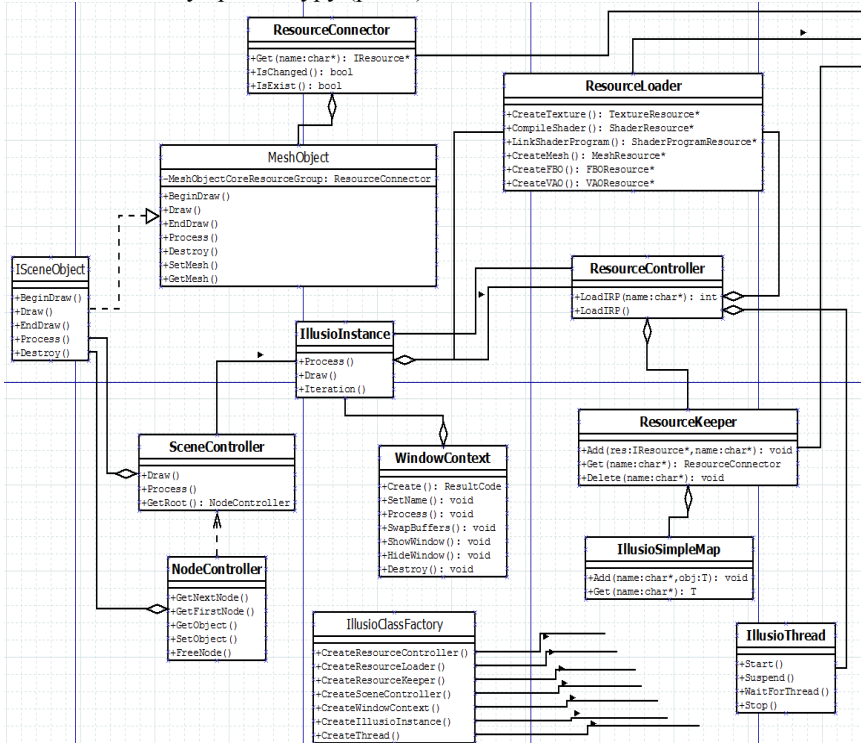


Рис 1. Базова частина архітектури системи

Клас IllusioClassFactory виконує роль прошарка між користувачем API та внутрішньої системи об'єктів, це дозволяє спростити використання методів та класів. Кожен зовнішній об'єкт створюється, та видаляється віддалено від основної програми, тобто є аналогами COM об'єктів Windows. Такий підхід дозволяє достатньо легко вносити зміни до бібліотеки, бо всі методи викликаються через інтерфейси. Єдиний клас що не є інтерфейсом, це ResourceConnector, цей клас наближається за поведінкою до атомарних типів, та виконує задачу зв'язування ресурсів, та дозволяє виконувати прив'язування до неіснуючого ресурсу, такий



підхід необхідний для створення системи динамічного управління підготовкою ресурсів.

Таким чином було створено систему що може служити основою для розвитку системи гібридної візуалізації.

РОЗПІЗНАВАННЯ ОСІБ В РЕАЛЬНОМУ ЧАСІ

Руденко Сергій Володимирович, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки, факультет
Прикладної математики та менеджменту
alarion24@mail.ru

У сучасних пристроях авто ідентифікації особи пред'являються високі вимоги до швидкості і достовірності інформації, при цьому потрібно ще вирішити питання щодо діапазону можливих значень при якому гарантується достовірність. Наприклад фото для візи в більшості країн діє на протязі п'яти років і природно за такий проміжок можливі серйозні зміни у зовнішності людини. Тому ця робота присвячена дослідженню можливих змін, які не призведуть до помилки ідентифікації.

У даній роботі досліджується структурно статистичний підхід ідентифікації особи за фото. В якості непохідних структурних елементів використовувалися спеціально виділені фрагменти фото.

Зображення осіб розбиваються на сегменти, в кожному з яких виділені інформаційні ознаки. Між інформаційними ознаками цих сегментів знаходяться такі взаємини які зменшують вплив яскравості на зображення і підвищують достовірність ідентифікації.

У нашому випадку шаблон розбивається на певні трикутники і між ними формується між сегментна залежність, цільова функція представляється у вигляді предиката над цими залежностями. Відповідність таких відносин є ознакою наявності об'єкта.

Перед пошуком визначаються рамки пошуку. Одна така рамка представляється квадратної областю і визначає можливий масштаб і поворот особи. Рамка також розбивається на 8 трикутників чотирьох типів за наступним принципом (рис. 1а). Пошук здійснюється після обробки зображення, на якому ведеться пошук. Попередня обробка включає в себе розрахунок контрольної суми трикутників кожної рамки. Далі розраховується загальна контрольна сума для кожної точки зображення і порівнюється з попередньо розрахованої контрольної сумою шаблону.

Завдяки такої фрагментації та оптимізації, розрахунок контрольних сум відбувається за складністю $H * W * K$, де H, W - висота і ширина зображення в пікселях, а K - кількість рамок пошуку. Пошук проводиться з складністю $H * W * N$, де N - кількість шаблонів (шуканих

образів). Це дозволяє досить швидко проводити розпізнавання осіб. Також таке розбиття на фрагменти дає можливість виділити індивідуальні ознаки

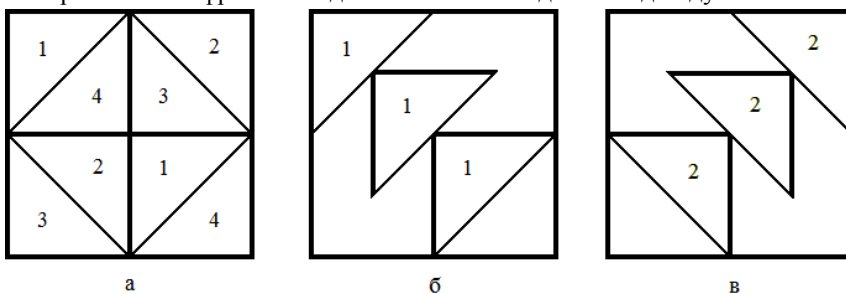


Рис 1. - А. базове розбиття, б. в. додатковий аналіз

Завдяки запропонованому варіанту пошук стає мало залежний від освітленості особи, проте програма знаходиться на стадії тестування і передбачається можливість зміни вибору інформаційних ознак і функцій розрахунку контрольних сум, як трикутників, так і рамки в цілому. Так як розрахунок контрольних сум для трикутників і рамки відділений, то легко надалі проводити аналіз всередині рамки використовуючи потрібні трикутники, наприклад наступним чином (рис. 1б) або (рис. 1в).

Збільшення допустимої похибки зменшує кількість необхідних точок належних до шуканого об'єкту та підвищує завадостійкість, проте це також призводить до збільшення можливості помилки при знаходженні особи.

Поточні показники говорять про відмову при приховуванні шуканого образу більш ніж на 25%, тобто потрібно 75% видимості елемента об'єкта без урахування шумів.

При обробці відео потоку 640*480 для однієї рамки і однієї шуканої особи час пошуку складає 1,5 секунди і коливається в залежності від технічних характеристик обробної машини. Також час зменшується при повороті рамки в рівно горизонтальне або вертикальне положення або з відхиленням від такого на 45 градусів.

Дана програма могла б знайти застосування в сфері відеоспостереження з визначенням деяких суб'єктів. При установці досить вибрати можливі рамки, задати шукані образи і прив'язати програмне забезпечення до камери, з якої ведеться відео спостереження. Розташування камер слід вибирати таким чином, що б минаючі об'єкти попадали в огляд камери під таким же ракурсом, як і задані шаблони. Також програма може бути корисною при пошуку зображення або його частин на відео або в купі інших зображень.

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЙМОВІРНОСНИХ ТА ФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ РЕАЛІЗАЦІЙ ВИПАДКОВОГО І ХАОТИЧНОГО БЛУКАННЯ

Хабачова Аліна Юріївна, Жилінкова Анна Юріївна,
Соболь Андрій Андрійович Україна

Харківський національний університет радіоелектроніки, факультет
прикладної математики та менеджменту
alina.khabachyova@gmail.com

Хаос є нерегулярною формою поведінки детермінованої системи у встановленому режимі. Основною властивістю таких систем є чутлива залежність до як завгодно малих змін початкових умов. Ця обставина приводить до втрат детермінованої передбачуваності та необхідності до введення ймовірних характеристик для опису динаміки систем з хаотичною поведінкою. Одними із найпростіших математичних моделей, які демонструють хаотичну поведінку, є ітеровані відображення виду $x_{n+1} = f(C, x_n)$, де C – параметр, що управляє.

Динаміка деяких одномірних періодичних відображень демонструє дифузійну поведінку, яка за своєю статистичною властивістю близька до випадкового броунівського руху. В роботі було розглянуто кусочно-лінійні дискретні відображення типовий вид яких зображено на рисунку. Нерегулярне блукання в даному випадку виникає за рахунок того, що траєкторія під впливом хаотичного руху всередині одного або кількох «зубів пили» забуває своє минуле [1].

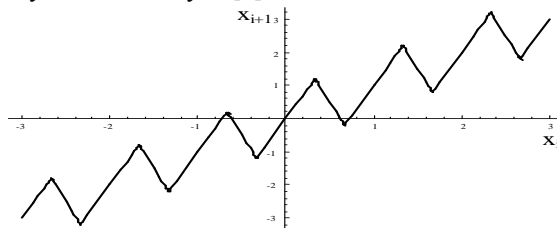


Рисунок – Пилообразне відображення

Узагальненою моделлю одномірного випадкового блукання є фрактальний броунівський рух, чії прирощення у загальному випадку не корелюють. Цей процес має властивість самоподібності, мірою якого є показник Херста [2].



У представлений роботі був проведений порівняльний аналіз статистичних властивостей реалізацій випадкового блукання, отриманих на основі стохастичного та детермінованого підходу. Був проведений фрактальний аналіз реалізацій кусочно-лінійних відображень. Показано, що, на відміну від реалізацій фрактального броунівського руху, що є монофрактальним, реалізації, які згенеровані відображеннями, мають мультифрактальні властивості. Мультифрактальні характеристики цих реалізацій визначають вид та параметри «зубів пили» хаотичного відображення.

1. *Шустер Г.* Детерминированный хаос: Введение.- М.: Мир, 1988.-240 с.
2. *Федер Е.* Фракталы / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 254 с.

РОЗРОБКА ЕКСПЕРТНОЇ СИСТЕМИ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Золотарьов Олександр Олександрович, Кобицька Юлія
Олександрівна, Долотцева Тамара Миколаївна, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки,
Факультет Прикладної математики та менеджменту
KobitskayaJulya@gmail.com

В даний час стало загальноновизнаним, що багато інформаційних, біологічних, фізичних, технологічних процесів мають складну фрактальну структуру. Такі явища вивчаються самими різними науками: в метеорології - для досліджень формування хмар, клімату і погоди, в геології - для прогнозування сейсмічної активності і цунамі, в медицині - для діагностики захворювань і фізіологічного стану по записах ЕКГ і ЕЕГ, в економіці - для прогнозування кризових ситуацій; у фізиці - для дослідження турбулентності і термодинамічних процесів. Це призвело до появи ряду моделей самоподібних і мультифрактального стохастичних процесів: фрактального броунівського руху, фрактального руху Леві, фрактальних точкових процесів, біноміальних мультиплікативних стохастичних каскадів та ін.

Однак слід відзначити відсутність універсальних моделей, які могли б використовуватися для опису фрактальних процесів різної прикладної природи. Більш того, в даний час не існує єдиного загального підходу до аналізу фрактальних властивостей часових рядів. Очевидно, що розробка експертної системи, призначеної для аналізу, вибору математичних моделей і функцій прогнозування для фрактальних стохастичних процесів різної природи є актуальним завданням.

Самоподібність випадкових процесів полягає в збереженні імовірнісних характеристик при зміні масштабу часу. Стохастичний процес $X(t)$ є самоподібним з параметром H , якщо процес $a^{-H} X(at)$ описується тими ж скінченномірними законами розподілу, що і $X(t)$.

Параметр H , $0 < H < 1$, називається показником Херста, являє собою ступінь самоподібності процесу. Поряд з цією властивістю, показник H характеризує міру довгостроковій залежності стохастичного процесу. У випадку $0,5 < H < 1$ говорять про персистентну поведінку процесу, або про те, що процес має тривалу пам'ять. Тобто, якщо протягом деякого часу в минулому спостерігалися позитивні прирости процесу, тобто відбувалося збільшення, то й надалі в середньому відбуватиметься збільшення. У випадку $0 < H < 0,5$ говорять про

антиперсистентний процес. Тут високі значення процесу йдуть с низькими, і навпаки. При $H=0,5$ відхилення процесу від середнього є дійсно випадковими і не залежать від попередніх значень.

Експертна система — це методологія адаптації алгоритму успішних рішень одної сфери науково-практичної діяльності в іншу. З поширенням комп'ютерних технологій це тотожна (подібна, заснована на оптимізуючому алгоритмі) інтелектуальна комп'ютерна програма, що містить знання та аналітичні здібності одного або кількох експертів щодо деякої галузі застосування і здатна робити логічні висновки на основі цих знань, тим самим забезпечуючи вирішення специфічних завдань (консультування, навчання, діагностика, тестування, проектування тощо) без присутності експерта (спеціаліста в конкретній проблемній галузі). Також визначається як система, яка використовує базу знань для вирішення завдань (видачі рекомендацій) у деякій предметній галузі.

Запропонована в роботі експертна система призначена для якісного вирішення завдань, що виникають при дослідженні фрактальної структури часових рядів.

У функції системи будуть входити наступні:

- виявлення наявності фрактальних властивостей;
- розрахунок основних фрактальних характеристик з часової реалізації різними методами;
- оцінювання характерних для фрактальних процесів статистичних параметрів;
- розрізнення монофрактальних і мультифрактального часових рядів.

На основі отриманої інформації та інформації, що зберігається в базі знань, будуть запропоновані найбільш підходящі математичні моделі фрактальних процесів, відповідні даному тимчасовому ряду і проведена перевірка їх адекватності.

1. *Попов Э.В.* Статические и динамические экспертные системы: Учеб. пособие / Э.В. Попов, И.Б. Фоминых, Е.Б. Кисель, М.Д. Шапот. – М.: Финансы и статистика, 1996. - 320с

3. *Гнатієнко Г.М.* Експертні технології прийняття рішень / Г.М. Гнатієнко, В.Є. Снитюк.– К. : ТОВ «Маклаут», 2008. – 444 с.

4. *Kirichenko L.* Comparative Analysis for Estimating of the Hurst Exponent for Stationary and Nonstationary Time Series / L. Kirichenko, T. Radivilova, Zh. Deineko // Information Technologies & Knowledge. – 2011. – Vol.5. – № 4. – P. 371–388.

ДЕЯКІ ЗАДАЧІ ЩОДО КЛАСИФІКАЦІЇ ЧАСОВИХ РЯДІВ КОРОТКОЇ ДОВЖИНИ

Долотцева Тамара Миколаївна, Крупка Андрій Анатолійович,
Україна

Харківський національний університет радіоелектроніки
Факультет Прикладної Математики та Менеджменту
E-mail: t.dolottseva@gmail.com

Work is devoted to research the classification of time series of short length, determining a trend of time series of short length. In this work, considered the criteria for determining the trend: the criterion of series, the criterion of inversions, the criterion of turning points.

Часовий ряд являє собою сукупність значень будь-якого показника за декілька послідовних моментів або періодів часу. Часовий ряд включає до себе два обов'язкових елемента – відмітку часу та значення показника ряду, отриманого тим або іншим способом і відповідний до вказаного моменту часу.

Методи аналізу часових рядів мають багато застосувань у технічних, інформаційних, економічних, біологічних, соціальних системах та використовуються для прогнозування, дослідження та моделювання різноманітних об'єктів.

Однією з найбільших труднощів аналізу часових рядів є те, що в реальних ситуаціях реалізація процесу має малу довжину (менше 100 значень). Прикладом часових рядів малої довжини можна вважати ряди зміни блиску космічних об'єктів, де найчастіше максимальна довжина менше 60 елементів. Такі реалізації спрямовані на виявлення гамма-сплесків (ГС).

Гамма-сплеск – це масштабний космічний викид енергії вибухового характеру, що спостерігається в віддалених галактиках в самій жорсткій частині електромагнітного спектру. ГС являється найбільш якими електромагнітними подіями, що відбуваються у Всесвіті. Тривалість типового ГС складає собою декілька секунд.

Однією із найважливіших задач дослідження такого космічного явища є його своєчасне виявлення. На рисунку ліворуч представлений часовий ряд величини блиску звичайної зірки, який постійно коливається навколо деякого середнього значення, а праворуч показаний ряд, відповідний гамма-сплеску. Очевидно, що виникає задача класифікації – за коротким часовим рядом необхідно навчитись розрізняти космічні об'єкти на звичайні зірки і ГС.

Як правило, для визначення ГС розраховується величина середнього квадратичного відхилення реалізації, яка зазвичай у ГС значно більша,



ніж зміна блиску зірки. Також використовується критерій Фішера, у якого обчислюються відношення вибірових дисперсій [1].

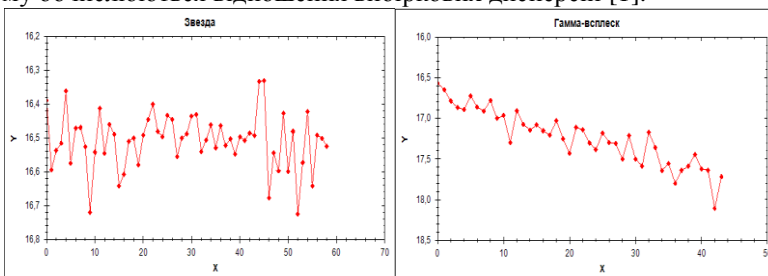


Рисунок –Ряд блиску звичайної зірки (ліворуч) і гамма-сплеск (праворуч)

У представленій роботі пропонується для ідентифікації ГС використовувати критерії щодо наявності тренду. Можна вважати, що часовий ряд з наявністю ГС набуває спрямованість збільшення блиску (тренд). Якщо тренд відсутній, то даний космічний об'єкт імовірно є звичайною зіркою. А наявність тренду передбачає те, що об'єкт являється ГС.

Одними із способів визначення наявності тренду є наступні критерії: критерій серій, критерій інверсій та критерій поворотних точок [2]. Великою перевагою даних критеріїв є те, що вони являються непараметричними, тобто не залежать від закону розподілу досліджуваного часового ряду. Крім того, при додаванні нового елементу ряду, вибірове значення критерію можна розраховувати ітераційно, без перерахунку по усій реалізації, що є досить важливим при обмеженому часовому інтервалі.

У роботі був реалізований програмний продукт, який визначає наявність тренда для досліджуваних часових рядів і базується на поєднанні результатів трьох критеріїв описаних вище. Тестування програми, проведене на реальних рядах ГС та звичайних зірках, показало гарний результат.

1. Dado Sh. The diverse broadband light curves of swift gamma-ray bursts reproduced with the cannonball model // Sh. Dado, A. Dar, A. De Rujula / The Astrophysical Journal –2009. –P. 696:994-1020.
2. Бендат. Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол – М.: Мир. –1989. – 540с.

3D- ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ФУНКЦІЇ ГРІНА ДЛЯ ЗДР З ЛІНІЙНИМ ПОТЕНЦІАЛОМ

Риботецька Марія Степанівна, Україна

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка
 Інститут фізики, математики та інформатики

E-mail: mia02@meta.ua

Розв'язок крайової задачі для ЗДР другого порядку

$$u''(x) - q(x)u = -f(x), \quad x \in (0, 1) \quad (1)$$

$$u(0) = u(1) = 0 \quad (2)$$

можна виразити в інтегральній формі для будь-якої правої частини $f(x)$

$$u(x) = \int_0^1 G(x, \xi) f(\xi) d\xi \quad (3)$$

Функцію Гріна можна представити в аналітичному вигляді

$$G(x, \xi, q(\cdot)) = \frac{1}{v_1(1)} \begin{cases} v_1(x)v_2(\xi), & x \leq \xi \\ v_1(\xi)v_2(x), & x \geq \xi \end{cases} \quad (4)$$

через шаблонні функції $v_\alpha(x)$, що є розв'язками двох однорідних задач Коші [1], а саме

$$v_\alpha''(x) - q(x)v_\alpha = 0, \quad x \in (0, 1) \quad \alpha = 1, 2, \quad (5)$$

$$v_1(0) = 0, v_1'(0) = 1 \quad (6)$$

$$v_2(1) = 0, v_2'(1) = -1. \quad (7)$$

Якщо коефіцієнт диференціального оператора має лінійний вигляд

$$\bar{q}(x) = kx + b,$$

то загальний розв'язок будується через циліндричні функції Ейрі

$$\text{AiryAi} \left[\frac{b+kx}{k^{2/3}} \right] C_1 + \text{AiryBi} \left[\frac{b+kx}{k^{2/3}} \right] C_2,$$

де C_1, C_2 – невизначені коефіцієнти.

Виходячи з початкових умов (6), знаходимо вигляд першої шаблонної функції:

$$v_1(x) = \frac{\text{AiryAi} \left[\frac{b+kx}{k^{2/3}} \right] \text{AiryBi} \left[\frac{b}{k^{2/3}} \right] - \text{AiryAi} \left[\frac{b}{k^{2/3}} \right] \text{AiryBi} \left[\frac{b+kx}{k^{2/3}} \right]}{k^{1/3} \left(\text{AiryAi Prime} \left[\frac{b}{k^{2/3}} \right] \text{AiryBi} \left[\frac{b}{k^{2/3}} \right] - \text{AiryAi} \left[\frac{b}{k^{2/3}} \right] \text{AiryBi Prime} \left[\frac{b}{k^{2/3}} \right] \right)}$$

Виходячи з умов (7), знаходимо вигляд другої шаблонної функції:

$$v_2(x) = \frac{\text{AiryAi}\left[\frac{b+kx}{k^{2/3}}\right] \text{AiryBi}\left[\frac{b+k}{k^{2/3}}\right] - \text{AiryAi}\left[\frac{b+k}{k^{2/3}}\right] \text{AiryBi}\left[\frac{b+kx}{k^{2/3}}\right]}{k^{2/3} (\text{AiryAi Prime}\left[\frac{b+k}{k^{2/3}}\right] \text{AiryBi}\left[\frac{b+k}{k^{2/3}}\right] - \text{AiryAi}\left[\frac{b+k}{k^{2/3}}\right] \text{AiryBi Prime}\left[\frac{b+k}{k^{2/3}}\right])}$$

На рис. 1 представлені 3D-зображення функції Гріна, обчисленої за формулою (4) для випадку $k=10, b=9$:

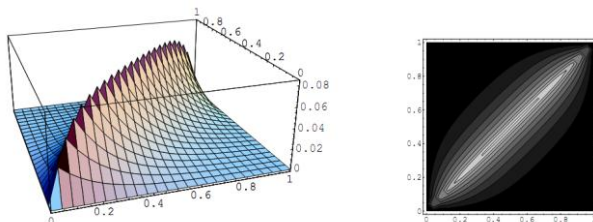


Рис. 1. $\text{Plot3D}[G(x, \xi, q(\cdot))]$;

$\text{ContourPlot}[G(x, \xi, q(\cdot))]$

Якщо коефіцієнт $q(x)$ представити у вигляді кусково-лінійної функції

$$\bar{q}(x) = \begin{cases} k_1 x + b_1, & 0 \leq x \leq t \\ k_2 x + b_2, & t \leq x \leq 1 \end{cases}$$

то шаблонні функції будуть знаходитись по аналогії з попереднім випадком. При цьому графік функції Гріна матиме асиметричний вигляд відносно діагоналі (див. рис.2), якщо значення вище приведених коефіцієнтів не співпадатимуть (наприклад, $k_1=10, b_1=9, k_2=8, b_2=6$).

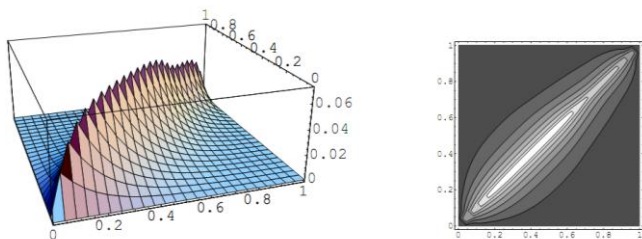


Рис. 2. $\text{Plot3D}[G(x, \xi, \bar{q}(\cdot))]$

$\text{ContourPlot}[G(x, \xi, \bar{q}(\cdot))]$

Просторові зображення функції Гріна та її контурні лінії отримані 3D-графічними засобами системи комп'ютерної математики Mathematica 7 [2].

1. Макаров В.Л., Лазурчак И.И. Двухсторонний функционально-дискретный метод для дифференциальных уравнений второго порядка с общими краевыми условиями/Диффер. уравн.- 2004.- Т.40. - №7.-С.54-62.
2. Дьяконов В. П. Системы символьной математики: Mathematica 2 и Mathematica 3 / В. Дьяконов. – М. : Солонен, - 1998. – 318с.

ВИКОРИСТАННЯ КРИТЕРІЮ ГЕОЛОГІЧНОЇ ЗМІСТОВНОСТІ ПРИ ПОБУДОВІ ІНФОРМАТИВНИХ СИСТЕМ ОЗНАК В ЗАДАЧАХ ГЕОЛОГІЧНОГО ПРОГНОЗУ

Підгорна Ганна Сергіївна

Нікулін Сергій Леонідович, Україна

Доповідач: Підгорна Ганна Сергіївна

Державний ВУЗ «Національний гірничий університет», факультет геологорозвідувальний,

podgornaya.anya@gmail.com

Головним методом автоматизованого рішення прогнозно-пошукових геологічних завдань є класифікація з вчителем. Виконання класифікації припускає наявність: а) навчальних вибірок, які відображають інформацію про локалізацію відомих об'єктів прогнозованого типу, а також місцезнаходження свідомо «нецільових» об'єктів, і б) ознак, представлених в сітковому вигляді - фізичних полів, геохімічних ореолів, космічних знімків, а також їх трансформант, отриманих шляхом математичних перетворень первинних матеріалів.

На основі аналізу положення об'єктів в багатовимірному просторі ознак, класифікація відносить об'єкти території сукупності (зазвичай це комірки сітки) до одного з взаємовиключних класів, або оцінити ступінь приналежності об'єктів до певного класу.

На результати прогнозування суттєво впливає інформативність використовуваної системи ознак. Система вважається інформативною, якщо при заданих навчальній вибірці і обраному методі побудови вирішального правила вона забезпечує класифікацію з мінімальною величиною втрат. Оцінка величини втрат зводиться до розрахунку байєсівської ймовірності помилки класифікації (ЙПК), що обчислюється на основі відстані Фішера, Бхаттачарія, Колмогорова, дивергенції Кульбака або інших [1].

Система ознак, яка дає мінімальні значення ЙПК, насправді може виявитися беззмисловою з геологічної точки зору. Пропонується розраховувати величину втрат на основі двох критеріїв - ЙПК і геологічної змістовності (здатність системи достовірно відображати геологічну будову території).

Пропонується методика побудови інформативної системи з використанням детерміністських вирішальних правил. Дано деякий фіксований набір ознак X' і цифрова геологічна карта території у сітковій формі. Коміркам карти приписані достовірно відомі значення деякого геологічного атрибуту (наприклад, вік порід, назва літологічної різниці і т.п.). Сукупність осередків карти з однаковим значенням атрибуту розглядається як окремий

кластер C_i , $i=1..M$, де M - кількість унікальних значень атрибута. Приналежність елементарних ділянок території певним кластерам задається значеннями відповідних ділянок геологічної карти.

У цьому випадку геологічну змістовність системи ознак можна оцінити як:

$$Q = \frac{S_{BK}}{C_{MK}} ;$$

$$S_{BK} = \frac{\sum_i^n \sum_j^n d_E(x_i, x_j)}{2n} ; C_{mk} = \frac{\sum_i^n \sum_j^n d_{mean}}{2m}$$

де S_{BK} - середня внутрішньокластерна відстань для M кластерів; C_{MK} - середнє міжкластерна відстань; n - кількість об'єктів; d_E - евклідова відстань; m - кількість кластерів; d_{mean} - середнє значення попарних відстаней між об'єктами, що належать різним класам.

Q відображає компактність розташування об'єктів з однаковим значенням атрибута в багатовимірному просторі ознак і характеризує здатність системи набору ознак відображати найбільш загальні риси геологічної будови території. Чим нижче значення Q , тим більше геологічно-змістовний набір ознак. Побудова інформативної системи виконується будь-яким з відомих методів (послідовного приєднання, послідовного відкидання, випадкового пошуку і т.п.); на кожній ітерації розв'язується задача багатокритеріальної оптимізації, що полягає в пошуку такої сукупності ознак, при якому досягається мінімум функціоналу F (ЙПК, Q) . Задача вирішується за допомогою вибору рішення з безлічі парето-оптимальних альтернатив[2].

Оптимізація ЙПК забезпечує відповідність результатів наявними відомостями про об'єкти прогнозованого типу, Q - геологічним фактам про геологічні середовища в цілому. Застосування описаного підходу на ряді нафтогазових і рудних родовищ продемонструє його переваги перед традиційним за рахунок більш повного врахування наявної геологічної інформації [3].

1. Бусьгин Б.С., Мирошниченко Л.В. Распознавание образов при геолого-геофизическом прогнозировании. Днепропетровск: Изд-во ДГУ. – 1991. –168 с.
2. Лотов В.А., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений. М: МАКС Пресс. – 2008. – 197 с.
3. Pivnyak G.G., Busygin B.S., Nikulin S.L., Svistun V.K., Garkusha I.N. Geoinformation technology for forecasting methane accumulations within the Donetsk basin mine fields // 22nd World Mining Congress, Istanbul, Turkey, 2011. – P. 641-647.

ГІС-АНАЛІЗ НА БАЗІ ПРОСТОРОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБ'ЄКТІВ

Ліподат К.О., Україна

ДВНЗ «Національний гірничий університет», геологорозвідувальний факультет

Електронна адреса: to_ekaterina@ua.fm

Просторова характеристика об'єкта – [1] числова характеристика елементарної комірки карти, що функціонально відображує просторове положення цієї комірки відносно області поширення картографічного фактора.

Картографічний фактор – певне утворення, яке визначає склад території та відображене на легенді карти у вигляді самостійної одиниці.

Ціль роботи полягає у розробці та дослідженні ефективності просторових характеристик числових полів для ГІС-аналізу даних з реалізацією на ПК.

Вхідні дані: зображення – шари ГІС. Кожен шар містить просторові об'єкти з визначеним положенням $\{x, y, z\}$.

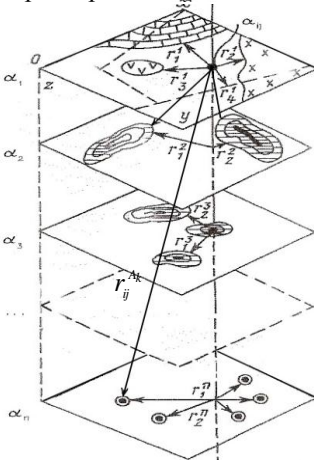


Рис 1 – багатошарова просторова структура даних

Розроблений наступний алгоритм розрахунку просторових характеристик:

1. Створення шарів $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, що містять точкові, лінійні або полігональні об'єкти A_1, A_2, \dots, A_k .
2. Розбиття шарів $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ рівномірною або нерівномірною мережею на елементарні комірки a_{ij} , де $i = 1, 2, \dots, M$, $j = 1, 2, \dots, N$.
3. Розрахунок числових характеристик елементарних комірок $r_{ij}^{A_k}$, що відображують їх просторове положення (відстань від центра комірки до об'єктів шару, наприклад, евклідова відстань).

$$r_{ij}^{A_k} = \left((x_{a_{ij}} - x_{A_k})^2 + (y_{a_{ij}} - y_{A_k})^2 + (z_{a_{ij}} - z_{A_k})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \text{ де}$$



$\{x_{a_{ij}}, y_{a_{ij}}, z_{a_{ij}}\}$ – положення центра комірки a_{ij} ,
 $\{x_{A_q}, y_{A_q}, z_{A_q}\}$ – координати об'єкта A_q , $q = 1, 2, \dots, k$ шару.

Вихідні дані: набір $M \times N$ характеристик, визначаючих просторове положення елементарних комірок відносно об'єктів шару.

Висновки: запропонований новий алгоритм для ГІС-аналізу просторової структури даних на базі розрахунку відстаней у 2D та 3D просторах.

Практичне значення: отримані характеристики можуть бути використані для ГІС-аналізу та автоматизованої обробки багатшарової картографічної інформації.

1. Б.А. Чумаченко, Е.П. Власов, В.В. Марченко. Системний аналіз при геологічній оцінці перспектив рудоносності території – М.: Недра, 1980.

РОЗРОБКА АЛГОРИТМІВ ДЛЯ ІМІТАЦІЇ ФІЗИЧНИХ ЯВИЩ НА МОБІЛЬНИХ ПЛАТФОРМАХ ТА ЇХНЯ ОПТИМІЗАЦІЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ШЕЙДЕРІВ

Терлецький Олександр Ігорович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка, факультет
прикладної математики та інформатики
oles.terletskiy@gmail.com

Комп'ютерні ігри вже давно змогли доказати свою популярність і тенденція показує, що з часом вона тільки зростає. З появою мобільних телефонів стало зовсім необов'язко мати при собі великий системний блок чи ноутбук, щоб гарно провести час граючи в ту чи іншу гру. Їдучи в метро чи трамваї, можна витягнути свій мобільний телефон, щоб розслабитись та відволіктись від буденних проблем. Сенсорні дисплеї на телефонах дають можливість цікавішої взаємодії з ігровим світом ніж нам може дозволити домашній комп'ютер.

Розробники ігор на мобільні плафторми, як ніхто інші, стикаються з проблемою продуктивності іншої аплікації. Дуже складним залишається досягнення реалізму, що є дуже важливою характеристикою будь-якої гри.

Для імітації певних фізичних явищ необхідна велика обчислювальна потужність пристрою на якому це буде зроблено. Дуже тяжко зараз знайти гру в якій, наприклад, гарно розроблена імітація фізики рідини в реальному часі. Середньо статистичний процесор телефону не може здійснити обрахунки фізики води та інших процесів в гри за 17 мс, щоб досягнути так потрібних 60 кадрів в секунду.

Мета розробленого проекту зламати ці стереотипи, і використати всеможливу міць вибраної нами платформи для досягнення вдалої імітації рідин та інших складних фізичних тіл в грі (розробка ведеться для приладів компанії Apple (iPhone, iPod touch, iPad)). З появою підтримки OpenGL ES 2.0, перед нами з'явилась можливість використання піксельних та вершинних шейдерів, що дало змогу досягнути до обчислень на процесорі відеокарти, який по своїй фізичній будові є набагато швидшим для обрахунків потрібних нам операцій. Написання шейдерів було здійснене на C-подібній мові GLSL (OpenGL Shading Language). Також важливою частиною оптимізації наших методів було використання найновіших принципів виведення графіки на екран, зокрема використання VBO(Vertex Buffer Objects) та VAO (Vertex Array Objects), що дало змогу використати швидко пам'ять відеокарти для збереження об'єктів, які швидко перемальовуються та повільнішу пам'ять для статичних.

Це дало змогу оптимально збалансувати обчислювальні процеси на відеокарті та на процесорі. Розроблений алгоритм для створення

імітації фізики рідин та їх швидкого зображення дозволяє досягнути результату який важко знайти серед інших доступних аплікацій на цій платформі.

Другим етапом нашого проекту було розроблення методу імітації поведінки мотузок, зберігаючи при цьому чим більше їх фізичних властивостей та їх малювання з найменшими обчислювальними витратами. В результаті ми досягли одночасного вималювання більше 50 мотузок на пристрої iPod Touch 5G, і при цьому обчислювальня одного кадру здійснювалось менше 17 мс, що засвідчує про високу швидкість нашого методу.

1. *Robert J. Simpson The OpenGL Shading Language 12 May, 2009–113с.*
2. *Philip Rideout Iphone 3D Programming. Developing graphical applications with OpenGL ES 2.0 – 417с.б*

РОЗРОБКА ІГРОВОГО ДВИГУНА GENETIC НА WEB-ПЛАТФОРМІ ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕХНОЛОГІЇ WEBGL

Горпинчук Богдан Анатолійович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
octav4uk@yandex.ru

Багато хто з людей любить іноді трохи відволіктись та поринути у той чи інший ігровий світ. Дехто полюбляє простенькі «ферми» на флеші, дехто – графічних монстрів з глибоким сюжетом. Як і в будь-якій сфері найціннішим досягненням є відшукування золоті середини, у даному випадку на одній шальці терезів зручність, простота та легкість доступу, на другій – графічна досконалість, сюжетна повнота.

У проєкті за мету поставлено досягнути цієї рівноваги у новому ігровому двигуні geneticEngine з власним редактором. Для досягнення легкості та простоти використано WEB-платформу, де користувач взаємодіятиме з грою через веб-браузер. На вищий щабель складності ігор підносять нові технології, на даний момент за графічну основу двигуна вибрано open-source проєкт THREE.js, що використовує технологію WebGL, а фізичну складову – ammo.js та ще багато можливостей нового стандарту HTML5.

Ці технології на даний момент дають доволі велику продуктивність на досить складних тестах та продовжують розвиватись. Це дає всі шанси для конкурування продуктів на базі цих технологій з програмами(іграми) розрахованими на desktop. Окрім цього ми також отримуємо величезний бонус у вигляді повної працездатності одного і того ж коду на всіх платформах, як мінімум у двох домінуючих у світі веб-переглядачах: Chrome/Chromium & Mozilla Firefox.

Отже у результаті отримуємо всі переваги зручності та легкості простих забавок в Інтернеті та складних та технологічних desktop іграшок, та роботу відразу на всіх платформах. Все це включає в себе розроблений ігровий двигун geneticEngine, де за допомогою редактора, аналогічно популярним desktop-версіям cryEngine чи unrealEngine, без особливих знань програмування створюються потрібні сцени з обробкою подій, контролем анімацій та всіма потрібними деталями для розробки ігор (на даний момент доволі обмежених та простих) та з подальшим їх виконанням в тестовому режимі додавши всього кілька рядків в код з прикладів.

ХМАРНІ ОБЧИСЛЕННЯ, ЯК РЕВОЛЮЦІЙНИЙ СПОСІБ АЛЬТЕРНАТИВНОЇ ВЗАЄМОДІЇ З ІНФОРМАЦІЄЮ.

Дяконюк Андрій Ігорович, Україна

ЛНУ ім. Івана Франка, факультет прикладної математики та інформатики
diakoniuk.andriy@gmail.com

Науковий керівник доцент Т. І. Мандзак

За останні кілька років в галузі інформаційних технологій (ІТ) отримала розвиток нова парадигма - хмарні обчислення. Хоча хмарні обчислення - це всього лише особливий спосіб надання обчислювальних ресурсів, а не нова технологія, вони викликали революцію в методах надання інформації та послуг.

Революція визначається, як зміна способу мислення і поведінки людей, суттєва по природі і широка за охопленням. Якщо слідувати цьому визначенню, то хмарні обчислення безсумнівно є революцією. Вони фундаментально змінюють архітектуру комп'ютерів, розробку програмного забезпечення та інструментальних засобів і, звичайно ж, способи зберігання, розподілу та споживання інформації.

Хмарні обчислення - це комплексне рішення, що надає ІТ-ресурси у вигляді сервісу. Це засноване на інтернет технологіях рішення, в якому ресурси загального користування надаються аналогічно розподілу електроенергії по проводах. Комп'ютери в хмарі налаштовані на спільну роботу, а різні додатки використовують сукупну обчислювальну потужність так, як ніби виконуються на одиночній системі.

За характером володіння хмарні структури діляться на три типи: закриті (private), відкриті (public) і гібридні (hybrid).

Відкриті хмари доступні широкій громадськості або великій промисловій групі; вони належать і підтримуються організацією, що продає хмарні сервіси. Під "хмарою" зазвичай мається на увазі саме відкрита хмара; за допомогою Web-додатків сторонній постачальник динамічно надає через Інтернет ресурси спільного використання і виставляє рахунки в залежності від їх використання.

Закриті хмари розташовані за мережевим екраном підприємства і управляються цим підприємством. Це хмарні сервіси, створювані і керовані всередині підприємства. Закриті хмари пропонують в основному ті ж переваги, що й відкриті; основне їх відмінність полягає в тому, що відповідальність за налаштування і підтримку закритої хмари несе підприємство.

Гібридні хмари - це комбінація відкритої та закритої хмари, в якій використовуються сервіси, розташовані як у відкритому, так і в закритому просторі. Відповідальність за управління такими сервісами розподіляється

між постачальником відкритої хмари і підприємством. Використовуючи гібридні хмари, організації можуть визначити цілі та вимоги до створюваних сервісів і отримувати їх, ґрунтуючись на виборі найбільш відповідного варіанту.

Для переходу до парадигми хмарних обчислень є вагомі причини - як з точки зору бізнесу, так і з точки зору ІТ. Тут діють ті ж основні аргументи, що і для впровадження аутсорсингу.

- Зменшення витрат. Хмарні обчислення можуть знизити як капітальні витрати (CapEx), так і поточні витрати (OpEx), оскільки ресурси купуються тільки по необхідності і оплачуються тільки по використанню.
- Оптимальне використання персоналу. Використання хмарних обчислень вивільняє цінних співробітників, дозволяючи їм сконцентруватися на збільшенні прибутку, а не на підтримку апаратного та програмного забезпечення.
- Надійна масштабованість. Хмарні обчислення забезпечують миттєве масштабування вгору або вниз у будь-який час без довгострокових зобов'язань.

У наш революційний час хмарні обчислення можуть надати організаціям засоби і методи, необхідні для забезпечення фінансової стабільності і високого рівня обслуговування. Природно, для досягнення оптимальної захищеності хмарних обчислень і вироблення загальних експлуатаційних стандартів необхідна глобальна кооперація. Ми повинні зустріти еру хмарних обчислень у всеозброєнні.

1. *Mather T. Cloud Security and Privacy / Tim Mather, Subra Kumaraswamy, and Shahed Latif // O'Reilly Media, Inc. - 2009*
2. *Reese G. Cloud Application Architectures / George Reese. // O'Reilly Media, Inc. - 2009*

КОМП'ЮТЕРНІ ІГРИ З ДОПОВНЕНОЮ РЕАЛЬНІСТЮ В РЕАБІЛІТАЦІЇ РУХОВИХ ПОРУШЕНЬ

Качмар Богдан Олегович, Україна

Львівський національний університет імені Івана Франка,

факультет прикладної математики та інформатики

kachmar.bohdan@gmail.com

Дитячий церебральний параліч (ДЦП) є збірним терміном для групи захворювань, які проявляються в першу чергу порушеннями рухів, рівноваги та положення тіла. Церебральний параліч спричиняється порушенням розвитку мозку або пошкодженням однієї чи декількох його частин, які контролюють м'язовий тонус та моторну активність (рухи). Діти з церебральними паралічами переважно відстають у своєму моторному розвитку і пізніше досягають таких етапів моторного розвитку, як перевертання, сидіння, повзання та хода. Спільним для всіх пацієнтів з церебральними паралічами є складнощі контролю над свідомими рухами та координування роботи м'язів. Через це навіть простий рух є складним до виконання при ДЦП.

Для розвитку моторних функцій, пацієнтам потрібно тренувати специфічні рухи: плавне скоординоване згинання-розгинання суглобів, перенесення центру ваги та інші. Важливим методом допомоги цим дітям є фізична реабілітація. Діти не люблять тренувань, тому поєднання фізичної реабілітації з комп'ютерними іграми значно покращує мотивацію пацієнтів і підвищує ефективність тренувань.

Новим напрямком у віртуальній реабілітації є доповнена реальність. Цей напрямок дозволяє суттєво збільшити зацікавленість дітей в іграх, цим самим покращивши результати реабілітаційних тренувань. Для реалізації гри з доповненою реальністю використано 3D сенсор Microsoft Kinect та набір інструментів для розробки ігор Microsoft XNA.

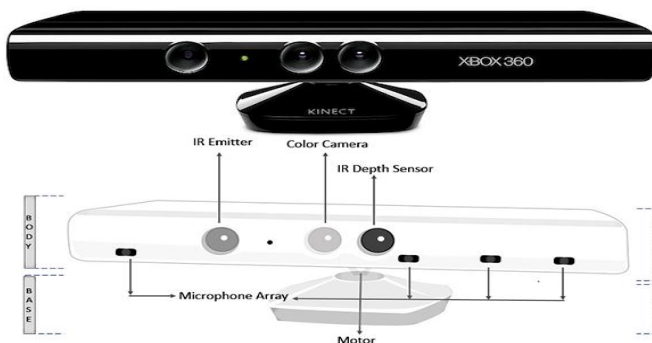


Рис. 1. – Microsoft Kinect 360

Microsoft Kinect – це безконтактний сенсорний ігровий контролер, розроблений для консолі Xbox 360 та персональних комп’ютерів. Він містить у собі камеру, випромінювач інфрачервоних променів, сенсор прийому інфрачервоних променів, мотор для зміни кута нахилу камери, та ряд мікрофонів. Для обробки інформації з сенсора використовується Microsoft Kinect SDK 1.6.

Набір інструментів Kinect SDK 1.6 отримує відео потік та дані від інфрачервоного сенсора, опрацьовує їх та вертає інформацію про людей, які є в кадрі. На основі цих даних у грі генерується текстура, яка містить гравця без заднього фону. Ця текстура згладжується і стабілізується. Навколо неї будується гра і таким чином гравець бачить як він сам взаємодіє з ігровим середовищем. Детальні результати всіх ігрових сесій зберігаються в базі даних для подальшого аналізу. Розроблена гра називається “Яблучний гай”. Для того щоб перемогти, гравець повинен якнайшвидше зібрати з дерева десять спілих яблук і покласти їх у кошик.



Рис. 2. – Один з екранів гри “Яблучний гай”

Гра “Яблучний гай” спеціалізована для розвитку загальної моторики пацієнта і скоординованих рухів рук, ніг та хребта. Тобто для того щоб зірвати яблуко потрібно підняти руку над головою, а для того щоб поставити в кошик – присісти.

3. Aaron Reed. Learning XNA 4.0. – “O'REILLY”, 2010. – 517с.
4. Abhijit Jana. Kinect for Windows SDK Programming Guide. – “PACKT publishing”, 2012. – 369с.

РОЗРОБКА ШАБЛОНУ ВЕБ-САЙТУ ФАКУЛЬТЕТУ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЙ .NET

Ханас Ростислав Тарасович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка, факультет
прикладної математики та інформатики
rostyk.khanas@gmail.com

Розвиток інформаційних технологій досяг такого рівня, що зайти в Інтернет і знайти потрібну інформацію – це звична справа для кожного з нас. Для будь-якої установи чи компанії мати свій веб-сайт це не просто корисна річ, а, фактично, обов'язкова. Якщо йде мова про навчальну установу, то абітурієнтам і студентам зручно шукати необхідну інформацію, викладачам розміщувати свої навчальні матеріали та статті, результати досліджень безпосередньо на сайті цієї установи.

Існуючі сьогодні веб-сайти університетів, зокрема українських, нерідко досить застарілі, їх важко обслуговувати та шукати в них корисну інформацію. Тому розробка сучасного шаблону веб-сайту факультету має велику перспективу застосування.

В даний час існує досить багато технологій для розробки веб-застосувань. Умовно їх можна поділити на три рівні: технології низького рівня, технології високого рівня, а також – CMS системи.

Використання технологій низького рівня змушує самостійно слідкувати за найменшими деталями роботи додатку. В такому випадку продукт буде працювати швидко, проте час розробки буде досить довгим. Застосування технологій високого рівня зменшує обсяг чорнової роботи. В такому випадку технологія самостійно виконує роботу низького рівня, що значно пришвидшує процес розробки програмного забезпечення. При використанні CMS систем використовуються готові деталі, і сайт складається немов конструктор. Деколи створити непоганий сайт можливо навіть за декілька хвилин. Проте інколи необхідну функціональність реалізувати взагалі неможливо.

Враховуючи те, що необхідно мати оригінальний сайт, який повинен забезпечувати необхідну функціональність, вирішено використовувати технології платформи .NET. Розроблено сучасну архітектуру проекту. Логіка роботи додатку розділена на декілька проєктів, схему яких можна переглянути нижче:

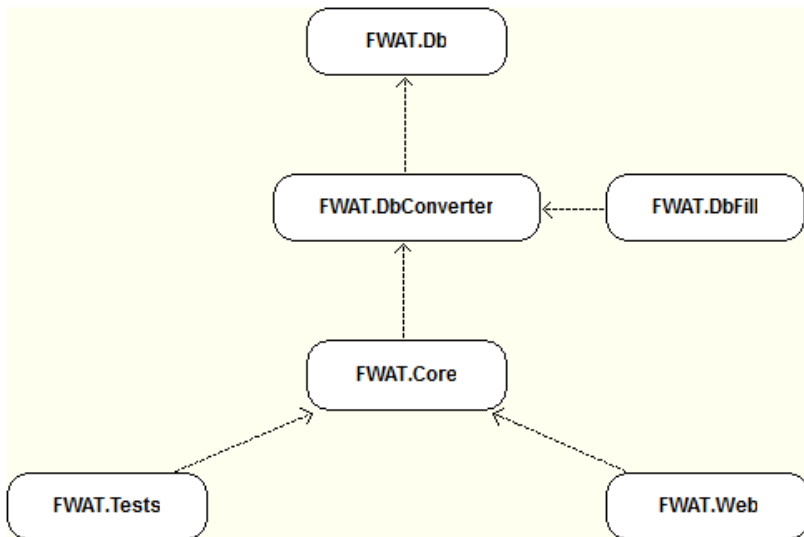


Рис. 1. – Схема зв'язків між проектами.

Основний проект, який безпосередньо використовує користувач, розроблений за допомогою технології ASP.NET MVC. Сам патерн MVC є загальновідомим для розробників програмного забезпечення. Незважаючи на те, що його концепція була описана в досить далекому 1979 році, в даний час він є одним із найвідоміших і найпопулярніших патернів.

Важливо також забезпечити підтримку контенту на двох мовах (українській та англійській). Процес локалізації складається з двох основних частин: дані, які відповідають за переклад частин сайту (зберігаються в файлах ресурсів) та дані, які зберігаються в базі даних. Для цього розроблено гнучку структуру бази даних, яка дозволяє в будь-який момент додавати і інші мови. Умовно її можна поділити на дві частини: частина з основною логікою, яка не залежить від мови зберігання інформація, і частина, що відповідає саме за переклад. Загальну структуру можна зобразити так:

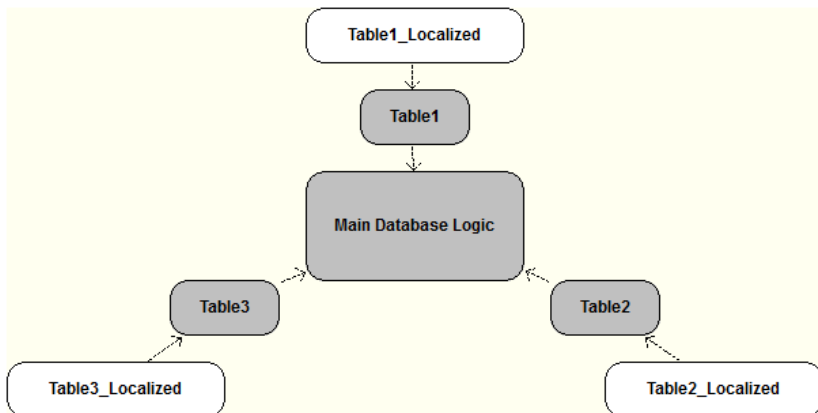


Рис. 2. – Структури бази даних.

Зв'язок між основними таблицями і локалізованими виглядає таким чином:

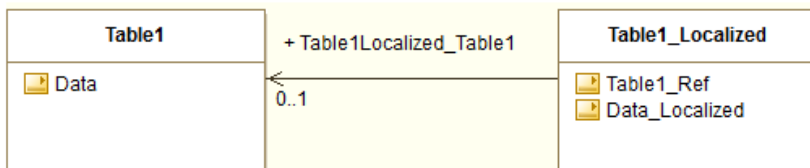


Рис. 3. – Локалізація таблиць.

Навігація по сайту реалізована за допомогою хеш-тегів. Часто можна зустріти інформацію, що хеш-тег – це досить застаріла річ. Проте можливості хеш-тегів можна дуже корисно використати в іншому аспекті. Суть полягає у тому, що при зміні хеш-тегу змінюється частина адреси, але сторінка не перезавантажується, тобто не надсилається запит до сервера. Це дозволяє здійснювати навігацію по сайту за допомогою технології аяx, тобто змінювати лише частину сторінки, і при тому отримувати різні адреси сторінок. Це також забезпечує повноцінну роботу стандартної у браузері кнопки «Назад», до якої звикли користувачі будь-якого веб-браузера.

Реалізовано систему адміністрування, за допомогою якої можна легко керувати контентом. В основному проекті, який являє собою сам сайт, розроблено простий та водночас красивий інтерфейс. Сайт працює правильно у всіх сучасних відомих браузерах, таких як: Google Chrome, Mozilla Firefox, Internet Explorer.

Під час розробки веб-застосування створено окремий проект для написання unit-тестів. Результати показали, що частини коду, які охоплювали тести, працюють правильно і не стається жодних непередбачуваних ситуацій під час роботи проекту.

5. *Сандерсон С.* ASP.NET MVC Framework з прикладами на С# для професіоналів. – М.: «Віліамс», 2010. – 560с.
6. *Арсеновські Д.* Рефакторинг в С# и ASP.NET для. – М.: «Діалектика», 2009. – 528с.

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ



МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ЗАДАЧІ ПРО КОЛИВАННЯ СТРАТИФІКОВАНОЇ ГІРОСКОПІЧНОЇ РІДИНИ

М.Ю.Кузьменко, Н.М.Белова, Україна
 Національний авіаційний університет, ПДС
 e-mail: iids251@ukr.net

При побудові нового методу розв'язання диференціальних рівнянь доцільно перевірити як працює цей метод на простих модельних задачах, де точний розв'язок обчислюється в явному вигляді. Якщо треба порівняти цей метод з іншим відомим, то порівняння проводиться на цих модельних задачах.

Для задачі коливання в гіроскопічній рідині, що обертається, математична модель має вигляд:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} \right) + \omega_0^2 L_1 u + \alpha^2 L_3 u = f(x, t), \quad (1)$$

$$u = 0, \quad x \in \Gamma = \partial\Omega, \quad t \in (0, T], \quad (2)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \bar{\Omega}. \quad (3)$$

Тут $L_m u = \frac{\partial^2 u}{\partial x_m^2}$, а $\Omega = \{0 \leq x_m \leq l_m, m = 1, 3\}$.

В роботі [2] приведено два методи: перший другого порядку точності по часу t , другий - четвертого порядку. Для порівняння цих методів необхідно побудувати точний явний розв'язок, на якому обчислюються похибки одного та другого методу.

Рівняння (1) є неklasичним рівнянням математичної фізики типу Соболева Л.С. В загальному випадку побудова точних розв'язків є складною математичною задачею [1].

В даній роботі будується простий явний розв'язок у випадку, коли параметри рівняння (1) $\omega_0 = \alpha$. Припустимо, що $f(x, t) = \eta(t)F(x)$, тоді задача (1)-(3) зводиться до двох задач: крайової задачі та задачі Коші.

Крайова задача – задача Діріхле для рівняння Пуассона розв'язується методом сіток, а задача Коші - двома методами: різницевою схемою другого порядку апроксимації по часовій змінній та методом МСЕ четвертого порядку точності, запропонованим в [2]. Обчислення похибки $z = y - V$ показує, що обидва методи адекватно передають поведінку розв'язку рівняння, але другий метод значно точніший ніж перший.

1. Москальков М.Н., Утебаев Д. Сравнение некоторых методов решения задачи о распространении внутренних волн в слабо стратифицированной жидкости, Математическое моделирование, т. 22 № 9, 2010 с. 3-12.
2. Габов С.А., Свешников А.Г. Линейные задачи теории нестационарных внутренних волн. – М.: Наука, 1990. – 344 С.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ МАТРИЧНОГО АЛГЕБРАЇЧНОГО РІВНЯННЯ РІККАТІ МЕТОДОМ МАТРИЧНОЇ СИГНУМ-ФУНКЦІЇ

Горобець Валентин Володимирович, Україна
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
Факультет прикладної математики
valikgor@meta.ua

Розглядається система, що описується диференціальним рівнянням

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

де x і u – вектори фазових координат і управляючих дій; A , B – матриці розміру $n \times n$ та $n \times m$ відповідно. Задача полягає у визначенні керування, яке б при довільному x_0 мінімізувало функціонал

$$J(u) = \int_0^{\infty} [x^T Qx + u^T Cu] dt. \quad (2)$$

Тут матриці $Q = Q^T \geq 0$, $C = C^T > 0$. Рівняння оптимального регулятора визначається співвідношенням

$$u(x, t) = -C^{-1} B^T P x. \quad (3)$$

У (3) симетрична матриця P є розв'язком матричного алгебраїчного рівняння Ріккати [1]

$$PA + A^T P - PBC^{-1} B^T P + Q = 0. \quad (4)$$

Для розв'язання рівняння (4) використаємо метод матричної сигнум-функції. Розв'язок (4) можна отримати при розв'язанні двоточкової крайової задачі для наступної системи диференціальних рівнянь

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} = Z \begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix}; \quad Z = \begin{pmatrix} -A & BC^{-1} B^T \\ Q & A^T \end{pmatrix},$$

де α – n -вимірний вектор множників Лагранжа, а шукана матриця P визначає зв'язок між x та α , тобто $\alpha = Px$.

Нехай $|\lambda E - Z|$ – характеристичний многочлен матриці Z . Подамо його у вигляді: $|\lambda E - Z| = (-1)^n \Delta(\lambda) \Delta(-\lambda)$, так що нулі многочлена $\Delta(-\lambda)$ лежать в лівій півплощині, а нулі $\Delta(\lambda)$ – в правій.

Тоді розв'язок рівняння (4) визначається із співвідношення Басса

$$(E + \operatorname{sgn} Z)^n \begin{pmatrix} E \\ P \end{pmatrix}.$$

Звідси знаходимо $WP = -M$, розв'язок (4) має вигляд

$$P = -W^+ M, \quad W^+ = (W^T W)^{-1} W^T, \quad (5)$$

$$W = \begin{pmatrix} Z_{12} \\ Z_{22} + E \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} Z_{11} + E \\ Z_{21} \end{pmatrix}, \quad \operatorname{sgn} Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Алгоритм матричної сигнум-функції:

1. Утворюємо матрицю Z і наближено знаходимо $\operatorname{sgn} Z = X_n$,

$$X_{n+1} = \frac{1}{2} (X_n + X_n^{-1}), \quad X_0 = Z, \quad n = 0, 1, \dots,$$

обчислення зупиняються, якщо $\|X_n - X_{n-1}\| < \varepsilon$.

2. Виділяємо блоки матриці Z і знаходимо розв'язок рівняння (4), використовуючи формули (5) та (6).

На основі даного алгоритму була розроблена програма в середовищі Visual Studio 2010 Express на мові C#, яка дозволяє знайти стабілізуючий розв'язок алгебраїчного рівняння Ріккати для неперервного та дискретного випадків.

Розглянемо модельний приклад [1], нехай маємо систему

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = u; \end{cases} \quad \text{з функціоналом } J(u) = \int_0^{\infty} [x_1^2(t) + 2x_2^2 + u^2(t)] dt \rightarrow \min.$$

Матриці, що входять в співвідношення (1)-(3) для даної системи мають вигляд

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = (1).$$

За допомогою описаного алгоритму вже за 4 ітерації, знаходимо розв'язок (4), та отримуємо оптимальний регулятор

$$P = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad u = -C^{-1} B^T P x = 2x_2 - x_1.$$

1. *Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р.* Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Наука, 1989. – 448 с.
2. *Ларин В.Б.* Методы решения матричных алгебраических уравнений Риккати // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1983. – №2. – С. 186 – 199.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ ТА R-ФУНКЦІЙ ДО ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ОБТІКАННЯ ЕЛІПТИЧНОГО ЦИЛІНДРА В'ЯЗКОЮ РІДИНОЮ

Ламтюгова Світлана Миколаївна, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки
Факультет прикладної математики та менеджменту
maliatko@gmail.com

Розглянемо стаціонарне обтікання циліндричного тіла в'язкою нестисловою рідиною. В циліндричній системі координат (ρ, φ, z) течія описується нелінійним рівнянням [1]:

$$v\Delta^2\psi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial\psi}{\partial\varphi} \frac{\partial\Delta\psi}{\partial\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial\psi}{\partial\rho} \frac{\partial\Delta\psi}{\partial\varphi} \quad \text{зовні } \bar{\Omega}, \quad (1)$$

де $\Delta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial\rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial\rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$, $\Delta^2\psi = \Delta(\Delta\psi)$. Тут $\psi = \psi(\rho, \varphi)$ – функція течії, $v_\rho = \frac{1}{\rho} \frac{\partial\psi}{\partial\varphi}$, $v_\varphi = -\frac{\partial\psi}{\partial\rho}$. Якщо межа тіла непроникна та нерухома, то для функції течії можна поставити такі крайові умови:

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad (2)$$

де \mathbf{n} – зовнішня до $\partial\Omega$ нормаль; поведінка функції течії на нескінченності задається таким граничним співвідношенням:

$$\psi \sim U_\infty \rho \sin\varphi, \quad \text{коли } \rho \rightarrow \infty, \quad (3)$$

де U_∞ – незбурена швидкість рідини на нескінченності.

Задачу (1) – (3) пропонується розв'язувати методом послідовних наближень. Нехай початкове наближення $\psi^{(0)}$ відоме. За початкове наближення $\psi^{(0)}$ можна взяти розв'язок відповідної задачі Озеєна [2]. Якщо наближення $\psi^{(i)}$ відоме, то наступне наближення $\psi^{(i+1)}$ знаходимо як розв'язок лінійної задачі

$$v\Delta^2\psi^{(i+1)} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial\psi^{(i)}}{\partial\varphi} \frac{\partial\Delta\psi^{(i)}}{\partial\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial\psi^{(i)}}{\partial\rho} \frac{\partial\Delta\psi^{(i)}}{\partial\varphi} \quad \text{зовні } \bar{\Omega}, \quad (4)$$

$$\psi^{(i+1)} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial\psi^{(i+1)}}{\partial\mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad (5)$$

$$\psi^{(i+1)} \sim U_\infty \rho \sin\varphi, \quad \text{коли } \rho \rightarrow \infty, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

Для розв'язання задачі (4) – (6) пропонується використовувати метод R-функцій акад. НАН України В. Л. Рвачова [3].

Нехай зовні $\bar{\Omega}$ відома досить гладка функція $\omega(\rho, \varphi)$, що має такі властивості: 1) $\omega(\rho, \varphi) > 0$ зовні $\bar{\Omega}$; 2) $\omega(\rho, \varphi)|_{\partial\Omega} = 0$; 3) $\frac{\partial\omega(\rho, \varphi)}{\partial\mathbf{n}}\Big|_{\partial\Omega} = -1$.

В роботі [4] введено до розгляду досить гладку функцію $y = f_M(x)$, яка задовольняє умовам:

$$\text{а) } f_M(0) = 0; \quad \text{б) } f'_M(0) = 1; \quad \text{в) } f'_M(0) \geq 0 \quad \forall x \geq 0; \quad (7)$$

$$\text{г) } f_M(x) \equiv 1 \quad \forall x \geq M \quad (M = \text{const} > 0).$$

Легко перевірити, що умовам (7) задовольняє, наприклад, функція

$$f_M(\omega) = \begin{cases} 1 - \exp\left(\frac{M\omega}{\omega - M}\right), & 0 \leq \omega < M, \\ 1, & \omega \geq M. \end{cases}$$

Помітимо, що $f_M(x) \in C^\infty[0, \infty)$. Позначимо $\omega_M(\rho, \varphi) = f_M[\omega(\rho, \varphi)]$.

Нами пропонується на кожному кроці ітераційного процесу наблизений розв'язок задачі (4) – (6) шукати у вигляді:

$$\psi^{(i+1)} = \omega_M^2(\psi_0 + \Phi_1^{(i+1)}) + \omega_M^2(1 - \omega_M)\Phi_2^{(i+1)},$$

де $\psi_0 = U_\infty(\rho - R^2 \cdot \rho^{-1})\sin\varphi$ – розв'язок задачі обтікання ідеальною рідиною циліндра радіусу R (вважаємо, що циліндр радіусу R цілком лежить в $\bar{\Omega}$). Для апроксимації невизначених компонент $\Phi_1^{(i+1)}$ і $\Phi_2^{(i+1)}$ використовується проєкційний метод Гальоркіна-Петрова, причому функція $\Phi_1^{(i+1)}$ апроксимується виразом вигляду $\sum_{k=1}^{m_i} \alpha_k^{(i+1)} \varphi_k$, де $\{\varphi_k\}$ – повна система частинних розв'язків рівняння $\Delta^2\psi = 0$ відносно циліндра скінченного радіусу.

Обчислювальний експеримент було проведено для задачі обтікання

еліптичного циліндра $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ при $a = 2$, $b = 1$, $U_\infty = 1$, $M = 0,8$ і різних

числах Рейнольдса $\text{Re} = \frac{1}{\nu}$.

1. *Полянин А.Д., Зайцев В.Ф.* Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: Точные решения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 432 с.
2. *Ламтюгова С.М.* Чисельний аналіз зовнішніх течій в'язкої рідини (наближення Озеєна) методом R-функцій // Чотирнадцята міжнародна наукова конференція ім. акад. М. Кравчука: Матеріали конференції. – Т. 1. – К.: НТУУ «КПІ», 2012. – С. 268.
3. *Рвачев В. Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.
4. *Стрельченко А.Й., Колосова С.В., Рвачев В.Л.* Про один метод розв'язування крайових задач // Доп. АН УРСР, сер. А. – № 9. – 1972. – С. 837 – 839.

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ЛІНІЙНИМ ОБ'ЄКТОМ НА ОСНОВІ КВАДРАТИЧНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО КРИТЕРІЮ ЯКОСТІ

Реуцька Марія Володимирівна, Україна.

Національний технічний університет «Харківський політехнічний
інститут», факультет Інформатики і управління.

e-mail: mavre@ukr.net

Вступ. При розробці і розвитку системи автоматичного керування (САК) одними з основних задач є задачі багатокритеріального параметричного синтезу і задачі оптимізації показників якості системи. Складність оптимізації показників якості часто обумовлена високим порядком САК, безліччю її варійованих параметрів. Умова стійкості є найважливішою вимогою до САК при виборі параметрів регуляторів. Раціональні способи обчислення простої інтегральної квадратичної оцінки (ІКО), що представляє невласний інтеграл від квадрата помилки, дозволяють проводити обчислення елементів таблиці Рауса в процесі обчислення ІКО, для того, щоб в процесі виконання обчислень визначити стійкість системи [3]. Але вибір значень параметрів САК за мінімумом найпростішої ІКО приводить до сильно коливального перехідного процесу зі значним перерегулюванням. Відмічені труднощі частково подолані використанням покрокового підходу і векторної оптимізації покращених ІКО. Мета роботи полягає в розробці математичного, алгоритмічного та програмного забезпечення методів обчислення покращених ІКО для САК.

Задача багатокритеріального параметричного синтезу САК:

$x \in R^p$ – вектор змінних параметрів, $y(x, t)$ – перехідна характеристика. Прямими показниками якості (ППЯ) є перерегулювання $\sigma(x)$, показники коливальності – розмах коливаний $\zeta(x)$ і затухання $\lambda(x)$, час регулювання $t_c(x)$ [1-2,4]. З урахуванням вимог стійкості САК, перші три показники не повинні перевищувати заданих значень, а $t_c(x) > \min$. Таким чином, ці показники є частковими критеріями задачі. Задача синтезу представляється у вигляді задачі умовної оптимізації:

$$\sigma(x) \leq 0.05, \quad \zeta(x) \leq 0.065, \quad \lambda(x) \leq 0.3, \quad \min t_c(x).$$

**Способи обчислення простої ІКО за А.М. Кацем і
Остремом.** Обчислення ІКО за методом Каца.

К.Ю.

$$J_0 = \int_0^{\infty} z^2 dt \text{ - простіша ІКО,}$$

де $z(t)$ - це відхилення керованої величини від сталого значення.

$$\delta(s^2) = \beta(s)\beta(-s), \text{ де } \beta(s) \text{ - поліном ступеня не вище } n-1 .$$

$$J_0 = \int_0^{\infty} z^2 dt = \frac{(-1)^{n-1}}{2 \cdot \alpha_n} \cdot \frac{G}{H},$$

де α_n - коефіцієнт характеристичного полінома, G, H - визначники певного виду.

Рішення багатокритеріальної задачі оптимізації ІКО. Рішення багатокритеріальної задачі оптимізації критеріїв якості у вигляді компромісу їх використання може бути досягнуте за рахунок згортки цих критеріїв і переходу до мінімізації поліпшених ІКО.

$$J_k(x) = \int_0^{\infty} z_t^{(k)}(x, t) dt, \quad J(x) = \sum_{k=0}^1 w_k J_k(x),$$

де w_k - вагові коефіцієнти згортки. При використанні згортки спостерігається значне поліпшення перехідного процесу.

Покроковий підхід до мінімізації оцінок якості за допомогою векторної штрафної функції (ВЦФ) [5]. Для переходу в область стійкості з будь-якої точки простору параметрів необхідно, мінімізуючи в поточній області рівня тільки одну, відповідну їй ВЦФ, послідовно переходити в область рівня з більшим індексом.

$$F(x) = \begin{cases} (0; P(x)), & x \in H_0; \\ (k; -p_{k+1}(x)), & x \in H_k, k = \overline{1, n-2}; \\ (n-1; I(x)), & x \in H_{n-1}. \end{cases}$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n \max \{-\alpha_i(x), 0\}.$$

Висновки. В процесі виконання роботи було: проведено аналіз задач, в яких можна використовувати ІКО; розроблено алгоритм для перевірки стійкості лінійної САК; вирішено багатокритеріальні задачі оптимізації інтегральних квадратичних оцінок; розглянуто покроковий підхід до мінімізації оцінок якості за допомогою ВЦФ та розроблено алгоритм її обчислення.

1. *Айзерман М. А., Алескеров Ф. Т.* Выбор вариантов: основы теории. — М.: Наука, 1990. — 240 с. 2. *Александров Е. Е., Бех М. В.* Автоматизированное проектирование динамических систем с помощью функций Ляпунова. — Харьков: Основа, 1993. — 113 с. 3. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория систем автоматического управления, издание четвертое, переработанное. — СПб.: Профессия, 2004. — 752 с. 4. *Неймарк Ю. И., Коган Н. Я., Савельев В. П.* Динамические модели теории управления. — М.: Наука, 1985. — 400 с. 5. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование: Пер. с англ. — М.: Мир, 1975. — 534 с.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ ДО ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ОДНІЇ ЗАДАЧІ ПЛАЗМОСТАТИКИ

Шерстнюк Дмитро Віталійович, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки,
Факультет Прикладної математики та менеджменту
E-mail: sherstnyuk.d@gmail.com

У роботі розглядається наступна задача плазмостатики. У круглому циліндрі радіусу R на відстані ρ_0 ($\rho_0 < R$) від центру через рівні кути $\frac{2\pi}{N}$ розташовані N гвинтових провідників із струмами, що рівні за величиною і напрямом. Вважатимемо, що задача має гвинтовою симетрією, тобто в циліндричній системі координат (ρ, φ, z) усі величини залежать лише від двох змінних ρ і $\omega = \varphi - \frac{\alpha z}{\rho_0}$, де $\alpha = \frac{2\pi\rho_0}{h}$, h – крок гвинта провідників. В цьому випадку від вихідних рівнянь Максвела для електромагнітного поля після деяких перетворень [1] можна перейти до скалярного рівняння для функції магнітного потоку ψ – рівнянню Греша-Шафранова:

$$\Delta^{**}\psi = -j_z^{ex} + \frac{2\alpha I}{v^2} - \frac{dI}{d\psi} - \frac{I}{v} \frac{dI}{d\psi} \text{ в } \Omega = \{\rho < R\}, \quad (1)$$

де

$$\Delta^{**}\psi \equiv \nabla \left(\frac{\nabla\psi}{\rho} \right) \equiv \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial\rho} \left(\frac{\rho}{v} \frac{\partial\psi}{\partial\rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial\omega^2}, \quad v \equiv 1 + \alpha^2\rho^2$$

j_z^{ex} – щільність струмів заданих провідників.

Тиск плазми $p(\psi)$ і функцію електричного струму $I(\psi)$ згідно з [1] візьмемо у вигляді

$$I = \frac{\alpha}{2\pi}, \quad p(\psi) = p_0 e^{-\frac{\psi^2}{q^2}}.$$

Крайова задача для рівняння (1) ставиться у колі $\Omega = \{\rho < R\}$, межа якого $\partial\Omega = \{\rho = R\}$ вважається непроникною для магнітного поля:

$$\psi|_{\partial\Omega} = C = \text{const}. \quad (2)$$

Стала C невідома і її треба знаходити з якихось додаткових умов. Наприклад, в [1] стали C рекомендують вибрати так, щоб

$$\psi|_{\rho=0} = 0. \quad (3)$$

Отже, для визначення ψ потрібно розв'язати у колі Ω рівняння (1) з

крайовою умовою (2) і додатковою умовою (3).

$$\text{Позначимо } F(\rho, \omega, \psi) = -j_z^{ex} + \frac{2\alpha I}{v^2} - \frac{d\rho}{d\psi} - \frac{I}{v} \frac{dI}{d\psi} \quad \text{і в задачі (1), (2)}$$

зробимо заміну $\psi = C + u$, де u – нова невідома функція. Тоді для функції u отримаємо крайову задачу з однорідною умовою Діріхле

$$\Delta^{**} u = F(\rho, \omega, C + u) \text{ у } \Omega, \quad (4)$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0. \quad (5)$$

Для розв'язання задачі (4), (5) скористаємося методом послідовних наближень. Нехай початкове наближення $u^{(0)}$ задане (наприклад, $u^{(0)} \equiv 0$) і знайдено наближення $u^{(k)}$. Тоді наступне $(k+1)$ -е наближення $u^{(k+1)}$ знайдемо як розв'язок лінійної задачі

$$\Delta^{**} u^{(k+1)} = F(\rho, \omega, C + u^{(k)}) \text{ у } \Omega, \quad (6)$$

$$u^{(k+1)}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (7)$$

що містить параметр C , $k = 0, 1, 2, \dots$

Наближений розв'язок задачі (6), (7) шукатимемо у вигляді

$$u^{(k+1)} \approx u_{2n+1}^{(k+1)} = c_0^{(k+1)}(R-\rho) + \sum_{j=1}^n c_{2j-1}^{(k+1)} \rho^j (R-\rho) \cos j\omega + \sum_{j=1}^n c_{2j}^{(k+1)} \rho^j (R-\rho) \sin j\omega. \quad (8)$$

Коефіцієнти $c_0^{(k+1)}, c_1^{(k+1)}, \dots, c_{2n}^{(k+1)}$ з (8) методом Гальоркіна [3] визначимо з умови ортогональності відхилу

$$R_{2n+1}(\rho, \omega, C) = \Delta^{**} u_{2n+1}^{(k+1)} - F(\rho, \omega, C + u^{(k)})$$

першим $2n+1$ координатним функціям

$$R-\rho, \quad \rho(R-\rho) \cos \omega, \quad \rho(R-\rho) \sin \omega, \quad \rho^2(R-\rho) \cos 2\omega, \\ \rho^2(R-\rho) \sin 2\omega, \quad \dots, \quad \rho^n(R-\rho) \cos n\omega, \quad \rho^n(R-\rho) \sin n\omega.$$

Далі, виходячи з (3), сталу C на $(k+1)$ -й ітерації визначимо з рівняння

$$C - R c_0^{(k+1)}(C) = 0.$$

1. *Брушлинський К.В.* Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. – 200 с.

2. *Брушлинський К.В., Морозов А.И., Петровская Н.Б.* Численное моделирование равновесной винтовой конфигурации с плазмой на сепаратрисе. – Математическое моделирование. – Т. 10, № 11. – 1998. – С. 29 – 36.

3. *Михлин С.Г.* Вариационные методы в математической физике. – М.: Наука, 1970. – 512 с.

**ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОЇ
ГРАВІТАЦІЙНОЇ КОНВЕКЦІЇ (У ЛІНІЙНОМУ НАБЛИЖЕННІ)
МЕТОДОМ R-ФУНКЦІЙ**

Артюх Антон Володимирович, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки,
факультет Прикладної математики та менеджменту
ant_artjukh@mail.ru

Розглянуто лінійну задачу розрахунку нестационарної гравітаційної конвекції. Нехай Ω – плоска однозв'язна обмежена область з кусково-гладкою межею $\partial\Omega$. Лінеаризована система рівнянь, що описує таку течію, може бути записана за допомогою функції течії $\psi(x, y, t)$, яка пов'язана з вектором швидкостей

$$\mathbf{v} = (v_x, v_y) \text{ за допомогою співвідношень } v_x = \frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x}, \text{ та}$$

температури $\theta = \theta(x, y, t)$ у вигляді

$$-\frac{\partial\Delta\psi}{\partial t} + \nu\Delta^2\psi - \beta\frac{\partial\theta}{\partial x} = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} - \kappa\Delta\theta = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (2)$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = f_0(s, t), \quad \frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = g_0(s, t), \quad s \in \partial\Omega, \quad t \geq 0, \quad (3)$$

$$\psi|_{t=0} = \psi_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}, \quad (4)$$

$$\theta|_{\partial\Omega} = h_0(s, t), \quad s \in \partial\Omega, \quad t \geq 0, \quad (5)$$

$$\theta|_{t=0} = \theta_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}, \quad (6)$$

де ν – кінематична в'язкість, κ – коефіцієнт температуропровідності,

β визначає об'ємне розширення, \mathbf{n} – зовнішня нормаль до $\partial\Omega$, $\frac{\partial f_0}{\partial s}$, g_0 –

деякі розподіли нормальної та дотичної складових швидкостей течії відповідно, h_0 – заданий розподіл температури на межі $\partial\Omega$,

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad \text{– оператор Лапласа,} \quad \Delta^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad \text{–}$$

бігармонічний оператор.

Методику задання функцій $f_0(s, t)$ та $g_0(s, t)$ розглянуто в [1].

Для розв'язання початково-крайової задачі (1) – (6) використовуємо методи R-функцій та Гальоркіна.

У роботі [1] було показано, що крайовим умовам (3) і (5) задовольняють жмутки функцій відповідно

$$\psi = f - \omega(D_1 f + g) + \omega^2 \Phi, \quad (7)$$

$$\theta = h + \omega \Upsilon, \quad (8)$$

де $f = EC f_0$, $g = EC g_0$, $h = EC h_0$ – продовження функцій f_0 , g_0 , h_0 у

$$\Omega, \quad D_1 v = \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} = (\nabla \omega, \nabla v), \quad \Phi = \Phi(x, y, t), \quad \Upsilon = \Upsilon(x, y, t) \quad -$$

невизначені компоненти структур, які вважатимемо достатньо гладкими.

Нехай межа $\partial\Omega$ області Ω кусково-гладка і може бути описана елементарною функцією $\omega(x, y)$ згідно з методом R-функцій [3], причому функція $\omega(x, y)$ задовольняє умовам:

$$1) \omega(x, y) = 0 \text{ на } \partial\Omega;$$

$$2) \omega(x, y) > 0 \text{ у } \Omega;$$

$$3) \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{n}} = -1 \text{ на } \partial\Omega, \text{ тобто } \omega(x, y) = 0 \text{ – нормалізоване рівняння}$$

$\partial\Omega$.

Для апроксимації невизначених компонент $\Phi = \Phi(x, y, t)$ та $\Upsilon = \Upsilon(x, y, t)$ скористаємося методом Гальоркіна для нестационарних задач [2]. Наближення до Φ та Υ шукатимемо у вигляді

$$\Phi \approx \Phi_N = \sum_{k=1}^N c_k(t) \tau_k(x, y),$$

$$\Upsilon \approx \Upsilon_N = \sum_{k=1}^N d_k(t) \varphi_k(x, y),$$

де $\{\tau_k\}$, $\{\varphi_k\}$ – деякі повні у просторі $L_2(\Omega)$ послідовності. Невідомі функції $c_1(t), \dots, c_N(t)$ та $d_1(t), \dots, d_N(t)$ знаходяться відповідно до методу Гальоркіна як розв'язок задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь.

Обчислювальний експеримент було проведено для прямокутної області. За базисні функції обирались тригонометричні поліноми та поліноми Лежандра. При обчисленні подвійних

інтегралів у методі Гальоркіна використовувалась формула Гауса з 16 вузлами по кожній координаті.

1. *Сидоров М. В.* О построении структур решений задачи Стокса // Радиоэлектроника и информатика, № 3, 2002. – С. 52 – 54.
2. *Михлин С.Г.* Численная реализация вариационных методов. – М.: Наука, 1966. – 432 с.
3. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ФУНКЦІЙ ГРІНА ТА МЕТОДУ КВАЗІФУНКЦІЙ ГРІНА ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ НЕЛІНІЙНОГО ЕЛІПТИЧНОГО РІВНЯННЯ

Луханін Володимир Сергійович, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки,
факультет Прикладної математики та менеджменту
lukhanin.volodymyr@gmail.com

У цій роботі розглядається наступна крайова задача [1]:

$$\begin{aligned} -\Delta u &= \lambda + u^p \quad \forall x \in \Omega \subset R^2, \\ u &> 0 \quad x \in \Omega, \quad u|_{\partial\Omega} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де λ , p – дійсні параметри, $\lambda > 0$, $p > 1$.

Відомо [2], що задача (1) еквівалентна інтегральному рівнянню

$$u(x) = \int_{\Omega} G(x, \xi) (\lambda + u^p(\xi)) d\xi, \quad (2)$$

де $G(x, \xi)$ – функція Гріна оператора Лапласа першої крайової задачі в області Ω .

На конусі K невід'ємних в $C(\Omega)$ функцій введемо у розгляд нелінійний оператор

$$Tu(x) = \int_{\Omega} G(x, \xi) (\lambda + u^p(\xi)) d\xi.$$

Можна довести, що:

- 1) оператор T є монотонним на конусі K ;
- 2) існує конусний відрізок $\langle v_0, w_0 \rangle$ такий, що $T \langle v_0, w_0 \rangle \subset \langle v_0, w_0 \rangle$, де $v_0(x) \equiv 0$, $w_0(x) = 1 - \varepsilon$, $0 \leq \varepsilon < 1$;
- 3) оператор T угнутий на $\langle v_0, w_0 \rangle$.
- 4) оператор T u_0 -угнутий. В якості u_0 оберемо

$$u_0(x) = \int_{\Omega} G(x, \xi) d\xi.$$

З угнутості отримуємо умову, яка пов'язує параметри λ , p та ε :

$$\left\{ \begin{aligned} \max_{x \in \Omega} \int_{\Omega} G(x, \xi) d\xi &\leq \frac{1 - \varepsilon}{\lambda + (1 - \varepsilon)^p}, \\ \lambda &\geq \begin{cases} (1 - \varepsilon)^p (p - 1), & t = 1, \\ \frac{(1 - \varepsilon)^p (t_* - t_*^p)}{1 - t_*}, & t \in [0, 1), \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

де $t_* \in [0,1)$ – розв’язок рівняння $1+t^p(p-1)=pt^{p-1}$, для якого максимальною є величина

$$\frac{(1-\varepsilon)^p(t_*-t_*^p)}{1-t_*}.$$

Для рівняння (2) з урахуванням (3) будемо ітераційний процес

$$u^{(k+1)}(x) = \int_{\Omega} G(x, \xi) \left[\lambda + \left(u^{(k)}(\xi) \right)^p \right] d\xi, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

з початковим наближенням $v_0 = 0$ та $w_0 = 1 - \varepsilon$. Отримаємо послідовність

$$v_0 \leq v_1 \leq \dots \leq u^* \leq \dots \leq w_1 \leq w_0,$$

де $u^* \in \langle v_0, w_0 \rangle$ – точний розв’язок задачі (1).

У випадку, коли функцію Гріна складно побудувати в області Ω , то від задачі (1) можна перейти [3] до еквівалентного інтегрального рівняння

на $W_1^2(\Omega)$

$$u(x) = - \int_{\Omega} G_2(x, \xi) (\lambda + u^p(\xi)) d\xi + \int_{\Omega} u(\xi) K(x, \xi) d\xi, \quad (4)$$

де

$$K(x, \xi) = - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\partial^2 q(x, \xi)}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 q(x, \xi)}{\partial \xi_2^2} \right), \quad G_2(x, \xi) = \frac{1}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{r} - q(x, \xi) \right),$$

$$q(x, \xi) = - \frac{1}{2} \ln(r^2 + 4\omega(x)\omega(\xi)), \quad r = \|x - \xi\| = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2},$$

$$x = (x_1, x_2), \quad \xi = (\xi_1, \xi_2),$$

$\omega = 0$ – нормалізоване до першого порядку рівняння межі $\partial\Omega$, $\omega > 0$

$\forall x \in \Omega$, $W_1^2(\Omega)$ – простір функцій, які дорівнюють нулю на $\partial\Omega$ та мають квадратично сумовні узагальнені похідні першого порядку в Ω .

До розв’язання нелінійного інтегрального рівняння (4) можна застосувати, наприклад, метод послідовних наближень [4].

1. *Positive Solutions for a Nonhomogeneous Semilinear Elliptic Problem with Supercritical Exponent.* Zhao Pei-hao, Zhong Cheng-kui, Zhu Jiang. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 254, 335-347 (2001)

2. *Красносельський М.А. и др. Приближенное решение операторных уравнений.* – М.:Наука, 1969. – 456 с.

3. *Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения.* – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с. 4. *Свирский И.В. Методы типа Бубнова-Галёркина и последовательных приближений.* – М.:Наука, 1968.- 199с.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ R -ФУНКЦІЙ ТА ГАЛЬОРКІНА ДО ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ПЕРЕМІШУВАННЯ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ, ВИКЛИКАНОГО СИСТЕМОЮ ТОЧКОВИХ ВИХОРИВ

Роговий Нікіта Сергійович, Україна

Стаднікова Ганна Вікторівна, Україна

Харківський національний університет радіоелектроніки,

Факультет Прикладної математики та менеджменту

E-mail: rogovoy.nikita@mail.ru

Задачі математичного моделювання і аналізу перемішування в'язких рідин зустрічається в багатьох прикладних областях, зокрема, в хімічній, фармацевтичній, харчовій промисловості тощо.

Розв'язок задачі перемішування складається з двох етапів:

1) визначення поля швидкостей течії рідини (формалізм Ейлера);

2) дослідження траєкторій руху окремих часток рідини (формалізм Лагранжа).

Розглядатимемо плоскопаралельний випадок. Нехай в'язка нестислива рідина заповнює область Ω . Рух рідини в області Ω викликаний N точковими вихорами з інтенсивностями $\Gamma_i(t)$, розташованими в точках (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, N$, t – час. Вважатимемо, що межа $\partial\Omega$ області Ω непротічна і нерухома. Тоді задача математичного моделювання течії рідини в області Ω зводиться до початково-крайової задачі для функції течії $\psi(x, y, t)$:

$$-\frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + \nu \Delta^2 \psi = F(x, y, t) \text{ в } \Omega, \quad t > 0, \quad (1)$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (2)$$

$$\psi|_{t=0} = 0, \quad (3)$$

де ν – кінематична в'язкість, $F(x, y, t) = \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) \cdot \delta(x - x_i, y - y_i)$, $\delta(x, y)$ – двовимірний дельта-функція Дірака.

Для розв'язання першої частини задачі перемішування пропонується наступний наближено-аналітичний метод, оснований на методах R -функцій і Гальоркіна.

Нехай в області Ω відома функція $\omega(x, y)$, що задовольняє умови:

$$1) \omega(x, y) = 0 \text{ на } \partial\Omega; \quad 2) \omega(x, y) > 0 \text{ у } \Omega; \quad 3) \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{n}} = -1 \text{ на } \partial\Omega,$$

де \mathbf{n} – зовнішня до $\partial\Omega$ нормаль.

Функція $\omega(x, y)$ з вказаними властивостями може бути побудована за допомогою R -функцій для досить широкого класу областей [2].

Тоді структура розв'язку початково-крайової задачі (1) – (3), тобто жмуток функцій, що точно задовольняє крайові умови (2), має вигляд [3]

$$\psi(x, y, t) = \omega^2(x, y)\Phi(x, y, t),$$

де $\Phi = \Phi(x, y, t)$ – невизначена компонента структури.

Для апроксимації невизначеної компоненти Φ використаємо метод Гальоркіна для нестационарних задач [1]. Для цього подамо Φ у вигляді

$$\Phi(x, y, t) \approx \Phi_n(x, y, t) = \sum_{k=1}^n c_k(t)\tau_k(x, y), \quad (4)$$

де $c_k(t)$, $k=1, \dots, n$, невідомі функції, $\{\tau_k\}$ – будь-яка повна в просторі $L_2(\Omega)$ система функцій (степеневі або тригонометричні поліноми, сплайни тощо). Подання Φ у вигляді (4) призводить до того, що наближений розв'язок задачі (1) – (3) ми шукатимемо у вигляді

$$\psi_n(x, y, t) = \sum_{k=1}^n c_k(t)\varphi_k(x, y), \quad (5)$$

де $\varphi_k = \omega^2\tau_k$, $k=1, \dots, n$.

Зазначимо, що в зроблених припущеннях $\{\varphi_k\}$ – координатна послідовність. Відповідно до методу Гальоркіна функції $c_k(t)$, $k=1, \dots, n$, знайдемо з умови ортогональності відхилу, що отримується при підстановці (5) в рівняння (1), координатним функціям $\varphi_1, \dots, \varphi_n$.

Для розв'язання другої частини задачі перемішування складена і розв'язана (з використанням чисельних методів розв'язання задачі Коші) система рівнянь руху лагранжевої частки:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0. \quad (6)$$

Далі, отримані траєкторії руху досліджувалися на наявність і характер хаотичної поведінки за допомогою методів нелінійної динаміки (знайдені і проаналізовані стаціонарні точки, побудовані фазові портрети, досліджені еволюції лінійного і плоского елементів). Отже, якісний аналіз системи (6) дозволив виділити зони ефективного перемішування.

1. *Михлин С.Г.* Численная реализация вариационных методов. – М.: Наука, 1966. – 432 с.

2. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.

3. *Сидоров М.В.* О построении структур решений задачи Стокса. // Радиоэлектроника и информатика. – 2002. – № 3. – С. 39 – 42.



АПРОКСИМАЦІЯ ПЕРШОЇ ГРАНИЧНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯННЯ ПУАССОНА НА НЕОРТОГОНАЛЬНОМУ ДЕВ'ЯТИТОЧКОВОМУ ШАБЛОНІ

Савчук Марія Романівна, Україна

Львівський національний університет імені Івана Франка,

Факультет прикладної математики та інформатики

Marichka.Savchuk@gmail.com

Багато процесів різноманітної фізичної природи приводять до диференціальних рівнянь у частинних похідних еліптичного типу, зокрема, це задачі стаціонарної теплопровідності, дифузії, тощо. Більшість граничних задач математичної фізики описуються рівнянням Пуассона або його окремим випадком — рівнянням Лапласа.

Нехай $\overline{G_0} = \{0 \leq x_1 \leq L, 0 \leq x_2 \leq M\}$ — прямокутник зі сторонами L і M , Γ - його межа. Розглянемо в області $\overline{G_0} = G_0 + \Gamma$ задачу Діріхле для рівняння Пуассона:

$$\Delta u = f(x), \quad x = (x_1, x_2) \in G_0; \quad u|_{\Gamma} = \mu(x), \quad (x_1, x_2) \in \Gamma. \quad (1)$$

Введемо прямокутну сітку:

$$\overline{\omega_h} = \left\{ x_1^{(i)} = ih_1, x_2^{(j)} = jh_2, h_1 = \frac{L}{l+1}, h_2 = \frac{M}{m+1}, i = \overline{0, l+1}, j = \overline{0, m+1} \right\}$$

і побудуємо різницевий оператор на неортогональному дев'ятиточковому шаблоні (рис. 1), ввівши чотири напрямки за лініями.

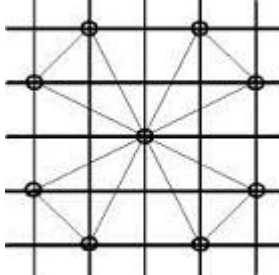


Рис.1 Неортогональний дев'ятиточковий шаблон

В результаті різницева задача для вихідної диференціальної запишеться так:

$$\Lambda_9 y_{i,j} = \left(\frac{2}{15h_2^2} - \frac{1}{30h_1^2} \right) (y_{i+1,j+2} + y_{i-1,j-2} + y_{i-1,j+2} + y_{i+1,j-2} - 4y_{i,j}) + \left(\frac{2}{15h_1^2} - \frac{1}{30h_2^2} \right) (y_{i+2,j+1} + y_{i-2,j-1} + y_{i-2,j+1} + y_{i+2,j-1} - 4y_{i,j}) = f_{i,j}, \quad (2)$$

$$i = \overline{2, l-1}, \quad j = \overline{2, m-1};$$

$$y_{i,j}|_{\Gamma} = \mu_{i,j}; \quad i = \overline{0, l+1}; \quad j = \overline{0, m+1}. \quad (3)$$

Для апроксимації вихідної задачі в приграничних вузлах використано кубічні сплайни. Тоді розв'язок представиться у вигляді:

$$y_{1,j} = \frac{-6y_{5,j} + 36y_{4,j} - 144y_{3,j} + 331y_{2,j} + 127y_{0,j}}{344}, \quad j = \overline{1, m};$$

$$y_{l,j} = \frac{-6y_{l-4,j} + 36y_{l-3,j} - 144y_{l-2,j} + 331y_{l-1,j} + 127y_{l+1,j}}{344}, \quad j = \overline{1, m};$$

$$y_{i,1} = \frac{-6y_{i,5} + 36y_{i,4} - 144y_{i,4} + 331y_{i,2} + 127y_{i,0}}{344}, \quad i = \overline{1, l};$$

$$y_{i,m} = \frac{-6y_{i,m-4} + 36y_{i,m-3} - 144y_{i,m-2} + 331y_{i,m-1} + 127y_{i,m+1}}{344}, \quad i = \overline{1, l}.$$

Нехай точний розв'язок задачі (2)-(3) рівний $u_t = \cos x_1 x_2 + \cos^2 x_2$, права частина $f = -(x_1^2 + x_2^2) \cos x_1 x_2 - 2 \cos 2x_2$; $a = 1, b = 1$.

У таблиці наведено результати обчислень для 7-ми та 9-ти точкових шаблонів для $l = m = 50$, точність $\varepsilon = 10^{-6}$.

Таблиця 1. Чисельні результати

Шаблон	Метод	Час	К-ть ітер.	Похибка
7-ми точк.	Зейделя	1,2158203	1886	0,00023058684
	МВРТ	1,8027344	1857	0,00023068915
9-ми точк.	Зейделя	0,7998047	574	0,00023723316
	МВРТ	1,1972656	546	0,00023723936

Для даної задачі побудовані ітераційні процеси методів Зейделя та верхньої релаксації за точками. Обчислювальним експериментом показано більша ефективність використання неортогонального дев'ятиточкового шаблону в порівнянні з семиточковим.

1. *Бистрицький М.С.* Метод побудови різницевих операторів на неортогональних шаблонах // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. — 1999. — Вип.1. — С.117–129.
2. *Савчук М.Р.* Підвищена апроксимація задачі Діріхле для рівняння Пуассона на неортогональному семиточковому шаблоні // П'ятнадцята всеукраїнська(десята міжнародна) СНКПМІ: тези доповіді 5-6 квітня 2012 р. , м.Львів– Львів ЛНУ 2012 –с.252-254.
3. *Самарський А.А.* Теория разностных схем./ *А.А. Самарский*— М.: Наука, 1983. — 616 с.



ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ R-ФУНКЦІЙ ДО ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ПОВІЛЬНОГО ОБТІКАННЯ В'ЯЗКОЮ РІДИНОЮ ДЕЯКИХ ТІЛ ОБЕРТАННЯ

Медведовський Владислав Ігорович, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки,
Факультет Прикладної математики та менеджменту
E-mail: vlad.medvedovskiy@gmail.com

Розглядається повільне обтікання тіла в'язкою нестисливою рідиною при наявності у течії осової симетрії (у сферичній системі координат (r, θ, φ)) немає залежності від кута φ). Відомо [1], що така течія у наближенні Стокса описується рівнянням

$$E^2(E^2\psi) = 0 \text{ зовні } \bar{\Omega}, \quad (1)$$

де $E^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$, $\psi = \psi(r, \theta)$ – функція течії, пов'язана з компонентами вектора швидкості співвідношеннями

$$v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v_\varphi = 0.$$

Якщо межа тіла непроникна і нерухома, то

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0 \text{ і } \left. \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\partial\Omega} = 0, \quad (2)$$

де \mathbf{n} – зовнішня до $\partial\Omega$ нормаль.

Поведінка функції току на нескінченності задається у вигляді

$$\psi \sim \frac{1}{2} U_\infty r^2 \sin^2 \theta, \text{ якщо } r \rightarrow \infty, \quad (3)$$

де U_∞ – незбурена швидкість рідини на нескінченності.

Теорема [2]. При будь-якому виборі досить гладких функцій Φ_1 та Φ_2 ($\Phi_1 \cdot r^{-2} \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$) крайовим умовам (2) та умові на нескінченності (3) точно задовольняє функція виду

$$\psi = \omega_M^2 (\psi_0 + \Phi_1) + \omega_M^2 (1 - \omega_M) \Phi_2,$$

де $\psi_0 = \frac{1}{4} U_\infty (r - R)^2 (2 + Rr^{-1}) \sin^2 \theta$ – розв'язок Стокса для задачі про обтікання сфери радіуса R (сфера радіуса R міститься в тілі, що обтікається), $\omega_M = f_M(\omega)$, $f_M(\omega) = \begin{cases} 1 - \exp \frac{M\omega}{\omega - M}, & 0 \leq \omega < M, \\ 1, & \omega \geq M, \end{cases}$ а ω –

функція, що будується з використанням конструктивного апарату теорії R-функцій [3] та має такі властивості:

- 1) $\omega > 0$ зовні $\bar{\Omega}$;
- 2) $\omega = 0$ на $\partial\Omega$;
- 3) $\frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{n}} = -1$ на $\partial\Omega$.

Для апроксимації невизначених компонент Φ_1 і Φ_2 скористаємось проєкційним методом Гальоркіна-Петрова [4]. Функції Φ_1 і Φ_2 подамо у вигляді

$$\Phi_1 \approx \Phi_1^{m_1} = \sum_{k=1}^{m_1} a_k \varphi_k, \quad \Phi_2 \approx \Phi_2^{m_2} = \sum_{j=1}^{m_2} b_j \tau_j,$$

де $\{\varphi_k(r, \theta)\} = \{r^{1-k} J_k(\cos \theta), k = 2, 3, \dots; r^{3-k} J_k(\cos \theta), k = 4, 5, \dots\}$ – повна система часткових розв'язків рівняння (1) відносно зовнішності сфери скінченного радіусу;

$$\{\tau_j(r, \theta)\} = \{r J_2(\cos \theta), J_3(\cos \theta), r^j J_j(\cos \theta), r^{j+2} J_j(\cos \theta), j = 2, 3, \dots\}$$

– повна система часткових розв'язків рівняння (1) відносно області $\{\omega(r, \theta) < M\}$, $J_n(\zeta)$ – функції Гегенбауера першого роду.

Обчислювальний експеримент був проведений для задачі обтікання частини параболоїда обертання $z = \frac{x^2 + y^2}{a^2}$, що відсікається площиною $z = b$ (рис. 1), при $U_\infty = 1$, $a = 2/3$, $b = 3$, $m_1 = 6$, $m_2 = 6$, $M = 2$.

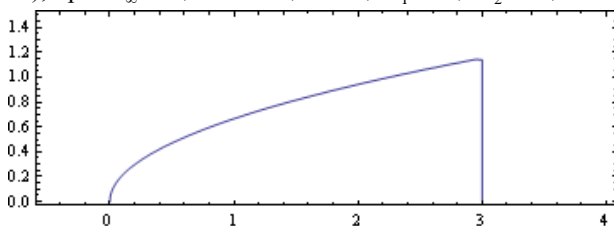


Рис. 1

1. Хатпель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. – М.: Мир, 1976. – 630 с.
2. Ламтюгова С.М., Сидоров М.В. Застосування методу R-функцій до розрахунку зовнішніх повільних течій в'язкої рідини // Відбір і обробка інформації. – 2012. – № 36(112). – С. 56 – 62.
3. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.
4. Красносельский М.А., Вайникко Г.М., Забрейко П.П., Рутцкий Я.Б., Стеценко В.Я. Приближенное решение операторных уравнений. – М.: Наука, 1969. – 420 с.

О ЗАСТОСУВАННІ МЕТОДУ БУБНОВА-ГАЛЬОРКІНА ДО ЗАДАЧІ О КОЛИВАННЯХ МЕМБРАНИ

Томанова Ірина Сергіївна, Україна
 Харківський національний університет радіоелектроніки,
 Факультет Прикладної математики та менеджменту
 E-mail: tominera@mail.ru

Розглянемо наступну задачу [1] для рівняння гіперболічного виду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f(x, y, t) \quad \forall (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (1)$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x, y), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = \psi(x, y). \quad (3)$$

Розв'язок задачі (1)-(3) шукаємо у вигляді

$$u_n(x, y, t) = \sum_{k=1}^n a_k(t) \varphi_k(x, y)$$

где $\varphi_k(x, y)$ - координатні функції, $a_k(t)$ - невідомі функції

Згідно методу Бубнова - Гальоркіна [2], складаємо

$$(Au_n - f, \varphi_j) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

$$Au = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right).$$

Після очевидних перетворень в (4) приходимо до наступної системи диференціальних рівнянь відносно $a_k(t)$, $k = 1, \dots, n$:

$$\sum_{k=1}^n \left[a_k''(t) (\varphi_k, \varphi_j) - a_k^2(t) (\Delta \varphi_k, \varphi_j) \right] = (f, \varphi_j), \quad j = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Для отримання початкових умов для системи (5) зробимо наступне.

Функції $\varphi(x, y)$ и $\psi(x, y)$ розкладаємо в ряди по координатним функціям і вимагаємо, щоб

$$\left\| \varphi(x, y) - \sum_{k=1}^n \alpha_k \varphi_k(x, y) \right\|_{L_2(\Omega)}^2 \rightarrow \min \quad (6)$$

$$\left\| \psi(x, y) - \sum_{k=1}^n \beta_k \varphi_k(x, y) \right\|_{L_2(\Omega)}^2 \rightarrow \min \quad (7)$$

Співвідношення (6), (7) приводять до наступних рівнянь відносно

$\alpha_k, \beta_k, k = 1, \dots, n$

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k (\varphi_k, \varphi_j) = (\varphi_j, \varphi), \quad j = 1, \dots, n, \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^n \beta_k (\varphi_k, \varphi_j) = (\varphi_j, \psi), \quad j = 1, \dots, n. \quad (9)$$

З (8) та (9) отримаємо такі початкові умови для системи (5):

$$a_k(t)|_{t=0} = \alpha_k, \quad k = 1, \dots, n, \quad (10)$$

$$a'_k(t)|_{t=0} = \beta_k, \quad k = 1, \dots, n.$$

Обчислювальний експеримент був проведений для

$$f(x, y, t) = 0, \quad \varphi(x, y) = Axy(a-x)(b-y), \quad A = 1$$

$$\psi(x, y) = 0, \quad \Omega = \{0 < x < a, 0 < y < b\},$$

$$\varphi_{kj} = \sin \frac{k\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b}, \quad n = 10.$$

На рис.1 показано результати обчислювального експерименту.

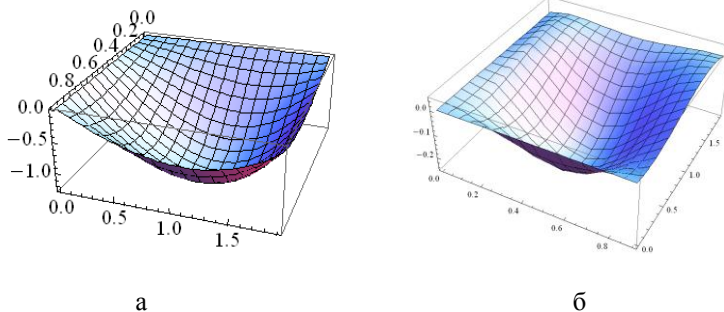


Рис.1-Графіки наближеного розв'язку, для $t=3$ (Рис.1 а), для $t=4$

(Рис.1 б)

1.Будак Б.М, Самарский А.А, Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. - М.:Физмат,2004,-688 с.

2.Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. – М.: Наука 1970—512 с.

МЕТОД ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ У ЗАСТОСУВАННІ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ АДВЕКЦІЇ – ДИФУЗІЇ

Славік Олексій Валерійович, Україна

Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. Прикладної математики

e-mail: forra92@mail.ru

Розглянемо задачу, яка описує стаціонарний процес адвекції – дифузії [1]:

$$-\Delta u + Pe \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, y) \quad \forall (x, y) \in \Omega, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma_1} = \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma_3} = 0, \quad (2)$$

$$u|_{\Gamma_2} = u|_{\Gamma_4} = 0. \quad (3)$$

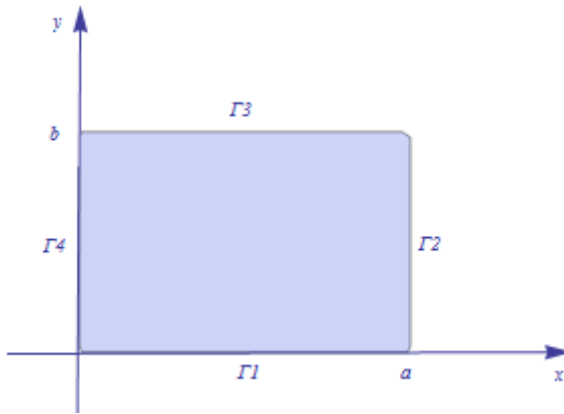


Рис.1. Область Ω .

Тут $f(x, y) \in L_2(\Omega)$ – задана функція, яка характеризує інтенсивність внутрішніх джерел субстанції, шукана функція $u(x, y)$ характеризує розподіл концентрації певної субстанції у середовищі, Pe – число Пекле, яке характеризує швидкість переносу.

Будемо оператор $\tilde{A}u = -\Delta u + Pe \frac{\partial u}{\partial x}$,

$$D(\tilde{A}) = \left\{ u \mid u \in C^2(\Omega), u|_{\Gamma_2} = u|_{\Gamma_4} = \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma_1} = \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma_3} = 0 \right\} \subset L_2(\Omega). \quad (4)$$

Оператор $\tilde{A}u$ не є симетричним на $D(\tilde{A})$, однак оператор $Au = -\Delta u$, $D(A) = D(\tilde{A})$ є додатно визначеним.

До задачі (1) - (3) застосуємо метод послідовних наближень [2].

Позначимо:

$$Au = -\Delta u, Cu = Pe \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (5)$$

Рівняння (1) набуває вигляду $Au + Cu = f$.

За перше наближення u_1 беремо розв'язок наступної задачі:

$$-\Delta u_1 = f(x, y), \quad u_1|_{\Gamma_2 \cup \Gamma_4} = 0, \quad \left. \frac{\partial u_1}{\partial n} \right|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_3} = 0. \quad (6)$$

Підставляючи u_1 в рівняння (1), отримаємо похибку розв'язку u_1

$$\Delta_2 = -Pe \frac{\partial u_1}{\partial x}. \quad (7)$$

Друге наближення u_2 шукаємо у вигляді:

$$u_2 = u_1 + \delta_2, \quad u_2|_{\Gamma_2 \cup \Gamma_4} = 0, \quad \left. \frac{\partial u_2}{\partial n} \right|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_3} = 0, \quad (8)$$

δ_2 визначимо з рівняння $A\delta_2 = \Delta_2$, що приводить для u_2 до крайової задачі

$$-\Delta u_2 = f(x, y) - Pe \frac{\partial u_1}{\partial x}, \quad u_2|_{\Gamma_2 \cup \Gamma_4} = 0, \quad \left. \frac{\partial u_2}{\partial n} \right|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_3} = 0. \quad (9)$$

Таким чином, для наближених розв'язків $u_n(x, y)$ задачі (1) - (3) отримаємо послідовність наступних крайових задач:

$$\begin{aligned} -\Delta u_1 &= f(x, y), \quad u_1|_{\Gamma_2 \cup \Gamma_4} = 0, \quad \left. \frac{\partial u_1}{\partial n} \right|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_3} = 0, \\ -\Delta u_2 &= f(x, y) - Pe \frac{\partial u_1}{\partial x}, \quad u_2|_{\Gamma_2 \cup \Gamma_4} = 0, \quad \left. \frac{\partial u_2}{\partial n} \right|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_3} = 0, \\ &\dots \\ -\Delta u_m &= f(x, y) - Pe \frac{\partial u_{m-1}}{\partial x}, \quad u_m|_{\Gamma_2 \cup \Gamma_4} = 0, \quad \left. \frac{\partial u_m}{\partial n} \right|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_3} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Оператор кожної з цих задач є додатно визначеним, а тому для їх розв'язання можна застосувати метод Рітца[3].

Розв'язання кожної задачі з (10) шукаємо у вигляді

$$u_{in} = \sum_{k=1}^n a_k \varphi_k(x, y), \quad i = 1, \dots, m, \quad (11)$$

координатні функції беремо у вигляді

$$\varphi_{il}(x, y) = \sin \frac{j\pi x}{a} \cos \frac{l\pi y}{b}, \quad j + l = 1, \dots, n, \quad j \neq 0 \quad (12)$$

1. *Савула Я. Г.* Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. – Львів: ЛНУ, 2004. – 221с.
2. *Свирский И. В.* Методы типа Бубнова – Галёркина и последовательных приближений. – М.: Наука, 1968. – 199с.
3. *Михлин С. Г.* Вариационные методы в математической физике. – М.: Наука, 1970. – 512с.

$$\begin{array}{r}
 222^6 \\
 \hline
 \overleftarrow{65} \quad \overleftarrow{173} \quad \overleftarrow{386} \quad \overleftarrow{666} \quad \overleftarrow{905} \quad \overleftarrow{989} \quad \overleftarrow{867} \quad \overleftarrow{609} \quad \overleftarrow{333} \quad \overleftarrow{138} \quad \overleftarrow{39} \quad \overleftarrow{6} \\
 64; \quad 384; \quad 1344; \quad 3200; \quad 5760; \quad 8064; \quad 9024; \quad 8064; \quad 5760; \quad 3200; \quad 1344; \quad 384; \quad 64; \\
 \hline
 119 \quad 7 \quad 0 \quad 6 \quad 5 \quad 3 \quad 1 \quad 3 \quad 3 \quad 8 \quad 3 \quad 0 \quad 4
 \end{array}$$

$$222^6 = 119706531338304$$

Якщо піднімати до певного степеня чотирицифрове число, то так само виписують одиничний трикутник, в якому додаються чотири цифри.

$$\begin{array}{r}
 2222^4 \\
 \hline
 \overleftarrow{8} \quad \overleftarrow{19} \quad \overleftarrow{37} \quad \overleftarrow{56} \quad \overleftarrow{71} \quad \overleftarrow{77} \quad \overleftarrow{69} \quad \overleftarrow{52} \quad \overleftarrow{33} \quad \overleftarrow{16} \quad \overleftarrow{6} \quad \overleftarrow{1} \\
 16; \quad 64; \quad 160; \quad 320; \quad 496; \quad 640; \quad 704; \quad 640; \quad 496; \quad 320; \quad 160; \quad 64; \quad 16; \\
 \hline
 24 \quad 3 \quad 7 \quad 6 \quad 7 \quad 7 \quad 3 \quad 2 \quad 9 \quad 6 \quad 6 \quad 5 \quad 6
 \end{array}$$

$$2222^4 = 24376773296656$$

Так само можна піднести будь-яке n -цифрове число виду “ $a\dots a$ ” до степеня k . Якщо ж мова піде про числа виду “ $abc\dots yz$ ” то їх піднімати до k -тої степені важче. Для цього потрібно буде використати формулу квадрату суми (для 2-гої степені), куба (для третьої) і так далі...

Ось наприклад як піднести число 82 до 2-гої степені. Спочатку запишемо формулу квадрату суми $(a + b)^2$ де ab – число.

$$\begin{array}{r}
 (ab)^2 \\
 \hline
 a^2; 2ab; b^2 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 82^2 \\
 \hline
 \overleftarrow{3} \quad \overleftarrow{1} \\
 64; \quad 32; 4 \\
 \hline
 67 \quad 2 \quad 4
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 (ab)^3 \\
 \hline
 a^3; 3a^2b; 3ab^2; b^3 \\
 \hline
 \overleftarrow{95} \quad \overleftarrow{77} \quad \overleftarrow{21} \\
 343; \quad 882; \quad 756; \quad 216 \\
 \hline
 438 \quad 9 \quad 7 \quad 6
 \end{array}
 \end{array}$$

$$(a + b)^n = \dots \quad \frac{(ab)^n}{\dots}$$

Якщо записувати двоцифрове число в k -тій степені $(ab)^k$, то під лінією повинно бути записано через кому $k + 1$ чисел – це можна взяти з трикутника Паскаля.

Що ж робити коли буде трицифрове число ???

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$, – тут є сума шести чисел, ab для 3-цифрових чисел ми бачимо що їх має бути 5, тому формулою буде:

$$\frac{(abc)^2}{a^2; 2ab; b^2 + 2ac; 2bc; c^2}$$

$$\frac{(abc)^3}{a^3; 3a^2b; 3ab^2 + 3a^2c; b^3 + 6abc; 3ac^2 + 3b^2c; 3bc^2; c^3}$$

Для k -тої степені доданків також забагато тому потрібно обережно створювати формули враховуючи k -сть коефіцієнтів в трикутнику.

$$\frac{(abc)^4}{a^4; 4a^3b; 6a^2b^2 + 4a^3c; 12a^2bc + 4ab^3; b^4 + 12ab^2c + 6a^2c^2; 12abc^2 + 4b^3c; 6b^2c^2 + 4ac^3; 4bc^3; c^4}$$

Таким способом можна вивести решту формул для n -цифрових чисел. Головне пам'ятати кількість доданків які повинні бути під лінією n -цифрового числа піднесеного до k -ї степені.

МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ НА БАЗІ ДОДАТКОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Лега Олеся Орестівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
olesjalega@gmail.com

В даній роботі розглядаються методи розв'язування задач багатокритеріальної оптимізації (ЗБО), а саме:

- Методом послідовних поступок.
- Методом послідовного введення обмежень для розв'язування ЗБО.
- Методом бажаної точки для розв'язування ЗБО.
- Методом задоволення вимог для розв'язування ЗБО

Майже кожна складна технічна задача є багатоцільовою, оскільки при виборі найкращого варіанту доводиться враховувати багато різних потреб та вимог. Серед цих потреб часто зустрічаються такі, що суперечать одна одній. Однак, майже всі математичні методи оптимізації призначені для знаходження екстремуму однієї функції, тобто для однієї мети. Тому, найчастіше намагаються звести багатоцільову задачу до одноцільової. Ця процедура в більшості випадків призводить до серйозного спотворення суті проблеми, а відповідно і до невиправданої заміни однієї задачі іншою.

Якщо при вирішенні одноцільових задач методологічних проблем не виникає, а можливі лише обчислювальні труднощі, то інша справа з багатоцільовими рішеннями. Тут основні нюанси пов'язані з наступною проблемою: що слід вважати найкращою альтернативою в задачі з декількома цільовими функціями, що протирічать одна одній та досягають максимуму в різних точках множини альтернатив. З цього приводу на сьогодні не існує єдиної думки, тому оцінка якості системи у випадку векторного показника якості є однією із головних проблем в теорії ефективності та дослідженні операцій.

Розглядатимемо скінченновимірні задачі багатокритеріальної максимізації:

$$f(x) \rightarrow \max, x \in X,$$

де X – множина альтернатив, яка є множиною з простору E^n ;
 $f(x) = (f_i(x))_{i \in M}$ – вектор критеріїв, який задається відображенням

$f: X \rightarrow E^m; M = \{1, 2, \dots, m\}$ – множина індексів критеріїв, m – кількість

критеріїв. У таких задачах множина альтернатив X , як правило, виділяється з якоїсь більш широкої множини $D \subseteq E^n$ за допомогою обмежень, що найчастіше представляються у виді нерівностей:

$$X = \{x \in D \mid g_1(x) \geq 0, g_2 \geq 0, \dots, g_k(x) \geq 0\},$$

де $g_j(x), j = 1, 2, \dots, k$, – числові функції, які визначені на D . При цьому вважається, що і вектор критеріїв $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))$ також визначений на D . У ролі множини D , як правило, виступає або весь простір E^n , або деяка його специфічна підмножина, наприклад, невід'ємний ортант $E_{\geq 0}^n$ утворений усіма векторами з невід'ємними компонентами:

$$E_{\geq 0}^n = \{x \in E^n \mid x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0\}$$

Практично, множина D виділяється з E^n за допомогою найпростіших і очевидних обмежень на змінні.

Також в роботі розглянуто правила вибору ефективних альтернатив при розв'язуванні ЗБО, створено програмний комплекс в середовищі Visual Studio 2010, що розв'язує поставлену задачу вищезгаданими методами.

1. *Волошин О.Ф., Мащенко С.О.* Моделі та методи прийняття рішень: Навчальний посібник. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2006.-336с.
2. *Мушик Э., Мюллер П.* Методы принятия технических решений. – Москва: Мир, 1990. – 206 с.
3. *Тоценко В.Г.* Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. – Київ: Наукова думка, 2002. – 381с.

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ МАЖОРАНТНОГО ТИПУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Ярмощук Катерина Максимівна, Україна

Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики

Katya-Y1993@bigmir.net

В [1-7] було розглянуто два підходи до побудови чисельних методів мажорантного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Нами розглянуто два чисельні методи (інтерполяційний і екстраполяційний) розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, питання збіжності, точності та обчислювальної стійкості методів. Для дослідження ефективності методів теми проведено порівняльний аналіз їх ефективності з відомими методами.

Розглянемо задачу Коші для звичайного диференціального рівняння першого порядку: $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$.

Чисельні методи мажорантного типу на класі опуклих функцій.

Інтерполяційний метод:

$$y_{i+1} = y_i + h \frac{f(x_{i+1}, y_{i+1}) - f(x_i, y_i)}{\ln(f(x_{i+1}, y_{i+1})/f(x_i, y_i))}, i = 0, 1, \dots, n-1.$$

Екстраполяційний метод:

$$y_{k+1} = y_k + h \frac{f(x_k, y_k)}{f(x_{k-1}, y_{k-1})} \frac{f(x_k, y_k) - f(x_{k-1}, y_{k-1})}{\ln(f(x_k, y_k)/f(x_{k-1}, y_{k-1}))}, k = 0, \dots, n-1.$$

Ці чисельні методи є найефективнішими у тому випадку, коли функція, що апроксимується неklasичною мажорантою Ньютона, є опуклою, і точними, – коли вона є кусково-експоненційною.

Чисельні методи мажорантного типу на класі вгнутих функцій.

Інтерполяційний метод:

$$y_{i+1} = y_i + h \left(f(x_i, y_i) + \frac{f(x_{i+1}, y_{i+1}) - f(x_i, y_i)}{1 - \exp(f(x_i, y_i) - f(x_{i+1}, y_{i+1}))} - 1 \right),$$

$$i = 0, \dots, n-1.$$

Екстраполяційний метод:

$$y_{i+1} = y_i + h(f(x_i, y_i) - 1) +$$

$$+ \frac{2 - \exp(f(x_{i-1}, y_{i-1}) - f(x_i, y_i))}{1 - \exp(f(x_{i-1}, y_{i-1}) - f(x_i, y_i))} \ln(2 - \exp(f(x_{i-1}, y_{i-1}) - f(x_i, y_i))),$$

$$i = 0, \dots, n - 1.$$

Ці методи є найефективніші у тому випадку, коли функція, що апроксимується некласичною мажорантою Ньютона, є вгнутою, і точними, – коли вона є кусково-логіарифмічною.

Якщо порівняти результати чисельного розв'язування задачі Коші, можна дійти висновку: чисельні методи мажорантного типу дають кращі результати, ніж метод Ейлера, трапецій та метод Рунге-Кутта II порядку.

Розроблені чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їхніх систем є двоточковими. Ці методи конкурують із багатокроковими чисельними методами. Вони є значно ефективніші.

1. Федчишин Н., Цегелик Г. Інтерполяційний метод мажорантного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь // Доп. НАН України. Матем. Природознавство. Техн. науки. – 2002. – №2. – С.37-43.
2. Федчишин Н., Цегелик Г. Про збіжність інтерполяційного методу мажорантного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. та інформ. – 2000. – Вип. 2. – С. 77-81.
3. Федчишин Н., Цегелик Г. Про обчислювальну стійкість інтерполяційного методу мажорантного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь // Вісн. НУ „Львівська політехніка”. Прикладна математика. – 2000. – № 411. – С. 337-340.
4. Підківка Л. І. Цегелик Г.Г. Новий чисельний метод інтерполяційного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь // Наук. зб. „Прикл. проблеми механ. і матем.” – 2004. – Вип. 2. – С. 69-73.
5. Гринська Н., Підківка Л., Цегелик Г. Про точність екстраполяційного методу мажорантного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. та інформ. – 2003. – Вип. 6. – С. 86-89.
6. Лецишин Н.Р., Цегелик Г.Г. Екстраполяційний метод числового розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь // Волин. матем. вісн. Сер. прикл. матем. – 2008. – Вип.5(14). – С.265-276.
7. Підківка Л., Федчишин Н., Цегелик Г. Екстраполяційний метод мажорантного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. та інформ. – 2002. – Вип. 4. – С. 76-82.

ОЦІНЮВАЧІ ПОХИБОК ТА h -АДАПТИВНИЙ МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ОДНОВИМІРНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

Зінчук Марія Тарасівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
maryzinchuk@gmail.com

1. Формулювання задачі. Розглянемо крайову задачу: знайти функцію $u = u(x)$ таку, що

$$\begin{cases} -(\mu(x)u'(x))' + \beta(x)u'(x) + \sigma(x)u(x) = f(x) \quad \forall x \in \Omega = (0,1), \\ u(0) = 0, \quad u(1) = 0 \end{cases}$$

та її варіаційне формулювання:

$$\begin{cases} \text{знайти } u \in V = \{v \in H^1(\Omega) : v(0) = 0\} \text{ таку, що} \\ c(u, v) = \langle l, v \rangle \quad \forall v \in V, \quad \text{де} \\ c(u, v) = \int_0^1 (\mu u' v' + \beta u' v + \sigma uv) dx, \\ \langle l, v \rangle = \int_0^1 f v dx \quad \forall u, v \in V. \end{cases}$$

Мета роботи – побудувати схему МСЕ, яка б мала обчислювати апроксимації з наперед заданою точністю $\varepsilon(\%)$ [1].

2. Квадратичні апроксимації. На сітці з N скінченних елементів $K_{i+1/2} = (x_i, x_{i+1})$ довжиною $h_{i+1/2} = x_{i+1} - x_i$ виберемо квадратичну апроксимацію шуканого розв'язку у вигляді:

$$u_h(x) = \{2\theta(\theta-1/2)\}u_i + \{4\omega\theta\}u_{i+\frac{1}{2}} + \{2\omega(\omega-1/2)\}u_{i+1}.$$

Тут і далі
$$\begin{cases} \theta = \theta(x) = (x_{i+1} - x)/h_{i+1/2}, \\ \omega = \omega(x) = (x - x_i)/h_{i+1/2}. \end{cases}$$

Похибку наближення апроксимацій $e(x) = u(x) - u_h(x)$ будемо шукати у вигляді такого апостеріорного оцінювача похибки:

$$e(x) = \{\omega\theta(\theta - \omega)\}\lambda_{i+1/2}.$$

3. Кубічні апроксимації першого типу

Апроксимація шуканого розв'язку:

$$u_h(x) = \{\theta^2(2\omega + 1)\}u_i + \{h\theta^2\omega\}u'_i + \{\omega^2(2\theta + 1)\}u_{i+1} - \{h\omega^2\theta\}u'_{i+1}$$

Апостеріорний оцінювач похибки:

$$e(x) = \{16\theta^2\omega^2\}\lambda_{i+1/2}.$$

4. Кубічні апроксимації другого типу

Апроксимація шуканого розв'язку:

$$u_h(x) = \{\theta(\theta - \omega)^2\}u_i + \{4\theta\omega\}u_{i+1/2} + \{2h\theta\omega(\omega - \theta)\}u'_{i+1/2} + \{\omega(\theta - \omega)^2\}u_{i+1}$$

Апостеріорний оцінювач похибки:

$$e(x) = \{\theta\omega(\omega - \theta)^2\}\lambda_{i+\frac{1}{2}}$$

5. Приклад

$$\mu = 1, \beta = 10^4(x - 0.5)^2, \sigma = 4 \cdot 10^3 x^2, f = 10^4, \varepsilon = 1\%$$

В таблицях наведено деякі характеристики збіжності апроксимацій МСЕ та апостеріорних оцінювачів похибок, обчислені за описаною вище методикою.

Таблиця1. Збіжність квадратичних апроксимацій

Крок	N	$\ e_h\ _V$	$\ u_h\ _V$	p
1	14	2087,03	224,52	-
4	42	498,75	272,46	1,3
8	76	12,17	273,22	3
11	85	0,69	287,7	4,4

Таблиця2. Збіжність кубічних апроксимацій першого типу

Крок	N	$\ e_h\ _V$	$\ u_h\ _V$	p
1	14	1793,4	309,57	-
4	50	363,78	242,04	1,2
7	89	7,57	241,85	3
9	96	0,24	287,79	4,6

Таблиця3. Збіжність кубічних апроксимацій другого типу

Крок	N	$\ e_h\ _V$	$\ u_h\ _V$	p
1	14	1433,45	573,33	-
4	36	267,25	352,56	1,8
7	48	8,15	240,13	4,2
9	51	0,38	287,71	6,3

1. Абрамов Є. Частинами квадратичні та кубічні апроксимації h-адаптивного МСЕ для одновимірних крайових задач / Є. Абрамов, Г. Квасниця, Г. Шинкаренко // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. інформ. – 2011. – Вип.17. – С. 47-61.



ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ СЕРЕД ПІДПРИЄМСТВ

Подлесна Надія Леонідівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
nadya.podlesna@mail.ru

Застосування методу динамічного програмування для розв'язування різних задач економіки, техніки тощо знайшло своє відображення як в роботах Р. Беллмана та його учнів [1-3], так і в працях багатьох інших зарубіжних і вітчизняних учених, зокрема Г. Вангера, О. С. Вентцель, Ю. П. Зайченка, І. Л. Каліхмана, Х. Таха, Дж. Хедлі та ін. [4-7].

В доповіді розглянуто використання методу динамічного програмування для розв'язування задачі про оптимальний розподіл ресурсів серед m підприємств. Розглянемо цю задачу як однокроковий, двокроковий і n -кроковий процес, і в кожному випадку побудуємо функціональні рівняння.

Припустимо, що між підприємствами A_1, A_2, \dots, A_m треба розподілити ресурси x так, щоб загальний дохід від вкладених ресурсів за певний період часу був максимальним.

Розглянемо цю задачу спочатку як однокроковий процес, який складається з одного періоду. Нехай підприємству $A_i (i = 1, 2, \dots, m)$

виділено x_i ресурсів, де

$$\sum_{i=1}^m x_i = x.$$

Якщо вважати, що протягом визначеного періоду вкладені ресурси x_i в підприємство $A_i (i = 1, 2, \dots, m)$ приносять дохід $p_i(x_i)$, то загальний дохід від вкладених ресурсів становитиме

$$r(x) = \sum_{i=1}^m p_i(x_i).$$

Тоді найбільший дохід $F_1(x)$, який можуть принести ресурси x при їх оптимальному розподілі між підприємствами A_1, A_2, \dots, A_m , дорівнює

$$F_1(x) = \max \sum_{i=1}^m p_i(x_i).$$

Тепер цю саму задачу розглянемо як двокроковий процес, який складається з двох періодів. Оскільки дохід отримується внаслідок випуску і реалізації продукції, то на початок другого періоду підприємство $A_i (i = 1, 2, \dots, m)$ матиме $a_i x_i$ ресурсів, де $0 \leq a_i \leq 1$. Найбільший дохід, який можна отримати від сумарного залишку $\sum_{i=1}^m a_i x_i$ протягом другого періоду, дорівнює

$$F_1 \left(\sum_{i=1}^m a_i x_i \right).$$

Тоді найбільший дохід, який може бути одержаний від суми x за обидва періоди дорівнює

$$F_2(x) = \max \left\{ \sum_{i=1}^m p_i(x_i) + F_1 \left(\sum_{i=1}^m a_i x_i \right) \right\}.$$

Якщо цю задачу розглядати як n -кроковий процес, який складається з n періодів, тоді найбільший дохід виражається формулою

$$F_n(x) = \max \left\{ \sum_{i=1}^m p_i(x_i) + F_{n-1} \left(\sum_{i=1}^m a_i x_i \right) \right\},$$

де $F_{n-1} \left(\sum_{i=1}^m a_i x_i \right)$ - дохід, який отримується від $n-1$ останніх років за умови, що ресурси, які залишились після першого кроку, на $n-1$ кроках розподілились найкращим чином.

Ми розв'язали дану задачу у випадку розподілу ресурсів між 3-ма та 4-ма підприємствами.

1. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1960. – 400с.
2. Беллман Р. Динамическое программирование и современная теория управления / Р. Беллман, Р. Калаба. – М. : Наука, 1969. – 118с.
3. Беллман Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – М. : Наука, 1965. – 458с.
4. Вагнер Г. Основы исследования операций. Т. 1-3. М.: Мир, 1972-73.
5. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. М.: Высш. шк., 2001
6. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. – К.: ЗАТ „ВПОЛ”, 2000.
7. Калихман И.Л., Войтенко М.А. Динамическое программирование в примерах и задачах. М.: Высш. шк., 1973.



СКІНЧЕННІ ЕЛЕМЕНТИ ЗБАГАЧЕНІ БЕЗСІТКОВИМИ ФУНКЦІЯМИ

Бехта Марко Іванович, Україна

Львівський національний університет імені Івана Франка,

факультет прикладної математики та інформатики

e-mail: markob@prykladna.lviv.ua

Вступ. Одним із цікавих та нових напрямів розвитку числових методів для розв'язання прикладних проблем, зокрема крайових задач є група безсіткових методів. Нами розглядається один із цих методів, а саме – безсітковий метод Гальоркіна [2]. В чистому варіанті цей метод, як і будь-який інший, має певні недоліки:

- Трудомісткість обчислень значень безсіткової базової функції та її похідної у точці.
- Складності інтегрування цих функцій.
- Необхідність застосування спеціальних підходів для забезпечення виконання граничних умов типу Діріхле.

На основі описаних недоліків власне і ґрунтується ідея збагачених скінченних елементів, трохи детальніше які розглянемо далі.

Ідея збагачених скінченних елементів. Головна ідея полягає в тому, що безсіткові вузли розташовуємо всередині скінченного елемента, і таким чином покращуємо апроксимацію на ньому (подібно до застосування функцій бульбашок). Аби забезпечити неперервність апроксимації скінченними елементами використовується модифіковані безсіткові функції вигляду:

$$N_i^p = (P^T(x) - P_{FEM}^T(x))\alpha(x) \quad (5)$$

де $P^T(x)$ - базовий вектор по якому будується безсіткові функції, $P_{FEM}^T(x)$ - той же вектор спроектований на скінченноелементний простір, вектор $\alpha(x)$ - вектор невідомих, який шукається так як і для звичайного безсіткового методу, а саме з системи $\mathbf{M}(x)\alpha(x) = \mathbf{P}(x)\phi(x)$, тут $\phi(x)$ – вагова функція (додатна, локально визначена), де $\mathbf{M}(x)$ – матриця Грама. Детальніше про цю апроксимацію див. [1].

Це гарантує нам те, що у скінченноелементних вузлах безсіткові функції будуть рівні нулю.

Таке розташування безсіткових вузлів всередині скінченного елемента дозволяє нам усунути певні проблеми безсіткового методу а саме:

- Усунено проблему забезпечення виконання граничних умов типу Діріхле – адже безсіткові функції у скінченноелементних вузлах рівні нулю і умови забезпечуємо так як і для звичайного МСЕ.

- Якщо скористатись ізопараметричним збагаченим елементом то можна кардинально зменшити кількість обчислень безсіткових функцій.

- Спростується інтегрування по складних областях, адже інтегруємо по елементу, а не по області.

Числовий експеримент. Для прикладу розглянемо задачу стаціонарної адвекції-дифузії з переважаючою адвективною складовою, адже як відомо у такому випадку виникають несприродні осциляції числового розв'язку.

$$-\frac{d^2u(x)}{dx^2} + 100\frac{du(x)}{dx} = f(x), \quad x \in [0,1] \quad (6)$$

$$u(a) = 0, \quad u(b) = 0 \quad (7)$$

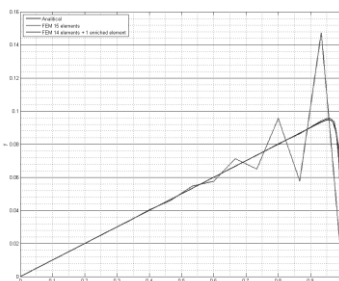


Рис. 1. Графік наближеного розв'язку.

Для розв'язання було використано 15 скінченних елементів, а у другому випадку один із яких – збагачений. Як бачимо з рисунку застосування збагаченого елемента усунуло осциляції числового розв'язку.

Висновки. Було розроблено підхід до застосування безсіткового методу, що дозволяє уникнути певних проблем цього методу. Проведені числові експерименти демонструють ефективність такого підходу.

1. *Fries T.P., Matthies H.G.* A stabilized and coupled meshfree/meshbased method for the incompressible Navier-Stokes equations – part II: Coupling // *Comp. Methods in Appl. Mech. Engrg.* – 2006. – 195, 6191-6204 pp.
2. *Huerta, A., Belytschko, T. Fernández-Méndez, S. and Rabczuk, T.* Meshfree Methods // *Encyclopedia of Computational Mechanics.* – 2004, Vol. 1, Chapter 10, pp. 279-309.



ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ПО ПРЯМИМ ПОКАЗНИКАМ ЯКОСТІ

Тарасенко Карина Анатоліївна, Україна

Національний технічний університет «Харківський політехнічний
інститут», факультет Інформатики та управління

tarasenkoKA@gmail.com

Вступ. У сучасному суспільстві системи автоматичного керування (САК) є об'єктами активних досліджень. При розробці та розвитку САК важливою науковою задачею є задача параметричного синтезу [1]. Особливістю задачі параметричного синтезу є складність визначення прямих показників якості (ППЯ) систем як функцій їх змінних параметрів. Розв'язання задачі багатокритеріального параметричного синтезу досягається шляхом оптимізації показників якості системи. Складність оптимізації показників якості часто обумовлена високим порядком САК, безліччю її змінних параметрів, складністю обчислення показників якості.

Критерії якості керування. Якість є однією з найважливіших характеристик, що визначає ефективність автоматичних систем регулювання. На практиці вимоги до якості перехідного процесу задаються як обмеження для показників перехідного процесу або як вимоги близькості кривої перехідного процесу до заданої кривої [2]. Тому задача багатокритеріального синтезу оптимальних систем зводиться до задачі векторної оптимізації, в якій сукупність усіх вимог до якості САК враховується деякою сукупністю функціоналів, що утворюють векторний критерій якості. З урахуванням можливості ієрархії показників якості можна досягти більш гнучкого підходу пошуку оптимального набору ППЯ. Для вирішення проблеми суперечливості показників необхідно сформулювати прямі критерії оптимальності. Це дозволить вирішити задачу багатокритеріального синтезу як пошук компромісу між суперечливими показниками якості та поліпшити якість перехідного процесу.

Обчислення показників якості. Для перехідної функції САК визначимо екстремуми $E_i, i = \overline{1, m}$. Для обчислення перерегулювання σ застосуємо операцію зрізки $\lfloor y \rfloor$ довільної змінної величини y :

$$\lfloor y \rfloor = \max\{x, 0\} : \sigma = \begin{cases} 0, & m = 0, \\ \lfloor E_{\max} \rfloor, & m > 0. \end{cases}$$

Показник коливальності перехідної функції визначимо як максимальний розмах коливань за формулою:

$$\zeta = \begin{cases} 0, & m = \overline{0, 1}, \\ \max_i |E_{2i-1} - E_{2i}|, & m > 1, i = \overline{1, [m/2]}. \end{cases}$$

Показник згасання коливань перехідної функції визначимо як максимум відносин амплітуд $A_i = |E_i|$:

$$\lambda = \begin{cases} 0, & m = \overline{0, 1}, \\ \max_i \{A_i / A_{i-1}\}, & m > 1, i = \overline{2, m}, \end{cases}$$

Час регулювання t_c визначається максимальним моментом часу попадання відхилення $z(t)$ у заданий інтервал $[-\delta_z, \delta_z]$, що відповідає умовам: $|z(t_c)| = \delta_z$, $t > t_c \Rightarrow |z(t)| < \delta_z$. Отже, маємо: $u_i = \delta_z \operatorname{sign} Z_{k-1} - Z_{k-1}$, $v_{0i} = r_{\text{ук}} \cdot h$. Для більшості САК критерієм з найвищим пріоритетом є максимальне відхилення σ . Наступним за пріоритетом є показник коливальності процесу ζ . Останній з розглянутих критеріїв — відносне значення часу регулювання процесу. Задачу оптимізації ППЯ можна сформулювати: $\min_{x \in D} \tau(x)$, $D = \{x \mid \sigma(x) \leq \sigma_m, \zeta(x) \leq \zeta_m\}$, де σ_m і ζ_m — максимально допустимі значення показників, $\tau = t_c / T_f$, T_f — час спостереження. Задаючи функції $g_1(x) = \sigma(x) - \sigma_m$, $g_2(x) = \zeta(x) - \zeta_m$, $f(x) = \tau(x)$, представимо задачу нелінійного програмування — мінімізувати скалярну цільову функцію $f(x)$ у допустимій області $D = \{x \mid g_1(x) \leq 0, g_2(x) \leq 0\}$, визначеною обмеженнями: $\min_{x \in D} f(x)$. Доцільно математичну модель задачі оптимізації представити у вигляді єдиної векторної функції: $\mathbf{f}(x) = (f_1(x), f_2(x), f_3(x))$. Накладемо обмеження на перші два критерії $f_1(x) \leq C_1$, $f_2(x) \leq C_2$, де $C_1 = \sigma_m$, $C_2 = \zeta_m$ — верхні допустимі значення критеріїв. Третій критерій $f_3(x)$ необхідно мінімізувати при виконанні введених обмежень. Сформуємо штрафні функції для критеріїв і отримаємо тривимірну штрафну вектор-

функцію: $\mathbf{F}(x) = (\lfloor \Delta \sigma(x) \rfloor, \lfloor \Delta \zeta(x) \rfloor, \tau(x))$. Отже, приходимо до єдиної векторної моделі задачі оптимізації ППЯ.

Висновки. Проведено аналіз чисельних методів інтегрування систем диференційних рівнянь, розроблено моделі для обчислення ППЯ, методи і алгоритми параметричного синтезу САК за прямими показниками якості.

1. *Северин В. П.* Методы анализа и синтеза систем автоматического управления энергоблоков атомных электростанций / В. П. Северин // Проблемы обеспечения безопасности информационных и управляющих систем АЭС. – Одесса: Астропринт. – 2010. – С. 137-152. **2.** *Бесекерский В. А.* Теория систем автоматического регулирования / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – М.: Наука, 1975. – 768 с.

ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМІВ ПАРАЛЕЛЬНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ

Кавецька Марта Богданівна та Дияк Ростислав Іванович, Україна
ЛНУ ім. Івана Франка, прикладна математика та інформатика
Petelka@e-mail.ua , Glebagres@gmail.com

Паралельні обчислення – це вирішення багатьох проблем розв’язання складних, багатовимірних задач. Основна ідея паралельних обчислень – мінімізація часу виконання задачі за рахунок розподілу навантаження між декількома обчислювальними пристроями. У наш час існує безліч складних, багатовимірних задач, які необхідно розв’язати трудомісткими методами за обмежений час і з обмеженим об’ємом оперативної пам’яті. Одним з таких методів є метод граничних елементів, який ми використовуємо для розв’язання плоскої задачі теорії пружності.

Знаходження напружено деформованого стану тіла можна описати крайовою задачею

$$\mu \Delta U + \text{grad div} U = 0, \quad x \in \Omega \quad (1)$$

$$u = \bar{u}, \quad x \in \partial\Omega_u \quad (2)$$

$$t = \bar{t}, \quad x \in \partial\Omega_p \quad (3)$$

Розв’язання задачі (1)-(3) еквівалентне розв’язанню систем інтегральних рівнянь:

$$\bar{U} + \int_{\Gamma} \hat{H} \times \bar{U} d\Gamma = \int_{\Gamma} \hat{G} \times \bar{t} d\Gamma, \quad (4)$$

тут $\bar{U} = (u_1, u_2)^T$, $\bar{t} = (t_1, t_2)^T$,

\hat{H}, \hat{G} – ядра.

Прямий метод граничних елементів використовується для побудови розв’язку (4)[1].

Основні етапи цього підходу можна визначити як:

а) границя розбивається на N скінченних елементів, а переміщення та зусилля апроксимуються з використанням кусково-лінійних інтерполяційних функцій між вузловими точками елементів;

б) рівняння (4) записується в дискретному вигляді для кожної точки границі та обчислюються інтеграли по кожному граничному елементі. У результаті отримуємо систему $2N$ лінійних алгебраїчних рівнянь відносно N зусиль і N переміщень у вузлах;

в) враховуються граничні умови та відповідно задається N вузлових величин. Для знаходження решти граничних величин розв’язується система N рівнянь.



Метод граничних елементів дає можливість розв'язувати задачі з використанням дискретизації лише границі області. Як тільки отримано необхідну інформацію про значення на границі, можуть бути обчислені значення змінних, які описують розв'язок, у будь-яких внутрішніх точках. Більш того, розв'язок повністю неперервний всередині тіла.

МГЕ ми реалізовували з використанням однієї з бібліотек, які реалізують паралелізм обчислень, а саме MPI (MessagePassing Interface)[2]. У рамках MPI прийнятий такий підхід, що розробляється одна програма, яка запускається одночасно на виконання на всіх наявних ядрах одного процесора або множини процесорів, після чого інформація обчислень збирається головним процесом і об'єднується в один розв'язок задачі. Існують переваги, що ставлять інтерфейс передачі даних на порядок вищим за інші спеціалізації:

- MPI значно знижує проблеми перенесення паралельних програм між різними компонентами системи - паралельна програма, розроблена на алгоритмічній мові C/C++/C# чи Fortran з використанням бібліотеки MPI, як правило, працюватиме на різних обчислювальних платформах;
- MPI сприяє підвищенню ефективності паралельних обчислень, оскільки нині практично для кожного типу обчислювальних систем існують реалізації бібліотек MPI, які максимально враховують можливості комп'ютерного обладнання;
- MPI зменшує складність розробки паралельних програм, тому що більша частина основних операцій передачі даних передбачається стандартом MPI.

1. Beer G. The Boundary Element Method with Programming/ Beer G., Smith I., Duenser C. – Springer.–2008.–497р.
2. Guege I. A new parallel sparse direct solver. Presentation and numerical experiments in large-scale structural mechanics parallel computing/ Guege I., El Arem S., Feyel F. and others. // Int. J. Numer. Meth. Engng. 2011,88.–P. 370-384.

МОДЕЛЮВАННЯ



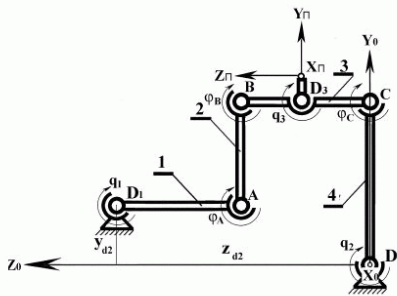
**МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ ПОБУДОВИ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ
МЕХАНІЗМАМИ ПАРАЛЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ У
РОБОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ**

М. П. Бондаренко, О. В. Чічкань, Україна

Харківський університет радіоелектроніки, Прикладної математики і менеджменту

bondarenko-nikita91@mailru, leeuna@list.ru

Створення "розумних" роботів пов'язано, як правило, з доданням їм людських якостей. Це здатність розпізнавати образи, брати участь в інтерактивних операціях, ставити завдання і приймати рішення. Тому в подальшому слід зупинитися більш детально на детальному розгляді підсистем нижчого рівня, які виконують технологічні операції обробки заготовок, і зв'язок даних підсистем з підсистемами вищого рівня. Задана шарнірна система, що є рукою робота з двигунами, шарнірами, датчиками контролю кутів повороту двигунів і датчики вимірювання кутів взаємного положення ланок (малюнок 1.1). Для визначення положення вихідної ланки необхідно знати тільки частина вимірюваних датчиками значень кутів. Необхідно вибрати групу вимірювальних датчиків з повного набору, які б забезпечили мінімум похибки визначення положення вихідної ланки.



Малюнок 1.1

Розглянемо похибки вихідної ланки в системі координат (XYZ) П. Дані похибки шляхом матричних перетворень можна отримати в будь-якій іншій координатній системі. Визначивши зв'язок між похибками, представленими в системах (XYZ) і та (XYZ) П Для визначення лінійної похибки в системі координат вихідної ланки (XYZ) П необхідно

помножити на матрицю напрямних косинусів

$${}^{\Pi}C_{ді} [\Delta x_{\Pi} \Delta y_{\Pi} \Delta z_{\Pi}]^T = {}^{\Pi}C_{ді} \Delta r_{ді}.$$

Рівняння

$$\Delta R = K_j \times \Delta q_j,$$

Є вихідним рівнянням тільки для аналізу похибок датчиків і вибору координат, що вимірюються даними датчиками, які слід використовувати для обчислення положення кінцевої ланки. Потрібно з матриці K розмірності $[6 \times n]$ вибрати таке сполучення стовпців $j = 6$, яке забезпечує мінімальні похибки

$$[\Delta x_{\Pi} \Delta y_{\Pi} \Delta z_{\Pi} \Delta \varphi_{\Pi} \Delta \Phi_{\Pi} \Delta \theta_{\Pi}]^T \Rightarrow \min.$$

Завдання вирішується в детермінованій постановці і аналогічна задачі комівояжера, коли потрібно вибрати мінімальний шлях (в нашому випадку похибка), проходячи через задане число пунктів (датчиків) з деякого безлічі, не повторюючи їх. Рішення виконується перебором поєднання датчиків по дереву рішень

У даній роботі була розглянута робототехнічна система і вирішена задача про мінімізації похибки визначення положення вихідної ланки. Знайдено мінімальна похибка методом гілок і грані.

Література

1) Афонін В.Л., обямівки П.В., Слепцов В.В. Обробляє обладнання на основі механізмів паралельної кінематики. - М.: Машинобудування, 20062) Бушуєв В.В., Хольшев І.Г. Механізми паралельної структури в машинобудуванні. // Стін. - 2001. - № 1. - С.3-83) Глазунов В.А., Коліскор А.Ш., Крайнев А.Ф. Просторові механізми паралельної структури. - М.: Наука, 1991. - 1995 с.

**КУСКОВО-ОДНОРІДНА ОРТОТРОПНА ПЛАСТИНКА З ДВОМА
МІЖФАЗНИМИ КОЛОВИМИ РОЗРІЗАМИ, БЕРЕГИ ЯКИХ
КОНТАКТУЮТЬ ПРИ ЗГІНІ**

Музичук Катерина Петрівна, Україна
Рівненський державний гуманітарний університет,
факультет математики та інформатики
mkp88@ukr.net

Розглядається нескінченна ортотропна пластинка товщиною $2h$ з круговим отвором одиничного радіуса, в який частково впаяний пружний диск такої ж форми та розмірів. Систему прямокутних $Oxyz$ та полярних

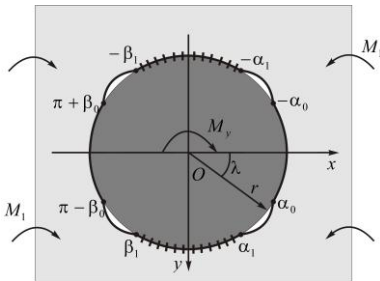


Рис. 1. Розрахункова схема пластинки

(r, λ) координат обрано так, щоб початок відліку співпадав з центром отвору, а полярна вісь з віссю абсцис (рис. 1). Вісь Oz спрямуємо вниз. Вважається, що на ділянках $\gamma_1 = [\alpha_1; \beta_1] \cup [-\beta_1; -\alpha_1]$ диск спаяно з пластинкою. Тут $\alpha_1, \beta_1, -\alpha_1, -\beta_1$ - полярні кути кінців ділянок спаю. На решті контуру отвору наявні два однакові симетричні відносно осі Ox наскрізні розрізи, береги яких гладко контактують за дії рівномірно

розподілених згинальних моментів на нескінченності M_1 в напрямку осі Ox або пари сил з моментом M_y , прикладеної в центрі диска. За такого навантаження конструкція перебуває в умовах узагальненого плоского напруженого стану та згину.

Розв'язок поставленої задачі передбачає визначення величини розрізів, для яких: їх береги контактують по всій довжині; на кожному з розрізів повний контакт берегів не забезпечується, а виникає три ділянки контакту і дві точки відставання; виникає ізольована ділянка контакту та дві ділянки відставання та розрахунку компонент напруженого стану для кожного з цих випадків.

Граничні умови задачі вибираємо у вигляді [1, 2]

$$U + h \partial w / \partial x + tg(\lambda)(V + h \partial w / \partial y) = U_1 + h \partial w_1 / \partial x + tg(\lambda)(V_1 + h \partial w_1 / \partial y);$$

$$S_{\rho\lambda} = P = 0; M_\rho = -hT_\rho, \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0];$$

$$U + iV = U_1 + iV_1; \partial w / \partial x + i \partial w / \partial y = \partial w_1 / \partial x + i \partial w_1 / \partial y, \lambda \in \gamma_1;$$

$$U \pm h \partial w / \partial x + tg(\lambda)(V \pm h \partial w / \partial y) = U_1 \pm h \partial w_1 / \partial x + tg(\lambda)(V_1 \pm h \partial w_1 / \partial y);$$

$$S_{\rho\lambda} = P = 0; M_{\rho} = \mp hT_{\rho}, \lambda \in [\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]. \quad (1)$$

Тут U , V , $\partial w/\partial x$, $\partial w/\partial y$ - компоненти вектора зміщення контурних точок пластинки та кута повороту нормалі в напрямках координатних осей; T_{ρ} , $S_{\rho\lambda}$ - нормальні та дотичні зусилля; M_{ρ} , P - нормальні та узагальнені дотичні моменти; $[-\alpha_0; \alpha_0]$, $[\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]$ - ділянки контакту берегів розрізів. Аналогічні величини з індексом 1 стосуються диска.

В умовах (1) для ділянки $\lambda \in [\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]$ верхній знак відповідає згину пластинки моментами M_1 , а нижній – моментом M_y .

Вирази, що визначають величини U , V , $\partial w/\partial x$, $\partial w/\partial y$ для пластинки і диска наведені в [2]. Їх підстановка в умови (1) призводить до системи дванадцяти сингулярних інтегральних рівнянь з логарифмічними ядрами, яка служить для відшукування функцій, через які визначаються контактні зусилля та моменти на межі поділу матеріалів пластинки і диска.

Ця система разом з умовами рівноваги диска та умовою однозначності прогину пластинки визначає математичну модель поставленої задачі. Її наближений розв'язок здійснено числовим методом механічних квадратур та колокації

Окремі випадки задачі:

- якщо $\delta = E/E_1 = 1$, $\beta_1 = \beta_2 = 1$ (E , E_1 - модуль Юнга для пластинки і диска) отримаємо розв'язок задачі про згин ізотропної пластинки з двома круговими розрізами, береги яких контактують за дії згинального навантаження на пластинку чи диск. Аналогічна задача за контакту берегів розрізів, коли пластинка перебуває в умовах циліндричного згину розглянута в [1].
 - при $\delta \rightarrow \infty$, матимемо розв'язок задачі про згин кусково-однорідної ортотропної пластинки з впаєм абсолютно жорстким круглим диском, якщо на межі поділу матеріалів наявні два розрізи, береги яких контактують при дії відповідного навантаження.
1. Божидарнік В.В. Згин пластини з двома рівними симетричними тріщинами по дузі кола з урахуванням контакту їх берегів / В.В. Божидарнік, В.К. Опанасович, П.В. Герасимчук // Механічна втома матеріалів. Праці 13-го міжнародного колоквиуму (МВМ-2006), 25-28 вересня 2006 р. Тернопіль (Україна): Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя, 2006. – С. 450-455. – 536 с.
 2. Сяський А. Кусково-однорідна ортотропна пластинка з коловим розрізом, береги якого частково контактують при згині / А. Сяський, К. Музичук // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2012. – №3 (67). – С.17-25.



ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ОСІДАНЬ ТА ПОВОРОТІВ ВАЖКИХ ШТАМПІВ НА НЕОДНОРІДНИХ ОСНОВАХ

Бабоскін Ігор Ігорович, Україна

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара,

Факультет прикладної математики

b.elf.e.g.o.r@mail.ru

У зв'язку з інтенсифікацією будівництва, постійним дефіцитом будівельних майданчиків, виникає необхідність у точних оцінках взаємодії споруд з основами. Сучасне будівництво доводиться вести на неоднорідних за своїми властивостями основах. Тому питання дослідження нерівномірності осідань, які виникають в результаті неоднорідності основ, набувають першорядне значення. Важливі результати для пружно-пластичних багатoshарових основ були отримані в [1].

Досліджується пласка деформація неоднорідної смуги, властивості якої характеризуються коефіцієнтами Ламе λ та μ . Деформація смуги відбувається під дією важкого штамп з пласкою основою. В результаті деформації смуги штамп отримує вертикальне переміщення (осідання) Δ і поворот φ , які вважаються заданими.

Задача полягає у визначенні компонент вектору переміщень $u_i(x, y)$, тензору малих деформацій $\varepsilon_{ij}(x, y)$ і тензору напружень $\sigma_{ij}(x, y)$. Вказані характеристики повинні задовольняти рівняння рівноваги, співвідношення Коші та визначальні співвідношення. Крім того, на поверхні контакту полоси та штампу повинні виконуватись умови

$$u_y(x, y) = -(\Delta - \varphi\xi); u_x(x, y) = 0.$$

Отримана варіаційна постановка задачі на основі типового прийому побудови варіаційних формулювань крайових задач теорії пружного тіла [2]:

$$\inf_{u_i^* \in V} \left\{ J(u_i^*) = \int_{\Omega} W(\varepsilon_{ij}^*) d\Omega \right\}.$$

За допомогою скінченноелементної дискретизації [3] була отримана СЛАР, для розв'язання якої застосований метод послідовної верхньої релаксації.

Для отримання осідань штампа за його вагою розв'язується нелінійне рівняння

$$P(\Delta) \equiv \int_{\Gamma_k} \sigma_y dx = P^*.$$

Напруження та деформації змінюються з часом, навіть якщо навантаження залишаються постійними. Це явище називається повзучістю матеріалу [4]. Особливістю розрахунків на повзучість є врахування фактору часу.

В результаті виконання роботи були отримані такі результати та зроблені такі висновки:

1. Отриманий чисельний розв'язок поставленої задачі. Показана практична збіжність наближених розв'язків, дано рекомендації стосовно вибору кількості скінченних елементів, параметру релаксації та параметру похибки.
 2. З'ясований зв'язок осідань, які виникають під дією ваги штампа, з властивостями пластичності основи. Установлений зв'язок контактних напружень, що виникають, з товщиною смуги. Установлено вплив різних типів неоднорідності основи на контактні напруження, які виникають під дією ваги штампа.
 3. Результати роботи можуть бути застосовані для оцінки осідань та поворотів споруд в залежності від неоднорідності основи.
-
1. Власенко Ю.Г. Взаимодействие тяжелых штампов с многослойным упругопластическим основанием, содержащим включения. Дис. ... канд. тех. наук: спец. 05.23.17 «Строительная механика» – Д., 2010, - 151 с.
 2. Кузьменко В.И., Балакин В.Ф. Решение на ЭВМ задач пластического деформирования: Справочник – К.: Техника. – 136 с.
 3. Кузьменко В.И. Вступ до методів скінченних елементів. – Д.: РВВ ДНУ, 2002. – 84 с.
 4. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: «Машиностроение», 1975. – 400 с.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ R-ФУНКЦІЙ ТА РІТЦА ДО ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ ТЕЧІЇ У КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ ҐРУНТІ

Блішун Олександр Павлович, Україна

Харківський національний університет радіоелектроніки,
Факультет Прикладної математики та менеджменту

E-mail: alexander.blishun@gmail.com

Розглянемо фільтраційну течію нестисливої рідини під гідротехнічною спорудою. Схему фільтрації наведено на рис. 1, де $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ – область фільтрації, $\partial\Omega_1$ і $\partial\Omega_3$ – проникні частини межі, $\partial\Omega_2$ – межа основи гідротехнічної споруди (флютбет), $\partial\Omega_4$ – межа водонепроникної області, $\partial\Omega_5$ – шпунт.

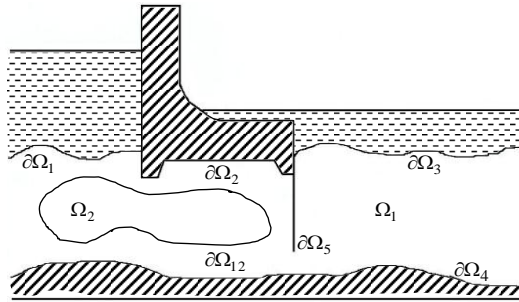


Рис. 1

Вважатимемо, що стаціонарна фільтрація може бути описана законом Дарсі за допомогою рівнянь

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0,$$

$$\mathbf{u} = -\kappa(\mathbf{x}) \nabla h, \quad \mathbf{x} \in \Omega,$$

де \mathbf{u} – швидкість фільтрації, $\kappa(\mathbf{x})$ – коефіцієнт фільтрації, h – п'езометричний напір. У плоскому випадку для чисельного аналізу фільтраційної течії зручно використовувати функцію течії $\psi(x_1, x_2)$:

$$u_{x_1} = -\kappa(x_1, x_2) \frac{\partial h}{\partial x_1} = \frac{\partial \psi}{\partial x_2}, \quad u_{x_2} = -\kappa(x_1, x_2) \frac{\partial h}{\partial x_2} = -\frac{\partial \psi}{\partial x_1}.$$

Функція течії $\psi(x_1, x_2) = \begin{cases} \psi_1(x_1, x_2), & (x_1, x_2) \in \Omega_1, \\ \psi_2(x_1, x_2), & (x_1, x_2) \in \Omega_2, \end{cases}$ задовольняє

рівняння [1]

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{\kappa(x_1, x_2)} \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{\kappa(x_1, x_2)} \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \right) = 0, \quad (x_1, x_2) \in \Omega. \quad (1)$$

Ґрунт вважатимемо кусково-однорідним:

$$\kappa(x_1, x_2) = \begin{cases} \kappa_1, & (x_1, x_2) \in \Omega_1, \\ \kappa_2, & (x_1, x_2) \in \Omega_2. \end{cases}$$

Рівняння (1) треба доповнити такими крайовими умовами:

$$\Psi_1|_{\partial\Omega_{12}} = \Psi_2|_{\partial\Omega_{12}}, \quad \kappa_1 \frac{\partial\Psi_1}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega_{12}} = \kappa_2 \frac{\partial\Psi_2}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega_{12}}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_3} = 0, \quad (3)$$

$$\Psi|_{\partial\Omega_4} = Q, \quad \Psi|_{\partial\Omega_2 \cup \partial\Omega_5} = 0, \quad (4)$$

де $\partial\Omega_{12}$ – лінія розділу двох ґрунтів, \mathbf{n} – нормаль к $\partial\Omega_{12}$, Q – загальні витрати рідини.

На основі методу R -функцій [2] отримано структуру розв'язку крайової задачі (1) – (4). Вона має вигляд

$$\Psi(x_1, x_2) = \begin{cases} \Psi_1(x_1, x_2) = B(\Phi), & (x_1, x_2) \in \Omega_1, \\ \Psi_2(x_1, x_2) = B(\Phi) - \frac{\kappa_2 - \kappa_1}{\kappa_2} \omega_{12} D_1^{(12)} B(\Phi), & (x_1, x_2) \in \Omega_2, \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{де } B(\Phi) = \frac{Q\omega_2 \wedge_0 \omega_5}{\omega_4 + \omega_2 \wedge_0 \omega_5} + \omega_2 \wedge_0 \omega_4 \wedge_0 \omega_5 \Phi -$$

$$- \frac{\omega_2 \wedge_0 \omega_4 \wedge_0 \omega_5 \cdot \omega_1 \wedge_0 \omega_3}{\omega_2 \wedge_0 \omega_4 \wedge_0 \omega_5 + \omega_1 \wedge_0 \omega_3} \left[D_1^{(1,3)}(\omega_2 \wedge_0 \omega_4 \wedge_0 \omega_5 \Phi) + D_1^{(1,3)} \left(\frac{Q\omega_2 \wedge_0 \omega_5}{\omega_4 + \omega_2 \wedge_0 \omega_5} \right) \right],$$

$\omega_i = 0$ – нормалізоване рівняння частини межі $\partial\Omega_i$, $i = \overline{1, 5}$, $\omega_{12} = 0$ – нормалізоване рівняння $\partial\Omega_{12}$, оператор $D_1^{(1,3)}$ визначається рівністю

$$D_1^{(1,3)} = \frac{\partial(\omega_1 \wedge_0 \omega_3)}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial(\omega_1 \wedge_0 \omega_3)}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_2}, \quad \text{оператор } D_1^{(12)} \text{ визначається}$$

$$\text{рівністю } D_1^{(12)} = \frac{\partial\omega_{12}}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial\omega_{12}}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \quad \Phi - \text{невизначена компонента}$$

структури, \wedge_0 – знак R -кон'юнкції, $u \wedge_0 v = u + v - \sqrt{u^2 + v^2}$.

Для апроксимації невизначеної компоненти Φ у (5) скористалися методом Рітца.

1. *Вопросы автоматизации решения задач фильтрации на ЭВМ / И.И. Ляшко, Н.В. Сергиенко, Г.Е. Мистецкий, В.В. Скопецкий.* – К.: Наук. думка, 1977. – 288 с

2. *Рвачев В.Л.* Теория R -функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.



ДОСЛІДЖЕННЯ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ α – СТІЙКИХ ПРОЦЕСІВ

Д. Г. Мережкін, В. І. Соболев, Україна
Харківський університет радіоелектроніки, Прикладної
математики і менеджменту
merdenis@mail.ru, sobolewlad@mail.ru

Останніми роками більшість проведених дослідів виявили цілий ряд специфічних особливостей часових рядів, які породжені інформаційними потоками даних. До їх характерним властивостям відносяться високі піки і важкі хвости розподілів, властивість самоподібності, довгострокова залежність, ефект «важеля» та інші. Моделями, що володіють такими властивостями, є випадкові процеси, побудовані на основі стійких розподілів, які мають важкі хвости.

Стохастичний процес $X(t)$ являється самоподібним з параметром самоподібності (показником Херста) H , $0 < H < 1$, якщо виконується: $\text{Law}\{X(t)\} = \text{Law}\{a^{-H}X(at)\}$, $\forall a > 0, t > 0$. Параметр H також характеризує властивість довгострокової залежності. При $H = 0.5$ процес має незалежні прирости, при $H > 0.5$ є трендостійким.

Випадкова величина X називається α – стійкою, якщо для будь-яких двох додатних чисел a і b знайдеться число $c > 0$ таке, що $\text{Law}(aX_1 + bX_2) = \text{Law}(cX)$, де $\text{Law}(\cdot)$ означає закон розподілу, X_1 і X_2 – незалежні однаково розподілені випадкові величини. Параметр α називається індексом стійкості і визначає, наскільки виражений важкий хвіст розподілу. При $0 < \alpha < 2$ випадкові величини мають нескінченну дисперсію, а при $0 < \alpha \leq 1$ ще володіють нескінченним середнім. Випадковий процес є α – стійким процесом, якщо його скінченновимірні розподілу є стійкими випадковими величинами. Такий процес є самоподібним з параметром $H = 1/\alpha$. [1]

В роботі [2] показано, що такі процеси є мультифрактальними, тобто належать до класу мультифрактальних стохастичних процесів. Мультифрактальні процеси проявляють більш гнучкі скейлінгові закономірності для моментних характеристик. На відміну від

самоподібних процесів, де всі моменти $M\left[|X(t)|^q\right]$ показують однакову масштабне поведінку, для мультифрактальних процесів виконується відношення $M\left[|X(t)|^q\right] = C(q) \cdot t^{qh(q)}$, де $h(q)$, $-\infty < q < +\infty$, – загальнений показник Херста, який є нелінійною функцією, для якої значення $h(q=2)$ збігається із значенням ступеня самоподібності H . Для часових рядів, які відповідають монофрактальному процесу, узагальнений показник Херста $h(q) = H$ и не залежить від параметра q .

Для α – стійкого процесу узагальнений показник Херста має вид:

$$h(q) = \begin{cases} 1/\alpha & q \leq \alpha \\ 1/q & q > \alpha \end{cases},$$

де величина α є індексом стійкості.

У представлений роботі проведено чисельне дослідження вибірових мультифрактальних характеристик реалізацій α -стійких процесів. Показано, що для реалізацій невеликої довжини вибірові мультифрактальні характеристики володіють істотними похибками: для реалізацій з теоретичним дискретним мультифрактальним спектром – у вибіровому спектрі з'являються додаткові помилкові значення, що може призводити до помилкової інтерпретації результатів. Крім того, в роботі проведено дослідження з оцінювання мультифрактальних параметрів і індексу стійкості реальних інформаційних процесів, таких як телекомунікаційні трафіки і фінансові часові ряди.

Література

1. Borak S. Stable distributions / Borak, S., W. Hardle, R. Weron in Statistical tools for finance and insurance. Berlin: Springer. -2005. -P. 21-44
2. Nakao H Multi-scaling properties of truncated Levy flights / H. Nakao //Phys. Lett. A. – 2000. –V.266 –P. 282-289

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ГРАВІТАЦІЙНОЇ КОНВЕКЦІЇ (У ЛІНІЙНОМУ НАБЛИЖЕННІ) МЕТОДОМ R-ФУНКЦІЙ

Артюх Антон Володимирович, Україна
 Харківський національний університет радіоелектроніки,
 факультет Прикладної математики та менеджменту
 ant_artjukh@mail.ru

Розглянуто лінійну задачу розрахунку нестационарної гравітаційної конвекції. Нехай Ω – плоска однозв’язна обмежена область з кусково-гладкою межею $\partial\Omega$. Лінеаризована система рівнянь, що описує таку течію, може бути записана за допомогою функції течії $\psi(x, y, t)$, яка пов’язана з вектором швидкостей

$\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ за допомогою співвідношень $v_x = \frac{\partial\psi}{\partial y}$, $v_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$, та

температури $\theta = \theta(x, y, t)$ у вигляді

$$-\frac{\partial\Delta\psi}{\partial t} + \nu\Delta^2\psi - \beta\frac{\partial\theta}{\partial x} = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} - \kappa\Delta\theta = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (2)$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = f_0(s, t), \quad \frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = g_0(s, t), \quad s \in \partial\Omega, \quad t \geq 0, \quad (3)$$

$$\psi|_{t=0} = \psi_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}, \quad (4)$$

$$\theta|_{\partial\Omega} = h_0(s, t), \quad s \in \partial\Omega, \quad t \geq 0, \quad (5)$$

$$\theta|_{t=0} = \theta_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}, \quad (6)$$

де ν – кінематична в’язкість, κ – коефіцієнт температуропровідності, β визначає об’ємне розширення, \mathbf{n} – зовнішня нормаль до $\partial\Omega$, $\frac{\partial f_0}{\partial s}$, g_0 –

деякі розподіли нормальної та дотичної складових швидкостей течії відповідно, h_0 – заданий розподіл температури на межі $\partial\Omega$,

$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа, $\Delta^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$ –

бігармонічний оператор.

Методику задання функцій $f_0(s, t)$ та $g_0(s, t)$ розглянуто в [1].

Для розв'язання початково-крайової задачі (1) – (6) використовуємо методи R-функцій та Гальоркіна.

У роботі [1] було показано, що крайовим умовам (3) і (5) задовольняють жмутки функцій відповідно

$$\psi = f - \omega(D_1 f + g) + \omega^2 \Phi, \quad (7)$$

$$\theta = h + \omega \Upsilon, \quad (8)$$

де $f = EC f_0$, $g = EC g_0$, $h = EC h_0$ – продовження функцій f_0 , g_0 , h_0 у

$$\Omega, \quad D_1 v = \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} = (\nabla \omega, \nabla v), \quad \Phi = \Phi(x, y, t), \quad \Upsilon = \Upsilon(x, y, t) \quad -$$

невизначені компоненти структур, які вважатимемо достатньо гладкими.

Нехай межа $\partial\Omega$ області Ω кусково-гладка і може бути описана елементарною функцією $\omega(x, y)$ згідно з методом R-функцій [3], причому функція $\omega(x, y)$ задовольняє умовам:

$$1) \omega(x, y) = 0 \text{ на } \partial\Omega;$$

$$2) \omega(x, y) > 0 \text{ у } \Omega;$$

$$3) \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{n}} = -1 \text{ на } \partial\Omega, \text{ тобто } \omega(x, y) = 0 \text{ – нормалізоване рівняння}$$

$\partial\Omega$.

Для апроксимації невизначених компонент $\Phi = \Phi(x, y, t)$ та $\Upsilon = \Upsilon(x, y, t)$ скористаємося методом Гальоркіна для нестационарних задач [2]. Наближення до Φ та Υ шукатимемо у вигляді

$$\Phi \approx \Phi_N = \sum_{k=1}^N c_k(t) \tau_k(x, y),$$

$$\Upsilon \approx \Upsilon_N = \sum_{k=1}^N d_k(t) \varphi_k(x, y),$$

де $\{\tau_k\}$, $\{\varphi_k\}$ – деякі повні у просторі $L_2(\Omega)$ послідовності. Невідомі функції $c_1(t), \dots, c_N(t)$ та $d_1(t), \dots, d_N(t)$ знаходяться відповідно до методу Гальоркіна як розв'язок задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь.

Обчислювальний експеримент було проведено для прямокутної області. За базисні функції обирались тригонометричні поліноми та поліноми Лежандра. При обчисленні подвійних інтегралів у методі Гальоркіна використовувалась



формула Гауса з 16 вузлами по кожній координаті.

1. *Сидоров М. В.* О построении структур решений задачи Стокса // Радиотехника и информатика, № 3, 2002. – С. 52 – 54.
2. *Михлин С.Г.* Численная реализация вариационных методов. – М.: Наука, 1966. – 432 с.
3. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.

МОДЕЛІ І МЕТОДИ КЕРУВАННЯ ЛОГІСТИЧНИМ КОМПЛЕКСОМ

Бойко К.В., к.т.н. Сінельнікова О.І., Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки,
Факультет Прикладної математики та менеджменту
cat.boyko1102@yandex.ua

Керування процесами складської логістики передбачає автоматизацію усіх основних бізнес-процесів на складі, що забезпечує максимально ефективне керування трудовими ресурсами, технікою та виробничим обладнанням для мінімізації накладних витрат, підвищення рівня сервісу та збільшення загальної продуктивності складу. Існують платформи для накопичення даних про товари, однак в них не достатньо запроваджено інструментів для планування закупок з урахуванням стану товару, кон'юнктури ринку, прогнозування попиту.

Під ефективною діяльністю в даній роботі маємо на увазі досягнення наступних цілей:

- мінімізація затрат на закупку, зберігання, формування та відправлення замовлень в умовах невизначеності, обумовленої ринковими відносинами;
- визначення оптимального об'єму запасів на складі з урахуванням попиту та наявних обсягів товару;
- формування оптимального об'єму поставок, виходячи з територіального розташування, існуючої інфраструктури та попиту по регіонам;
- оцінка і прогнозування попиту на товари з урахуванням регіональних особливостей і економічної ситуації в країні, а також конкуренції;
- побудова оптимальної політики ціноутворення при роботі з клієнтами, згідно лояльності компанії і маркетингових програм.

Для досягнення мети краще використовувати комплексний метод, який розпадається на такі етапи: планування поставок, оцінка попиту та його прогнозування, планування власних запасів, планування додаткових закупок, аналіз регіону, оцінка конкуренції.

Моделі, що пропонуються, становлять основу методу. В них враховується також існуюча в предметній області невизначеність. Тому задачі етапів відносяться до класу задач стохастичного програмування. В результаті вирішення задач, відповідних методу, отримуємо набір керуючих векторів, які спільно визначають стратегію керування логістичним комплексом. Отримані дані дозволяють ефективно реагувати на зміни стану ринку товарів та послуг, формувати запаси з урахуванням

конкуренція та попиту на товар в залежності від регіону, а також значно мінімізувати затрати на зберігання товару.

1. *Bertsekas D.* Dynamic Programming and Stochastic Control. – New York: Academic Press, 1976.
2. *Karatzas I., Shreve S.* Methods of Mathematical Finance. – New York, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag, 1998
3. *Беллман Р.* Динамическое программирование. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 400 с.
4. *Меликян А.А., Черноусько Ф.Л.* Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1978. 270 с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЕМІСІЇ ПАРНИКОВИХ ГАЗІВ У РЕЗУЛЬТАТІ ВИКОРИСТАННЯ ВИКОПНОГО ПАЛИВА: ПРОМИСЛОВІСТЬ ТА БУДІВНИЦТВО ПІВДЕННОЇ ПОЛЬЩІ

Галушак Марія Омелянівна, Україна
Національний університет «Львівська політехніка»,
Інститут прикладної математики та фундаментальних наук
Halushchak.m@gmail.com

На сьогоднішній день питання зміни клімату є одним із найактуальніших питань у світі. Це зумовлено спостережуваною зміною клімату, яка виражається у підвищенні середньорічної температури на планеті. Доведено, що саме накопичення в атмосфері так званих «парникових газів» – діоксиду вуглецю (CO_2), метану (CH_4), хлорфторвуглецю (фреонів), озону (O_3), оксидів азоту та ін. є причиною виникнення «парникового ефекту». З метою стабілізації стану атмосфери планети світове співтовариство підписало ряд міжнародних угод, найвагомішою з яких є Кіотський протокол. Але для дотримання підписаних угод необхідно знати кількість емісій парникових газів. Оскільки неможливо здійснювати прямі вимірювання емісій, тому прийнято здійснювати так звану інвентаризацію емісій парникових газів – оцінювання емісій на основі моделювання реальних процесів.

Міжнародна група експертів зі зміни клімату розробила методологію для проведення інвентаризації парникових газів [3]. Ці методи є доволі універсальні і не повною мірою враховують регіональну специфіку, що веде до збільшення похибки інвентаризації і неточності результатів моделювання. Тому доцільно проводити інвентаризацію парникових газів із врахування регіональних особливостей [1,2].

Метою цієї роботи було розроблення математичної моделі процесів емісії парникових газів, які виникають внаслідок спалювання викопного палива у секторі промисловості та будівництва Південної Польщі.

Південна Польща (Малопольське, Опольське, Сілезьке та Нижньосілезьке воєводства) – одна із найбільш індустріально розвинутих частин Польщі. У цих воєводствах практично представлені усі категорії промисловості. Особливістю південних воєводств є чітке визначення промислових зон, які знаходяться навколо великих міст. Розвиток промисловості в свою чергу зумовлює стрімке збільшення житлово-комунального будівництва.

Як вхідні дані при моделюванні процесів емісії парникових газів використано: статистичні дані про спалювання палива на рівні воєводства, валовий внутрішній продукт на рівні підрегіонів, коефіцієнти емісій

парникових газів у розрізі окремих категорій діяльності, необхідні цифрові карти адміністративного поділу та карти землекористування.

Оскільки дані про спожите паливо доступні лише на рівні воєводств, розроблено математичну модель, яка уможливує дезагрегацію даних про спожите паливо на рівень міст і промислових об'єктів, з врахуванням рівня індустріального розвитку міст і кількості населення.

Для просторового моделювання досліджуваних процесів та реалізації обчислювальних експериментів підготовлено цифрову карту промислових зон, яку отримано на основі карт землекористування, шляхом виділення відповідних територій.

На основі розробленої математичної моделі обчислено просторові кадастри емісії парникових газів від спалювання викопного палива у промисловості та будівництві Південної Польщі. Для зручнішого аналізу, отримані результати представлено у вигляді відповідних векторних карт, які побудовано за допомогою геоінформаційної системи. Проаналізовано структуру емісій парникових газів від різних видів палива.

Отримані результати інвентаризації парникових газів для Південної Польщі дають можливість визначити території із найбільшими емісіями та дослідити їх структуру. Це дасть змогу владним структурам змінити стратегію планування виробництва (зміна видів палива, використання новітніх енергозберігаючих технологій, впровадження відновлювальних джерел енергії тощо), що в свою чергу знизить рівень емісій у цих категоріях промисловості.

Роботи виконувалися в рамках проекту GESAPU (Marie Curie Project n°247645 FP7-PEOPLE-2009-IRSES).

1. Бунь Р. А. Інформаційні технології просторової інвентаризації парникових газів у енергетичному секторі та аналіз невизначеності / Р. А. Бунь, Х. В. Бойчук, А. Р. Бунь, М. Ю. Лесів. – Львів : ПП Сорока Т., 2012. – 464 с.
2. Гамаль Х. В. Геоінформаційні технології просторового аналізу емісії парникових газів у енергетичному секторі : автореф дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.13.06 «Інформаційні технології» / Х. В. Гамаль. – Львів, 2009. – 20 с.
3. Руководящие принципы национальных инвентаризаций парниковых газов МГЭИК. Глава 3. Стационарное сжигание топлива: Программа МГЭИК по национальным кадастрам парниковых газов. – Межправительственная группа экспертов по изменению климата, 2006. – 88 с.

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ПРИ ТЕХНІЧНОМУ АНАЛІЗІ ФІНАНСОВИХ РИНКІВ

Лукач Віталій Ігорович, Каштан Сергій Степанович, Україна

Рівненський державний гуманітарний університет,

факультет математики та інформатики

lukach-vit@rambler.ru

Сучасні реальні економічні системи володіють високим рівнем невизначеності через складність внутрішніх взаємозв'язків і впливу великої кількості факторів, передбачити і врахувати вплив яких не завжди можливо [4, 5]. При цьому системи змінюються випадковим чином, зі зміною структури елементів, що визначає новий стан системи. Це породжує нестабільний і нестационарний розвиток всіх її процесів. Зазначені проблеми не дозволяють детально описати процеси за допомогою традиційних підходів, зокрема математичного опису у вигляді систем диференціальних рівнянь [1].

Тому, для вирішення завдань валютного дилінгу повинні використовуватися методи, що базуються на основі методів математичного моделювання, теорії нейронних мереж і динамічного програмування, теорії автоматичного керування, теорії ймовірностей і математичної статистики, а також методики прогнозування руху нестационарних процесів в складних реальних системах [1, 2, 6].

Крім того, існує необхідність застосування системного підходу до вирішення завдань прогнозування нестационарних процесів в складних системах. Властивість нестационарності в складних системах проявляється в двох аспектах: у виникненні трендів, що характеризуються фундаментальними залежностями в системі; та у появі деяких стрибків, джерелами яких є випадкові за часом події і шоківі впливи окремих факторів.

Робота на фінансових ринках не можлива без використання сучасних інформаційно-торгових терміналів, обчислювальної техніки та методів їх аналізу. Методи цифрової фільтрації, математичної статистики, а також статистичні методи дослідження та прогнозування є актуальними при комп'ютерному аналізі фінансового ринку та можуть бути використані у багаторівневих комплексних системах прогнозування і для розв'язання задач вибору та прийняття рішень [3].

Дослідження динаміки часових рядів соціально-економічної природи нами реалізоване на базі цифрової фільтрації, яка формує інструментарій для розробників інтелектуальних систем в теорії фінансів. Потреба у використанні методів цифрової фільтрації викликана недосконалістю статистичних економічних методів, їх неадекватністю для багатьох видів часових рядів.

Робота присвячена дослідженню часових рядів цін на різні інструменти фінансового ринку (валюта, цінні папери (акції), метали (золото, срібло, алюміній тощо), сировина (нафта, газ), та інші). З цією метою проведено аналіз (методами цифрової фільтрації) вказаних часових та їх фільтрованих рядів, виявлено точки зміни трендів та їх траєкторії.

В роботі побудовано торгову систему прийняття рішень на основі математичної моделі системи трендових індикаторів (середніх ковзних ліній з різними часовими періодами та гістограми конвергенції-дивергенції), де найбільш імовірні цілі та ризики розраховано статистичними методами [1, 2, 3]. Тестування описаної методики як на історії, так і у режимах реального часу в ринкових умовах підтверджує її ефективність застосування на практиці.

Автоматизація торгової системи можлива лише в тому випадку, коли торгову стратегію можна чітко формалізувати. Якщо ж в системі багато суб'єктивних факторів або система побудована на спектрі новин, то вона не піддається автоматизації в класичному розумінні. Якщо ж правила системи чітко визначені, то її можливо реалізувати у вигляді торгового експерта.

1. *Безручко Б.П.* Математическое моделирование и хаотические временные ряды / Б.П.Безручко, Д.А.Смирнов. – Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. – 320 с.
2. *Лукашин Ю.П.* Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов: Учеб. пособие / Ю.П.Лукашин. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
3. *Лукашин Ю.П.* О возможности краткосрочного прогнозирования курсов валют с помощью простейших статистических моделей / Ю.П.Лукашин // Вестник МГУ. -1990. — Сер. 6. Экономика. -№ 1.-С. 75-84.
4. *Мишкин Ф.* Экономическая теория денег, банковского дела и финансовых рынков: Учебное пособие для вузов / под ред. М.Е.Дорошенко. – М.: Аспект Пресс, 1999. – 820 с.
5. *Симонян В.* Энциклопедия финансовых рынков / В.Симонян, В.Гагин. – Одесса: ВМВ, 2008. – 264с.
6. *Стивен Б.Акелис* Технический анализ от А до Я. / Стивен Б.Акелис - М.: Диаграмма, 1999. – 232с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ МАСИВНИХ СПОРУД ІЗ АНІЗОТРОПНИМИ ОСНОВАМИ

Гаркуша Сергій Володимирович, Україна
Дніпропетровський національний університет ім. О. Гончара
Факультет прикладної математики
e-mail: sergei-garkusha@i.ua

Під час проектування масивних споруд необхідно враховувати їх поведінку в залежності від властивостей основи будівлі. Стійкість будівлі залежить від складу ґрунту чи породи, на якій будівля знаходиться.

Споруду будемо вважати абсолютно твердим тілом та будемо називати штампом. Основу будемо вважати однорідним анізотропним пружним тілом. Введемо декартову систему координат. Під $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ розуміємо радіус-вектор точок основи. Будемо вважати, що нижня поверхня основи є закріпленою, частина верхньої поверхні є зчепленою із штампом, а вся інша поверхня основи є вільна. Будемо розглядати $u_i(\vec{x})$ – компоненти вектора переміщень, ε_{ij} – компоненти тензора малих деформацій, σ_{ij} – компоненти тензора напружень.

За визначальні співвідношення обираємо співвідношення узагальненого закону Гука для однорідного анізотропного тіла:

$$\sigma_{ij} = A_{ijkl} \varepsilon_{kl}.$$

Коефіцієнти A_{ijkl} характеризують властивості матеріалу основи.

Числове розв'язання задачі ґрунтується на переході від диференціального формулювання крайової задачі до відповідного варіаційного формулювання. Введемо простір С.Л. Соболева $[W_2^{(1)}(\Omega)]^3$ вектор-функцій $\vec{v}(\vec{x})$, визначених в області Ω . Позначимо через $\zeta_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i})$. Можливі значення дійсних переміщень будемо знаходити із задачі мінімуму функціоналу

$$I(\vec{v}) = \int_{\Omega} A_{ijkl} \zeta_{ij}(\vec{x}) \zeta_{kl}(\vec{x}) d\Omega$$

Розв'язання отримано для задачі плоскої деформації. Дискретизацію варіаційної задачі здійснено за допомогою методу скінченних елементів. Оскільки функціонал $I(\vec{v})$ містить лише перші часткові похідні від функцій $v_i(\vec{x})$, доцільно скористатися узгодженими елементами, наприклад, найпростішими, лагранжевими або сирендиповими.



Дана задача була розв'язана із застосуванням найпростіший прямокутних елементів. Для розв'язування задачі мінімізації застосовано метод послідовної верхньої релаксації.

Розв'язана задача знаходження деформацій та напружень у точках основи, на яку тисне штамп. Отримано розподіл контактних нормальних та дотичних напружень. Досліджено поведінку розв'язку в залежності від анізотропних властивостей тіла. З'ясовано, що при збільшенні $\frac{A_{1111}}{A_{2222}}$

зменшується відношення $\frac{u_1(\vec{x})}{u_2(\vec{x})}$ в точках контакту основи із штампом.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ БАГАТОШАРОВИХ ШВИДКИХ ФІЛЬТРІВ З КУСКОВО-ОДНОРІДНИМИ ПОРИСТИМИ ЗАВАНТАЖЕННЯМИ

Климюк Юрій Євгенійович, Теслюк Аліна Олегівна,
Охрімчук Наталія Михайлівна, Україна
Рівненський державний гуманітарний університет,
факультет математики та інформатики

klimyuk@ukr.net, alina-tes_99@mail.ru, ohrimchuk90@i.ua

На сучасному етапі розвитку суспільства все більше зростає потреба у фільтруванні великих об'ємів рідин. При цьому зростає і вартість фільтруючих матеріалів. Все це з одного боку обумовлює необхідність проведення оптимізації форми доочисних фільтрів за рахунок більш якісного використання завантаження та збільшення тривалості фільтроциклу [1, 2], а з іншого – дослідження повторного використання завантаження за рахунок його промивки [5, 6]. Проведені у [2] дослідження показали, що криволінійна форма одношарових фільтрів з “монотонним звуженням” в напрямку від входу до виходу дозволяє більш раціонально використати сорбційну ємкість фільтруючих матеріалів і продовжити термін фільтроциклу на 3-6% в залежності від швидкості подачі води. Як зазначено в [5], ще більше здешевити процес доочистки води шляхом фільтрування через пористі завантаження дозволяє регенерація фільтруючих матеріалів, а також використання багатшарових завантажень.

При подальшому дослідженні таких процесів виникає чимало труднощів, пов'язаних із повздовжніми і поперечними викривленнями області, в якій шукається розв'язок, її багатшаровістю, складністю рівнянь у частинних похідних і граничних умов відповідних модельних задач за рахунок врахування зворотного впливу характеристик процесу на характеристики середовища.

Одним із ефективних шляхів розв'язання такого роду задач для випадків модельних областей, обмежених еквіпотенціальними поверхнями і поверхнями течії, є поетапна фіксація характеристик складових процесу і середовища та послідовне розв'язання фільтраційної задачі з використанням просторових аналогів конформних відображень області комплексного потенціалу на фізичну область (що включає побудову гідродинамічної сітки, поля швидкостей, обчислення величин різних перетоків тощо) [4] і сингулярно збуреної задачі типу “конвекція-дифузія-масообмін”, записаної відносно координат області комплексного потенціалу, з використанням асимптотичних методів [1].

Запропоновані у [2, 6] модельні задачі, що призначені відповідно для моделювання процесів доочистки води шляхом її фільтрування через пористі завантаження фільтрів і регенерації завантажувальних матеріалів,



узагальнено на випадки прогнозування роботи швидких багат шарових фільтрів, які мають форму криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і чотирма поверхнями течії та розділених фіксованими еквіпотенціальними поверхнями на кілька підобластей, що характеризується деякими сталими коефіцієнтами фільтрації і дифузії та змінною пористістю. У [3] побудовано алгоритм числового розв'язання обернених крайових задач на просторові кусково-конформні відображення криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і чотирма поверхнями течії та розділених деякими фіксованими еквіпотенціальними поверхнями на декілька підобластей, на відповідні прямокутні паралелепіпеди. Цей алгоритм дозволив отримати розв'язки відповідних фільтраційних задач, зокрема, побудувати гідродинамічні сітки, обчислити поля швидкостей. На їх основі отримано асимптотичні розвинення розв'язків відповідних просторових нелінійних сингулярно збурених модельних задач, зокрема, отримано нового типу поправки, що характеризують механізм перерозподілу концентрацій забруднюючих речовин у фільтраційній течії і осаді в околах ділянок розділу шарів.

1. *Бомба А. Я.* Числово-асимптотичне наближення розв'язків просторових модельних задач процесу фільтрування / А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк, А. П. Сафоник, В. М. Сівак // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2010. – Вип. 11. – С. 29–39.
2. *Климюк Ю. Є.* Моделювання процесу доочистки води від залишкових катіонів алюмінію фільтруванням через аніоноактивні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища / Ю. Є. Климюк, В. М. Сівак // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 7 (16). – Рівне : РДГУ, 2010. – С. 93–109.
3. *Климюк Ю. Є.* Побудова алгоритму числового розв'язування просторових аналогів обернених крайових задач на конформні відображення для одного класу кусково-однорідних областей / Ю. Є. Климюк // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. – Вип. 9 (18). – Рівне : РДГУ, 2012. – С. 58-72.
4. *Климюк Ю. Є.* Числове розв'язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення криволінійних паралелепіпедів на прямокутні / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. – Вип. 5 (14). – Рівне : РДГУ, 2008. – С. 104–143.
5. *Орлов В. О.* Водоочисні фільтри із зернистою засипкою / В. О. Орлов. – Рівне : НУВГП, 2005. – 163 с.
6. *Сівак В. М.* Математичне моделювання просторових сингулярно збурених процесів регенерації однорідних завантажень доочисних фільтрів / В. М. Сівак, Ю. Є. Климюк // Вісник Укр. нац. ун-ту водн. госп. та природокорист.: Збірн. наук. праць. Серія "Технічні науки". – Вип. 1 (57). – Рівне: НУВГП, 2012. – С. 67–79.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВИХ ПРОЦЕСІВ МАСОПЕРЕНОСУ ЗАБРУДНЮЮЧИХ РЕЧОВИН У ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ З УРАХУВАННЯМ ЇХ МІКРОПОРИСТОЇ СТРУКТУРИ І МАСООБМІНУ МІЖ КОМПОНЕНТАМИ

Климюк Юрій Євгенійович, Діда Галина Анатоліївна,

Давидюк Наталія Анатоліївна, Україна

Рівненський державний гуманітарний університет,

факультет математики та інформатики

klimyuk@ukr.net, galya.dida@yandex.ua, natasha.save@gmail.com

Математичне моделювання дозволяє спростити процес дослідження поширення забруднюючих речовин у пористих середовищах. Але при цьому виникає чимало своїх труднощів, пов'язаних із врахуванням багатокomпонентності забруднюючих речовин, мікропористої структури пористого середовища, його багатшаровості, а також складність рівнянь у частинних похідних і граничних умов відповідних модельних задач тощо. Для розв'язання відповідних просторових сингулярно збурених задач у випадку переважання конвективних складових процесу над дифузійними при фільтрації водних розчинів у насичених недеформівних пористих середовищах – модельних областях, що мають форму криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і чотирма поверхнями течії та розділених деякими фіксованими еквіпотенціальними поверхнями на декілька підобластей, ефективною є методика, яка полягає у наступному: поетапній фіксації характеристик і складових процесу та середовища; розв'язанні задачі фільтрації з використанням просторових аналогів кусково-конформних відображень області комплексного потенціалу на фізичну область (що включає побудову гідродинамічної сітки, поля швидкостей, обчислення величин різних перетоків тощо) [2]; перехід у рівняннях конвективної дифузії і граничних та початкових умовах від фізичних змінних до координат області просторового комплексного потенціалу, що значно спрощує їх запис і забезпечує можливість проведення автономних досліджень, розпаралелюванні обчислень, розв'язанні сингулярно збурених задач типу “конвекція-дифузія-масообмін” з використанням числово-асимптотичних методів [1]. А тому досить актуальною задачею є розвиток числово-асимптотичних методів розв'язування відповідних сингулярно збурених задач конвективної дифузії для випадків врахування багатокomпонентності забруднюючої речовини і мікропористої структури середовища.

Математичну модель типу «фільтрація-конвекція-дифузія», що призначена для прогнозування процесів масопереносу забруднюючих речовин у багатшарових кусково-однорідних насичених недеформівних пористих середовищах – модельних областях, що мають форму



криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і чотирма поверхнями течії та розділених деякими еквіпотенціальними поверхнями на кілька підобластей, які характеризуються різними коефіцієнтами фільтрації, пористості і дифузії, узагальнено на випадки урахування їх мікропористої структури та багатокомпонентності забруднюючої речовини. Для перевірки новосформованих математичних моделей аналогічно [1, 3, 4] побудовано числово-асимптотичні розв'язки відповідних сингулярно збурених задач та проведено числові експерименти, які демонструють необхідність врахування як мікропористої структури пористого середовища, так і масообмінних процесів. Водночас розвинуто числово-асимптотичний метод розв'язування відповідних задач, а саме: отримано нового типу поправки в асимптотичних розкладах розв'язків, що характеризують механізм конвективно-дифузійного перерозподілу концентрацій в околах ділянок розділу шарів.

Очевидно, що розгляд таких задач є корисним, оскільки провівши серію числових експериментів можна спрогнозувати поширення забруднень в різних водних екосистемах нашої країни без проведення реальних або натурних експериментів, які можуть бути шкідливими чи, в кращому випадку, дуже тривалими у часі та економічно не обґрунтованими.

Отримані результати також можна застосувати для прогнозування конвективно-дифузійного поширення забруднень захоронених ядерних відходів у земляних пластах.

7. *Абрамович О. В.* Математичне моделювання просторових сингулярно збурених процесів масопереносу забруднюючих речовин у багат шарових кусково-однорідних ізотропних пористих середовищах / О. В. Абрамович, Ю. Є. Климяк // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. – Вип. 9 (18). – Рівне : РДГУ, 2012. – С. 5-21.
8. *Климяк Ю. Є.* Побудова алгоритму числового розв'язування просторових аналогів обернених крайових задач на конформні відображення для одного класу кусково-однорідних областей / Ю. Є. Климяк // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. – Вип. 9 (18). – Рівне : РДГУ, 2012. – С. 58-72.
9. *Климяк Ю. Є.* Чисельно-асимптотичне наближення розв'язків одного класу модельних просторових нелінійних сингулярно збурених крайових задач типу “конвекція–дифузія–масообмін” / Ю. Є. Климяк // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. – Вип. 3 (12). – Рівне : РДГУ, 2005. – С. 80–93.
10. *Сівак В. М.* Математичне моделювання масопереносу забруднень в ґрунтах з урахуванням природнього самоочищення / В. М. Сівак, А. Я. Бомба, Ю. Є. Климяк, І. М. Присяжнюк // Вісник Укр. нац. ун-ту водн. госп. та природокорист: Збірн. наук. праць. – Вип. 2 (34), ч. 1. – Рівне: НУВГП, 2006. – С. 165–171.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВИХ ПРОЦЕСІВ МАСОПЕРЕНОСУ ЗАБРУДНЮЮЧИХ РЕЧОВИН У БАГАТОША- РОВИХ КУСКОВО-ОДНОРІДНИХ ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Климюк Юрій Євгенійович, Абрамович Ольга Вікторівна,

Рожко Руслана Анатоліївна, Україна

Рівненський державний гуманітарний університет,
факультет математики та інформатики

klimyuk@ukr.net, olja20a@bigmir.net, rusia999@i.ua

При дослідженні просторових процесів поширення забруднюючих речовин у пористих середовищах виникає чимало труднощів, пов'язаних із викривленостями областей, в яких шукається розв'язок, їх багатшаровістю, багатозв'язністю та складністю рівнянь у частинних похідних і граничних умов відповідних модельних задач. Одна із ефективних методик розв'язування сингулярно збурених задач типу «фільтрація-конвекція-дифузія» у випадку переважання конвективних складових процесу над дифузійними при фільтрації водних розчинів у насичених недеформівних пористих середовищах – модельних областях, що мають форму криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і чотирма поверхнями течії, полягає у наступному: поетапній фіксації характеристик і складових процесу та середовища; розв'язанні задачі фільтрації з використанням просторових аналогів конформних відображень області комплексного потенціалу на фізичну область (що включає побудову гідродинамічної сітки, поля швидкостей, обчислення величин різних перетоків тощо) [5]; переході у рівняннях конвективної дифузії і граничних та початкових умовах від фізичних змінних до координат області просторового комплексного потенціалу, що значно спрощує їх запис і забезпечує можливість проведення автономних досліджень, розпаралелюванні обчислень; розв'язанні сингулярно збурених задач типу “конвекція-дифузія” з використанням числово-асимптотичних методів [2].

Відповідну методика перенесено на випадок багатшарових кусково-однорідних пористих середовищ. Так, у [4] побудовано алгоритм числового розв'язання обернених крайових задач на просторові кусково-конформні відображення криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і чотирма поверхнями течії та розділених деякими фіксованими еквіпотенціальними поверхнями на декілька підобластей, на відповідні прямокутні паралелепіпеди. Цей алгоритм на основі [6] адаптований для числового розв'язання обернених крайових задач на просторові кусково-конформні відображення двозв'язних модельних областей, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і двома поверхнями течії та розділених деякими фіксованими еквіпотенціальними поверхнями на декілька підобластей, із розрізом на



відповідні прямокутні паралелепіеди. Ці алгоритми дозволили отримати розв'язки відповідних фільтраційних задач, зокрема, побудувати гідродинамічні сітки, обчислити поля швидкостей. На їх основі у [1, 3] одержано алгоритми числово-асимптотичного наближення розв'язків відповідних задач типу «конвекція-дифузія» відносно координат області комплексного потенціалу. При цьому отримано нового типу поправки, що характеризують механізм конвективно-дифузійного перерозподілу величин концентрацій в околах ділянок розділу підобластей. Проведені числові дослідження свідчать про необхідність більш точного знаходження не лише значень коефіцієнтів фільтрації, пористості і дифузії в кожному шарі, але й більш точного визначення розміщення поверхонь розділу шарів [7].

11. *Абрамович О. В.* Математичне моделювання просторових сингулярно збурених процесів масопереносу забруднюючих речовин у багат шарових кусково-однорідних ізотропних пористих середовищах / О. В. Абрамович, Ю. Є. Климяк // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. – Вип. 9 (18). – Рівне : РДГУ, 2012. – С. 5-21.
12. *Бомба А. Я.* Просторові нелінійні сингулярно збурені крайові задачі типу “конвекція-дифузія” / А. Я. Бомба, Ю. Є. Климяк, В. В. Скопечкий // Доп. НАН України. – 2007. – № 8. – С. 37–44.
13. *Климяк Ю. Є.* Математичне моделювання одного класу просторових сингулярно збурених процесів масопереносу забруднюючих речовин у пористих середовищах / Ю. Є. Климяк, Р. А. Рожко // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. – Вип. 9 (18). – Рівне : РДГУ, 2012. – С. 101-115.
14. *Климяк Ю. Є.* Побудова алгоритму числового розв'язування просторових аналогів обернених крайових задач на конформні відображення для одного класу кусково-однорідних областей / Ю. Є. Климяк // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. – Вип. 9 (18). – Рівне : РДГУ, 2012. – С. 58-72.
15. *Климяк Ю. Є.* Числове розв'язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення криволінійних паралелепіедів на прямокутні / Ю. Є. Климяк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 5 (14). – Рівне : РДГУ, 2008. – С. 104-143.
16. *Климяк Ю. Є.* Числове розв'язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення двоз'язних областей із розрізом на прямокутні паралелепіеди / Ю. Є. Климяк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 6 (15). – Рівне : РДГУ, 2009. – С. 59-71.

ЧАСТКОВЕ СПОЛУЧЕННЯ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ І ПРУЖНОГО ДИСКА

Кот Василь Васильович, Україна

Рівненський державний гуманітарний університет,
факультет математики та інформатики.

kotpm04@ukr.net

Розглянемо нескінченну ортотропну пластинку товщиною $2h$ з круговим отвором одиничного радіуса, в який без зазору і натягу вставлено круглий пружний диск. На ділянці $L_1 = [\alpha_0, \beta_0]$ диск сполучений з пластинкою розіркненим ребром сталої жорсткості на згин

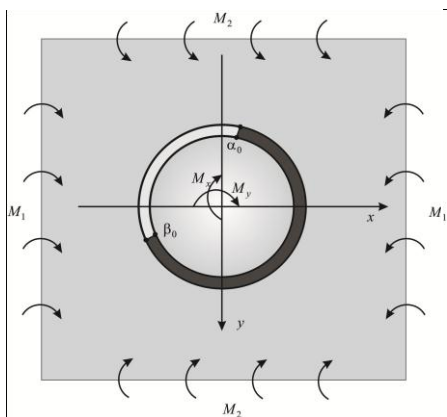


Рис. 1. Розрахункова схема складеної пластинки.

g_1 і кручення g_2 . Середня площина складеної пластинки віднесена до декартових (x, y) і полярних (r, λ) координат з полюсом в центрі диска. Зовнішнє навантаження на пластинчасту систему зображено на рис. 1. Розв'язок задачі полягає у визначенні компонентів напружено-деформованого стану на контурах пластинки і диска та в сполучувальному ребрі.

Компоненти кута повороту нормалі до середньої площини пластинки і диска в позначеннях [1,2], можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{k}{\Delta} \left\{ (\beta_{11}\beta_{22} + \nu_x) f_1(\lambda) - \frac{(\beta_{11} + \beta_{22})}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_2'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + \tilde{R}_0(\lambda) + \tilde{a}_0 \right\}; \\ \frac{\partial w}{\partial y} &= \frac{k}{\Delta} \left\{ (\beta_{11}\beta_{22} + \nu_x) f_2(\lambda) - \frac{(\beta_{11} + \beta_{22})}{\pi} \beta_{11}\beta_{22} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_1'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + \tilde{Q}_0(\lambda) + \tilde{b}_0 \right\}; \\ \frac{\partial w_1}{\partial x} &= \frac{k_1}{3 + \nu_1} \left[(1 + \nu_1) f_1^{(1)} + \frac{2}{\pi} \int_{\gamma_1} f_2^{(1)'}(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + R_0^{(1)}(\lambda) \right] + a_0^{(1)}; \\ \frac{\partial w_1}{\partial y} &= \frac{k_1}{3 + \nu_1} \left[(1 + \nu_1) f_2^{(1)} - \frac{2}{\pi} \int_{\gamma_1} f_1^{(1)'}(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + Q_0^{(1)}(\lambda) \right] + b_0^{(1)}, \quad (1) \end{aligned}$$

де величини, відзначені індексом 1, мають для диска той самий зміст, що і величини без індексу для ортотропної пластинки.

Граничні умови задачі на підставі [1-2] можна записати у вигляді

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \int_{\beta_0}^{\lambda} \frac{1}{g_1} \left\{ \Delta f_2(t) \left[R_2^2(t) + \frac{g_1}{g_2} R_1^2(t) \right] + \Delta f_1(t) R_1(t) R_2(t) \left(1 - \frac{g_1}{g_2} \right) \right\} dt + a_1^* ;$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \int_{\beta_0}^{\lambda} \frac{1}{g_1} \left\{ \Delta f_2(t) R_1(t) R_2(t) \left(\frac{g_1}{g_2} - 1 \right) - \Delta f_1(t) \left[R_1^2(t) + \frac{g_1}{g_2} R_2^2(t) \right] \right\} dt + b_1^* .$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_1}{\partial x} ; \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w_1}{\partial y} . \quad (2)$$

Тут $R_1(\lambda) = \cos \lambda$; $R_2(\lambda) = \sin \lambda$; $\Delta f_1 + i \Delta f_2 = (f_1 - f_1^{(1)}) + (f_2 - f_2^{(1)})$.

Підставляючи (1) у граничні умови (2), отримаємо систему інтегральних рівнянь для визначення функцій $f_1', f_2', f_1^{(1)', f_2^{(1)'}$. Крім даної системи повинні виконуватися умови рівноваги диска і сполучувального ребра [1, 3]

$$f_1(\alpha_0) = f_2(\alpha_0) = 0, \quad f_1(\beta_0) = -M_x, \quad f_2(\beta_0) = -M_y ;$$

$$f_1^{(1)}(\alpha_0) = f_2^{(1)}(\alpha_0) = 0, \quad f_1^{(1)}(\beta_0) = -M_x, \quad f_2^{(1)}(\beta_0) = -M_y ,$$

та умова однозначності прогину пластинки [2]

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} \{ f_1'(t) \cos t - f_2'(t) \sin t \} dt - \tilde{C}_1 = 0.$$

Наближений розв'язок задачі реалізовано методом механічних квадратур і колокації.

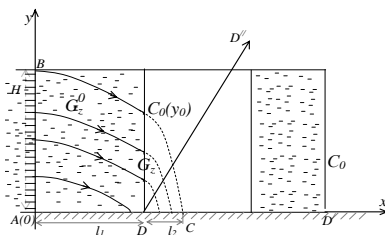
1. Сяський А. Кусково-однорідна ортотропна пластинка з коловим розрізом, береги якого частково контактують при згині / А. Сяський, К. Музичук // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2012. – №3 (67). – С.17-25.
2. Сяський, А. Розрахунок згинальних напружень в ортотропній пластинці з частково підсиленним еліптичним контуром /А. Сяський, В. Кот, К. Музичук // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2011. – Т.16, №3. – С.26-32.
3. Сяський А. А. Упругое равновесие пластинки с частично подкрепленным криволинейным отверстием / Сяський А. А. // Прикл. математика и механика. – 1986. Т. 50, №2. – С. 247-254.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ НЕЛІНІЙНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ В СХИЛЬНИХ ДО ДЕФОРМАЦІЇ ГІРСЬКИХ ПОРОДАХ З УРАХУВАННЯМ СУФОЗІЇ

Гаврилюк Володимир, ст. викладач, к.т.н.,
Семенюк Павло, студент V курсу

Рівненський державний гуманітарний університет

Розглядається процес фільтрації в навколишньому просторі шахти, що має вид прямокутного паралелепіпеда.



Даний процес описуватимемо рівнянням руху $\vec{v} = \kappa \cdot \text{grad } h$ (закон Дарсі) та рівнянням нерозривності $\text{div } \vec{v} = 0$, де $\vec{v} = (v_x(x, y) + i \cdot v_y(x, y))$ – швидкість фільтрації, $\kappa = \kappa(\text{grad } h)$ – обмежена неперервно-диференційована в області G_z функція, що характеризує провідність середовища та його схильність до деформації, $h = h(x, y)$ – напір в точці (x, y) , $h|_{BC} = y$, $\varphi = (1 - \frac{h}{H})H$ – потенціал поля, такий, що $\varphi|_{AB} = 0$, $\varphi|_{CD} = H$, $\frac{d\varphi}{dn}|_{BC} = \frac{d\varphi}{dn}|_{DA} = 0$, \vec{n} – зовнішня нормаль до відповідної ділянки границі даної області.

Список використаних джерел

1. Бомба А. Я. Моделювання нелінійних фільтраційносуфозійних процесів, що виникають в системах горизонтального дренажу / А. Я. Бомба, Ж. С. Гутіна, С. С. Каштан, М. М. Хлапук // Вісник Українського державного університету водного господарства та природокористування. Збірник наукових праць. – Рівне: УДУВГП. – 2003. – №4 (23). – С. 108–115.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ ОЧИСТКИ РІДИНИ

Петух Світлана В'ячеславівна, Каштан Сергій Степанович, Україна
Рівненський державний гуманітарний університет, факультет математики
та інформатики

karamelka_rv@ukr.net

При дослідженні процесів очищення рідин шляхом фільтрування через пористі фільтри з різними засипками досить часто виникає проблема адекватного врахування особливостей переведення фільтру з одного режиму роботи (режиму очистки рідини) в інший (режим очистки фільтра від забруднення), що супроводжується перерозподілом концентрації забруднюючої рідини та випаданням осаду. Складність такого дослідження в натурних експериментах є очевидною, оскільки фільтри мають складну будову та характеризуються різними фільтраційними параметрами.

У роботі нами адаптовано математичну модель [1, 2], що описує процес фільтруючої очистки на випадок фільтру типу «стакан» (див. рис. 1), на основі якої встановлено оптимальні параметри роботи фільтрувальної установки, складовою якої є розглянутий фільтр.

Для розв'язання задачі очистки використано метод квазіконформного відображення [1, 2], який дозволяє в автоматичному режимі відшукати фільтраційне поле, яке переносить забруднення, врахувати зміну фільтрувальних характеристик фільтру тощо. У цій роботі пропонується враховувати вплив забруднюючих речовин на повну фільтраційну витрату (потужність фільтра) певною залежністю коефіцієнта фільтрації від характеристик процесу та/або середовища фільтрування.

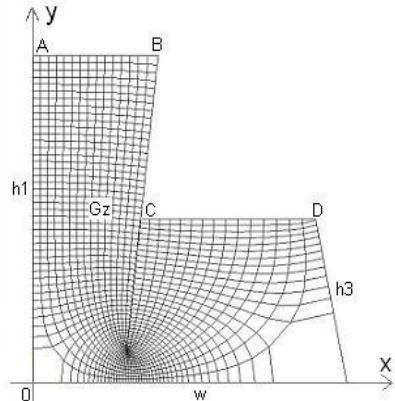


Рис. 1. Геометрія фільтра

1. Бомба А.Я. Чисельне розв'язання обернених нелінійних крайових задач на конформні та квазіконформні відображення / А.Я.Бомба, С.С.Каштан // Волинський математичний вісник.- 2001.- Вип. 8.- С.9-22.
2. Бомба А.Я. Нелінійні обернення крайових задач на квазіконформні відображення при моделюванні впливу градієнтів потенціалу на процес фільтрації / А.Я.Бомба, С.С.Каштан // Математичні методи та фізико-механічні поля.- 2002.- 45, №2.- С.49-57.

ВИВЧЕННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ МАТЕМАТИЧНИХ ПАКЕТІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ПРОЦЕСІВ

Мороз Ігор Петрович, доцент, к.т.н.,
Макарчук Володимир Валентинович, студент V курсу
Рівненський державний гуманітарний університет

Розглядається задача про розповсюдження електромагнітних хвиль типу H_{10} у нескінченному регулярному хвильоводі прямокутного поперечного перерізу, що містить активний елемент (область яка має нелінійні, однорідні, дисперсійні та ізотропні властивості). Амплітуда, початкова фаза і частота коливань у площині XOY при $z = 0$ хвиль типу H_{10} відомі. Стінки хвильоводу металеві. Наповнення: в областях 1, 3 – повітря; в області 2 – напівпровідник.

Опис проведемо у декартовій системі координат, вісь Z якої орієнтована вздовж хвильоводу (рис 1).

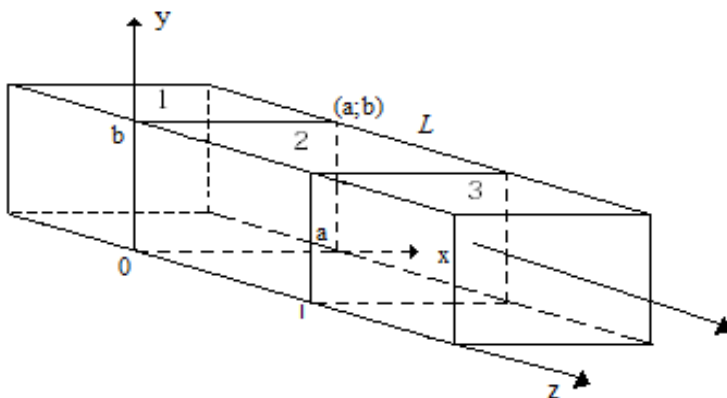


Рис. 1. Геометрія задачі.

Потрібно розрахувати частку енергії, яка буде поширюватися у системі після взаємодії з активним елементом; встановити вплив параметрів системи на протікання хвильового процесу.

Проведеться декомпозиція [2] системи, що розглядається. Виділяємо однорідні за властивостями підобласті: 1, 2, 3 (Рис.1).

Обмежимо розглядом хвиль магнітного типу (це у першу чергу обумовлено постановкою задачі), які у поздовжньо-однорідних системах

описуються вектором Герца виду $\vec{\Pi}^m = (0, 0, \Pi_z^m)$.

Поведінку електромагнітної хвилі у підобласті 1, 3 описує рівняння Гельмгольца виду [1,4]:

$$\Delta \vec{\Pi}^m + k_0^2 \varepsilon \vec{\Pi}^m = 0,$$

де k_0 - хвильове число, ε - діелектрична проникність (параметр визначає властивості середовища).

У підобласті 2 шукані функції знаходяться з розгляду нелінійного рівняння Гельмгольца[3]:

$$\Delta \vec{\Pi}^m + k_0^2 \left(\varepsilon + ik\delta |E_x|^2 \right) \vec{\Pi}^m = 0,$$

Задача програмується в середовищі Maple 16.

Список використаних джерел

1. Уотсон Г. СВЧ полупроводниковые приборы и их применение / Под ред. Г. Уотсона; Пер. с англ. под. ред. В.С. Эткина. – М.: Мир, 1972. – 662 с.
2. Либерман Л. С. Полупроводниковые диоды для управления СВЧ мощностью / Л.С. Либерман, Б.В. Сестрорецкий, В.А. Шпирт, Л.М. Якубень // Радиотехника. – 1972. - №5 . – С.9-24.
3. Кищенко Я. И. Быстродействующие широкополосные модуляторы на р-і-п-структурах (обзор) / Я.И. Кищенко, С.В. Кошечая, М.И. Смойловский, В.А. Трапезон // Радиоэлектроника (Изв. высш. учебных заведений). – 1989. – №10. – С.14-23.
4. Владимиров В. В. Плазма полупроводников / В. В. Владимиров, А. Ф. Волков, Е. З. Мейлихов. – М.: Атомиздат, 1979. – 254 с.
5. Мороз І. П. Модельовання нелінійних ефектів в керуючих елементах НВЧ систем передачі інформації / І.П. Мороз, Д.В. Тхорук. – Міжнародна конференція “Наука, освіта, суспільство очима молодих - 2008”, Рівне. – С. 165-166.
6. Новіков Л.О. Чисельні та наближені методи прикладної математики. Лекції / Л.О. Новіков, А.Ф. Обшта – Львів: Львівська політехніка, 1998. – 357с.
7. Калиткин Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин – М.: Наука, 1978. – 512 с.
8. Аладьев В.З. Автоматизированное рабочее место математика / В.З. Аладьев, М.Л. Шишаков. – М.: ЛБЗ, 2000. – 751 с.
9. Васильев А. Н. Maple 8. Самоучитель / А.Н. Васильев. – М.: [Диалектика](#), 2003. – 352 с.

МЕХАНІЗМИ КОЛЕКТИВНОГО УХВАЛЕННЯ РІШЕНЬ

Явна Христина Василівна, Україна

ЛНУ імені Івана Франка, факультет прикладної математики та інформатики

christina.yavna@gmail.com

У роботі досліджено питання, які стоять перед кожним колективом: як розподілити набуті блага між всіма членами колективу? І взагалі, якщо відомі функції індивідуальних корисностей, як побудувати функцію колективної корисності?

Формально задача колективного прийняття рішень формулюється наступним чином:

$$\max\{u_i(x) \mid x \in X \subseteq E^n, i \in N = \{1, \dots, n\}, \quad (1)$$

де u_i – функція корисності i -го агента, X – множина альтернатив.

Для того, щоб визначити, що розуміється під розв'язком задачі (1) необхідно знати ще якусь додаткову інформацію.

Можливо, наприклад, виділити "пріоритетного" члена колективу ("царя", "вождя" і т.п.), індивідуальна функція корисності котрого максимізується, а для інших індивідуальних функцій корисності встановлюються "порогові" рівні $\bar{u}_i = const$:

$$\max\{u_k(x) \mid u_i(x) \geq \bar{u}_i, i \neq k; x \in X\}. \quad (2)$$

Якщо припустити, що всі члени колективу рівні у своїх правах, навряд чи можна погодитись з постановкою (2). Більш логічними ("демократичними") будуть дві наступні постановки:

$$\sum_{i \in N} u_i(x) \rightarrow \max_{x \in X}, \quad (3)$$

$$u_1(x) = u_2(x) = \dots = u_n(x) \rightarrow \max_{x \in X}, \quad (4)$$

Задача (3) називається *утилітарною* постановкою, задача (4) – *егалітарною* (від латинського слова "рівність").

Утилітарна функція колективної корисності не звертає уваги на нерівномірність у розподілі індивідуальних корисностей, егалітарна – у

першу чергу, намагається підвищити мінімальну індивідуальну корисність. Як чисельно виміряти нерівномірність у розподілі індивідуальних корисностей, а отже, визначити, яке суспільство більш "справедливе"?

При розгляді задачі розподілу витрат найкраще розглядати виробництво неподільного суспільного продукту, скажімо будівництво моста або іншого подібного об'єкта колективного користування. Проблема полягає в тому, як розподілити витрати на створення об'єкта. Є лише дані про загальні витрати на будівництво моста і доходи, які кожен агент отримує з цього об'єкта.

Модель поділу прибутку. Об'єднання з n гравців отримує від кооперації дохід $r > 0$. Повні витрати гравця i дорівнюють $c_i > 0$.

Кооперація прибуткова, тобто $\sum_{i=1}^n c_i < r$. Як поділити дохід r ?

Модель поділу витрат. Колективний об'єкт (міст) коштує $c > 0$ й приносить дохід $b_i \geq 0$ кожному з його користувачів $i = \overline{1, n}$. Будівництво

об'єкта ефективне: $\sum_{i=1}^n b_i > c$. Як розподілити витрати c між гравцями?

Створено програмну реалізацію за допомогою мови C++ для визначення оптимуму Лоренса на заданій скінченній множині, визначення перерозподілу Пігу-Дальтона для заданого вектора корисності, обчислення індексів Джині та Аткінсона для заданих розподілів корисності та обчислення рівневого та подушного податку.

1. *Бартіш М. Я.* Дослідження операцій. Частина 3. Ухвалення рішень і теорія ігор : підручник / М. Я. Бартіш, І. М. Дудзяний. – Львів : Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2009.
2. *Волошин О. Ф.* Моделі та методи прийняття рішень : навчальний посібник / О. Ф. Волошин, С. О. Мащенко. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2006.
3. *Мулен Э.* Кооперативное принятие решений: Аксиомы и модели. – Москва: Мир, 1991. – 464 с.

ОПТИМАЛЬНИЙ РОЗПОДІЛ БЮДЖЕТНИХ КОШТІВ МІЖ РЕГІОНАМИ УКРАЇНИ

Сахарчук Олег Станіславович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
olehsakharchuk@gmail.com

Бюджет та бюджетна система загалом відносяться до тієї сфери суспільного життя, що безпосередньо стосується інтересів всіх і кожного. В бюджеті будь-якої країни відбиваються важливі економічні, соціальні, політичні проблеми життя суспільства і людини. Від того, наскільки правильно розподілено бюджетні кошти залежить ефективне функціонування усіх сфер людської діяльності (промисловості, торгівлі, транспорту, охорони здоров'я, освіти і т. ін.). Зрозуміло, що в таких ситуаціях без науково обґрунтованих рішень обійтись не можна. Наукові методи дають змогу наперед оцінити наслідки кожного рішення, відкинути неприпустимі і рекомендувати найбільш раціональні варіанти.

Нами розглянуто використання методу динамічного програмування для оптимального розподілу бюджетних коштів між регіонами України.

Нехай нам відомо:

- сума виділених бюджетом коштів, які необхідно розподілити між регіонами
- ефективність використання кожним регіоном отриманих бюджетних коштів. Під ефективністю будемо розуміти задоволення якнайбільшої кількості потреб, починаючи від найважливіших за пріоритетом.

Задача полягає в такому розподілі бюджетних коштів між регіонами, за якого сумарна ефективність від використання цих коштів регіонами була б максимальною (буде задоволено якнайбільше першочергових потреб для кожного регіону).

Введемо позначення:

m – кількість грошових одиниць коштів (наприклад, 1000), які необхідно розподілити між регіонами;

S – розмір однієї грошової одиниці коштів (наприклад, 10000 грн);

n – кількість регіонів, між якими необхідно розподілити виділені бюджетні кошти;

R_i , $i = 1, 2, \dots, n$, i -тий регіон;

k , $k = 1, 2, \dots, m$, – кількість грошових одиниць коштів, які може отримати окремий регіон;



$c_i(x_j)$, $i=1,2,\dots,n$, – ефективність використання $x_j = j$, $j=1,2,\dots,m$,
одиниць коштів i -тим регіоном R_i ;

x_i , $i=1,2,\dots,n$, – кількість одиниць коштів, що планується виділити
 i -му регіону R_i (шукані величини).

Враховавши описані величини, математична модель задачі матиме вигляд

$$C = \sum_{i=1}^n c_i(x_i) \rightarrow \max$$

за умов

$$\sum_{i=1}^n x_i = m,$$

$$0 \leq x_i \leq m, \quad x_i \in \mathbb{Z}, \quad i=1,2,\dots,n,$$

Для розв'язування задачі можна використати метод динамічного програмування.

Позначимо через $C_s(x_j)$, $s=1,2,\dots,n$, сумарну ефективність від використання $x_j = j$, $j=1,2,\dots,m$, грошових одиниць коштів першими s регіонами R_1, R_2, \dots, R_s , а через $C_s^*(x_j)$, $s=1,2,\dots,n$, – максимальну сумарну ефективність від використання $x_j = j$, $j=1,2,\dots,m$, грошових одиниць коштів першими s регіонами.

Процес розв'язування поставленої задачі можна розбити на n кроків. На першому кроці визначимо максимальну ефективність від використання $x_j = j$, $j=1,2,\dots,m$, грошових одиниць коштів першим регіоном R_1 . На другому кроці визначимо максимальну ефективність від використання $x_j = j$, $j=1,2,\dots,m$, грошових одиниць коштів першими двома регіонами R_1 і R_2 . І т.д. Нарешті на останньому кроці визначимо максимальну ефективність від використання m грошових одиниць коштів усіма регіонами.

1. Цегелик Г.Г. Використання математичних методів і моделей для дослідження економічних процесів / Г.Г. Цегелик // Сучасні інформаційні технології в економіці, менеджменті та освіті: Матем. Всеукр. наук.-практ. конф. – Львів, 2010. – С. 15-22



КОНТАКТНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯНЬ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Гомон Катерина Олександрівна, Україна

ЛНУ ім. Івана Франка, факультет прикладної математики та інформатики

katja_gomon@ukr.net

Науковий керівник доцент І.І. Дияк

Розглядається задача про контакт двох пружних тіл $\Omega_\alpha \subset \mathbb{R}^2$ з ліпшицевими межами $\Gamma_\alpha = \partial\Omega_\alpha$, $\alpha = \overline{1,2}$ (рис.1). Позначимо $\Omega = \bigcup_{\alpha=1}^2 \Omega_\alpha$.

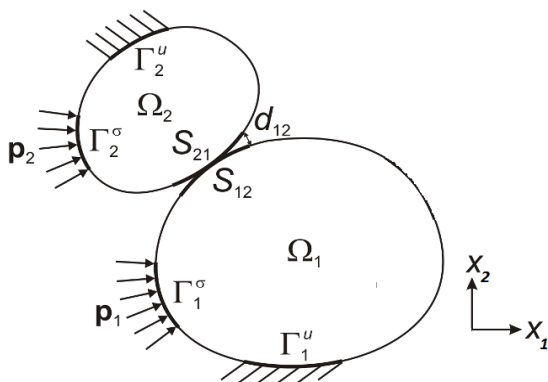


Рис. 1. Контакт двох пружних тіл

Деформації у кожному з тіл виражаються через переміщення за співвідношеннями Коші [1]:

$$\varepsilon_{\alpha ij}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{\alpha i}(\mathbf{x})}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{\alpha j}(\mathbf{x})}{\partial x_i} \right), \quad i, j = \overline{1,2}, \quad \mathbf{x} \in \Omega_\alpha. \quad (1)$$

Напруження та деформації пов'язані законом Гука

$$\sigma_{\alpha ij}(\mathbf{x}) = \sum_{k,l=1}^2 C_{\alpha ijkl}(\mathbf{x}) \varepsilon_{\alpha kl}(\mathbf{x}), \quad i, j = \overline{1,2}, \quad \mathbf{x} \in \Omega_\alpha. \quad (2)$$

Для кожного з тіл виконуються рівняння рівноваги

$$\sum_{j=1}^2 \frac{\partial \sigma_{\alpha ij}(\mathbf{x})}{\partial x_j} = 0, \quad i = \overline{1,2}, \quad \mathbf{x} \in \Omega_\alpha. \quad (3)$$

На частині Γ_α^u поверхні Γ_α задані кінематичні крайові умови (умови Діріхле), які для спрощення доведень вважаємо нульовими:

$$\mathbf{u}_\alpha(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{x} \in \Gamma_\alpha^u, \quad (4)$$

а на частині Γ_α^σ – статичні крайові умови (умови Неймана):

$$\boldsymbol{\sigma}_\alpha(\mathbf{x}) = \mathbf{p}_\alpha(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Gamma_\alpha^\sigma, \quad (5)$$

де $\mathbf{p}_\alpha = (p_{\alpha\xi}, p_{\alpha\eta}, p_{\alpha n})^T$ – задані граничні зусилля.

Відстань між тілами Ω_α та Ω_β по нормалі [2] до деформації позначимо:

$$d_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) = \pm \|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\| = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^2 (x_i - x'_i)^2},$$

На зонах можливого одностороннього контакту $S_{\alpha\beta}$ виконуються умови:

нерозтягнення

$$\sigma_{\alpha n}(\mathbf{x}) = \sigma_{\beta n}(\mathbf{x}') \leq 0; \quad (6)$$

відсутності тертя

$$\sigma_{\alpha\xi}(\mathbf{x}) = \sigma_{\beta\xi}(\mathbf{x}') = 0, \quad \sigma_{\alpha\eta}(\mathbf{x}) = \sigma_{\beta\eta}(\mathbf{x}') = 0; \quad (7)$$

взаємного непроникнення тіл

$$u_{\alpha n}(\mathbf{x}) + u_{\beta n}(\mathbf{x}') \leq d_{\alpha\beta}(\mathbf{x}); \quad (8)$$

та умова контактної альтернативи

$$(u_{\alpha n}(\mathbf{x}) + u_{\beta n}(\mathbf{x}') - d_{\alpha\beta}(\mathbf{x})) \sigma_{\alpha n}(\mathbf{x}) = 0, \quad (9)$$

де $\mathbf{x} \in S_{\alpha\beta}$, $\mathbf{x}' = P(\mathbf{x}) \in S_{\beta\alpha}$.

Система рівнянь (1), (2), (3) з крайовими умовами (4), (5) та умовами одностороннього контакту без тертя (6) – (9) складають замкнену систему для визначення трьох компонент переміщень, шести компонент деформацій та шести компонент напружень кожного з тіл.

Зазначимо, що задача одностороннього контакту (1), (2), (3) – (9) є нелінійною, оскільки істинні зони контакту є наперед невідомими.

Для розв'язання задачі на основі методу декомпозиції області типу Неймана-Неймана з використанням ізопараметричних адаптивних скінченно елементних апроксимацій на чотирикутних елементах побудований алгоритм, який реалізований у вигляді об'єктно-орієнтованого програмного комплексу. Проведено його тестування на модельній задачі.

3. *Dyyak.I. Domain Decomposition Schemes for Frictionless Multibody Contact Problems of Elasticity/ Dyyak.I., Prokopyshyn I. // Numerical Mathematics and Advaced Applications.-G. Kreiss et al. (eds), 2009.- P.295-303*
4. *Avery P. The FETI family of domain decomposition methods for inequality-constrained quadratic programming: Application to contact problems with conforming and nonconforming interfaces / P. Avery, C. Farhat // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. – 2009. – Vol. 198. – P. 1673–1683.*

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ, ЩО ОПИСУЄТЬСЯ СИСТЕМОЮ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ЗАПІЗНЮВАННЯМ АРГУМЕНТА, НА СКІНЧЕНОМУ ПРОМІЖКУ

Григоржевська Анастасія Юріївна, Варех Нонна Василівна, Україна
Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара,
факультет прикладної математики

hryhorzhevskaia@gmail.com

В роботі розглядаються дві задачі, пов'язані із диференціальними рівняннями з відхиленням аргументу.

Перша задача відноситься до якісної теорії диференціальних рівнянь. Вона пов'язана з питанням поведінки розв'язків на нескінченному інтервалі часу для системи з парною ($n=4$) кількістю рівнянь з відхиленням аргументу. Було встановлено, що для деяких класів систем при парній кількості рівнянь кожен розв'язок системи сильно осцилює.

Друга задача відноситься до дослідження одного класу систем з парною кількістю рівнянь на скінченному інтервалі. Розглядається економічна модель малого підприємства в структурі промислового комплексу [1], на основі якої побудовано нову модель, що враховує ефект післядії:

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = a \cdot A(t) + b \cdot K(t - \tau), \\ \frac{dK}{dt} = f_A \cdot A(t - \tau) + a_I \cdot K(t), \end{cases}$$

де $\tau(t) = t - \Delta(t)$, $\Delta(t) > 0$ - запізнювання.

Для дослідження та розв'язання систем було створено програмне забезпечення у середовищі Microsoft Visual Studio 2010, що надає можливість дослідити сумісну виробничу діяльність великого (ВП) та малого (МП) підприємств; визначити умови, за яких ця діяльність приносить найбільший економічний ефект; простежити динаміку розвитку підприємств в залежності від їх ступеня кооперації за певний часовий проміжок; побачити як інвестиції, зроблені в минулому будуть впливати на стан підприємства у майбутньому, дослідити залежність вартості основних виробничих фондів (ОВФ) ВП у поточному часі від вартості ОВФ МП в минулому. За допомогою метода кроків [2] система економічно-математичної моделі малого підприємства у структурі промислового комплексу із запізнюванням зводиться до системи звичайних рівнянь без запізнювання. До зведених рівнянь застосовується чисельний метод, а саме метод Рунге-Кутта 4 порядку точності [3].

Видаються графіки залежності вартості ОВФ малого та великого підприємств від часу. Для порівняння графіки моделі із запізнюванням та без нього виводяться в одній системі координат. Вхідні параметри задаються під час реалізації.

Для виявлення впливу запізнювання дана модель була розглянута на різних часових інтервалах.

Аналізуючи отримані дані, сформульовано наступний висновок: зі збільшенням значення запізнювання вартість основних виробничих фондів малого та великого підприємств зростає більш стрімко і під кінець горизонту планування сягає позначки більшої, ніж у випадку обрання моделі без запізнювання.

Результати роботи можуть бути корисними при подальшому теоретичному дослідженні систем диференціальних рівнянь із відхиленням аргументу, а також застосовані для побудови і дослідження економічних моделей.

1. *Шерстенников Ю. В.* «Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці», 2009, с. 285.

2. *Эльсгольц Л. Э.* Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. М., «Наука», 1964. 128 с.

3. *Крилов В. И.*, Розрахункові методи: Навчальний посібник / В. І. Крилов, В. В. Бобков, П. І. Монастирний.–М.: Наука, 1977.–Т.2, с.399.

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ФІНАНСОВИХ РЕСУРСІВ КОМЕРЦІЙНИХ БАНКІВ

Бігун Роман Романович, Добуляк Леся Петрівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
bigunroman@ukr.net

Банківська система має володіти сукупністю ресурсів, достатніх для кредитування потреб суб'єктів господарської діяльності, формування відповідних резервів, підтримки власної ліквідності. Ефективне використання фінансового потенціалу комерційних банків є передумовою забезпечення сталого економічного зростання.

У нашій роботі ми розглянули теоретичну сутність фінансових ресурсів банківських установ та способи їх формування [2,5], дослідили рівняння тренда на основі спектру залежностей, зокрема: лінійного, квадратичного, степеневого та логарифмічного рівнянь [1], визначили системи нормальних рівнянь для побудови математичних моделей, побудували ці моделі, а також багатофакторні регресійні моделі [4] для статистичних даних про активи та пасиви банків України, оцінили щільність зв'язку та адекватність рівнянь, а також склали прогноз на наступні декілька років.

Наведемо приклад однієї з побудованих моделей.

Нехай дано статистичні дані про активи банків України [3]: x_1 – надані кредити, млн. грн., x_2 – довгострокові кредити, млн. грн., x_3 – вкладення в цінні папери, млн. грн., x_4 – резерви під активи, млн. грн., y – активи всього, млн. грн.. На основі цих даних будемо багатофакторну (4-ох факторну) регресійну модель. У таблиці наведені теоретичні дані для побудованої моделі.

Таблиця 1

Теоретичні значення побудованої моделі

Роки	i	y	x1	x2	x3	x4	y~
2002	1	47591	32097	5683	4390	3194	53499,58686
2003	2	63896	46637	10690	4402	3905	72644,21522
2004	3	100234	73442	28136	6534	5355	104992,9248
2005	4	134348	97197	45531	8157	7250	131795,163
2006	5	213878	156268	86227	14338	9370	203809,0366
2007	6	340179	269294	157224	14466	13289	331301,7627
2008	7	599396	485368	291963	28693	20188	593873,8948
2009	8	926086	792244	507715	40610	48409	933364,2823

2010	9	880302	747348	441778	39335	122433	881838,3366
2011	10	942088	755030	420061	83559	148839	956783,628
2012	11	1054280	825320	439691	75175	162018	1038375,169

Використовуючи метод найменших квадратів, визначено параметри b_0, \dots, b_4 для даних про активи банків України

$$b_0 = 2501,45; \quad b_1 = 1,567;$$

$$b_2 = -0,683; \quad b_3 = 1,285; \quad b_4 = -0,332;$$

Отже, модель у нашому випадку виглядатиме так:

$$y \sim = 2501,45 + 1,567x_1 - 0,683x_2 + 1,285x_3 - 0,332x_4$$

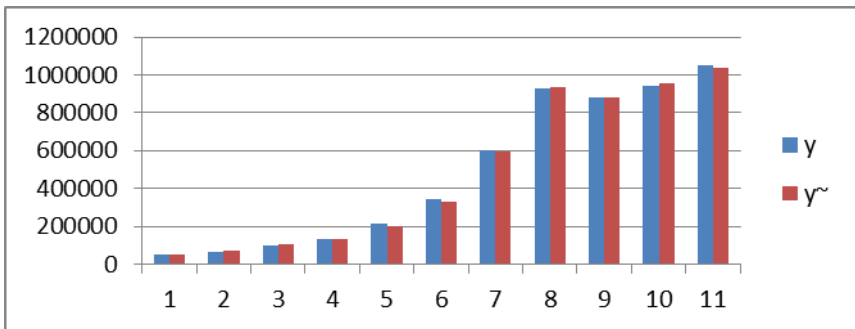


Рис.1. Модель активів банків України

На рис.1 проілюстровано реальні значення величини активів банків України (y) та теоретичні значення, обчислені на основі побудованої багатофакторної регресійної моделі (Оскільки коефіцієнт кореляції $r_{yy\sim} = 0,999$ та детермінації $R^2 = 0,999$ близькі до 1, то модель адекватна реальній дійсності).

1. *Грабовецький Б.Є.* Економічне прогнозування та планування: Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, 2003 – 188с.
2. *Стойко О.Я.* Банківські операції. – К.:КУНЕС, 2002 р.
3. Основні показники діяльності банків України //www.nbuv.gov.ua/portal/
4. *Цегелик Г.Г.* "Основи економетрії" - 2011. –132с.
5. Аналіз банківської діяльності: Підручник / *А. М. Герасимович, М. Д. Алексєнко, І. М. Парасій-Вергуненко* та ін., За ред.. *А. М. Герасимовича.*- Вид. 2-ге, без змін.- К.:КНЕУ.-2006.-600с.

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДОХОДІВ І ВИДАТКІВ ДЕРЖАВНОГО БЮДЖЕТУ УКРАЇНИ

Гірська Орія Зіновіївна, Добуляк Леся Петрівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
o.hirska@gmail.com

Використано екстраполяцію часових трендів для аналізу доходів і видатків Державного бюджету України. Моделювання за допомогою трендів зручно застосовувати для початкового дослідження динаміки економічного явища чи процесу. Для скорочення та спрощення обсягу статистичної інформації застосовано кластерний аналіз.

На основі статистичних даних про доходи та видатки Державного бюджету України за 1996 – 2009 рр. було побудовано лінійний, квадратичний, логарифмічний, гіперболічний часові тренди. З їх допомогою розраховано теоретичні значення досліджуваних показників та їхні прогностичні значення на наступні чотири роки. Для порівняння моделей використовувався коефіцієнт кореляції та середня помилка апроксимації.

Проаналізовано вплив окремих факторів на доходи та видатки Державного бюджету України за допомогою багатofакторних регресійних моделей [1].

Взято до уваги статистичні дані [2] про податкові надходження (x_1), неподаткові надходження (x_2), доходи від операцій з капіталом (x_3), офіційні трансферти (x_4) та цільові фонди (x_5), що разом складають доходи Державного бюджету України. Для зручності всі регіони розбито на однорідні групи (кластери) за вищевказаними ознаками ($x_1 \dots x_5$). Побудована п'ятифакторна регресійна модель залежності доходів Державного бюджету (y_1) від вибраних факторів має вигляд:

$$y_1 = -1144,24 + 3,8523x_1 + 2,6353x_2 - 7,0535x_3 + 7,2252x_4 - 1,4996x_5$$

Далі розглянуто вплив видатків на загальнодержавні функції (x_1), оборону (x_2), економічну діяльність (x_3), охорону здоров'я (x_4) та освіту (x_5) що є складовими видатків Державного бюджету України, на основі яких також сформовано кластери. Обчислено відстані до ідеальних точок та функції переваг.

Побудована п'ятифакторна регресійна модель залежності видатків Державного бюджету (y_2) від вибраних факторів має вигляд:

$$y_2 = -514,102 + 6,5051x_1 - 1,4252x_2 + 2,4027x_3 - 9,4912x_4 + 5,3568x_5$$

Розраховані значення коефіцієнтів кореляції для цих моделей $r_1 = 0,99455$ та $r_2 = 0,99898$ свідчать про щільний зв'язок доходів та видатків Державного бюджету і вибраних факторів, що впливають на них.

Побудована багатфакторна модель має важливе значення, оскільки визначені чинники дають змогу оцінити та вдосконалити систему державного бюджету. Провівши дослідження бачимо перевагу видаткової частини над доходами, що показує дефіцит бюджету. Проте розраховані прогностичні значення доходів та видатків свідчать про покращення загальнодержавної ситуації (рис. 1).

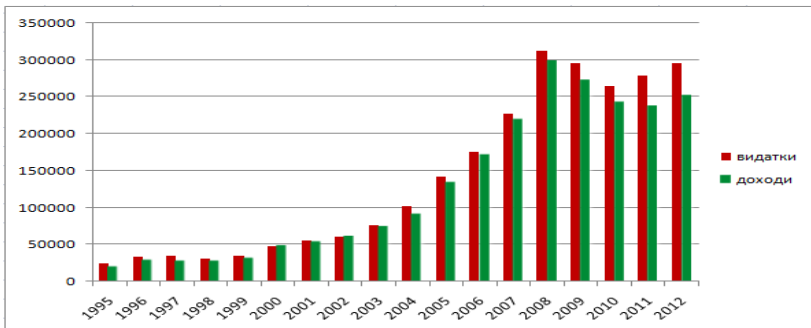


Рис. 1. Порівняння прогностичних значень доходів та видатків

Проведений кластерний аналіз сприяє полегшенню і спрощенню обчислювальних процедур, забезпечує компактність отриманих результатів та одночасне збереження необхідної точності.

За допомогою побудованих багатфакторних регресійних моделей, які є адекватними наявним статистичним даним та мають високі ступені значимості оцінених параметрів, можна здійснювати прогнозування зміни змодельованого економічного явища в результаті зміни одного чи більше його факторів. Зазначимо, що такі моделі на сьогодні не є сталими в довгостроковому періоді, оскільки в українській економіці зовнішнє середовище та його умови змінюються досить часто. Тому в майбутньому доцільно розрахувати нові параметри регресійних моделей на основі представлених методів та здійснювати прогнозування згідно отриманих даних.

6. Цегелик Г.Г. Основи економетрії: Текст лекцій / Г. Г. Цегелик, - Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 134с.
7. Статистичний щорічник України //Фінанси і кредит/ 1995-2009



АНАЛІЗ ДЕМОГРАФІЧНОЇ СИТУАЦІЇ УКРАЇНИ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Паберівська Наталя Ярославівна, Добуляк Леся Петрівна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
natalia-p2007@yandex.ru

Для нашої країни демографічна проблема на даний момент є однією з найболючіших. Молодих людей хвилює питання: як складається доля нащадків і чи зможуть вони бути щасливими в країні, де немає нормальних умов життя. Чи можуть не хвилювати наведені вченими статистичні дані [2]. На сьогоднішній день в Україні проживає 45,6 млн. осіб, а за прогнозами дослідників в найближчі 10 років проживатиме 43,7 млн. Україна належить до країн з першим типом відновлення населення, який характеризується низькими показниками народжуваності, смертності і незначним природним приростом населення. Та в наш час смертність компенсується народжуваністю лише на 59%, показники природного приросту постійно знижуються. В 1993 році в розрахунку на 1000 жителів народилося 0,7 чол., а померло 4,2 чол., тобто природний приріст вже став негативним (-3,5%). А в 1960 р., наприклад, ці показники склали відповідно 20,5%, 6,9%, 13,6%.

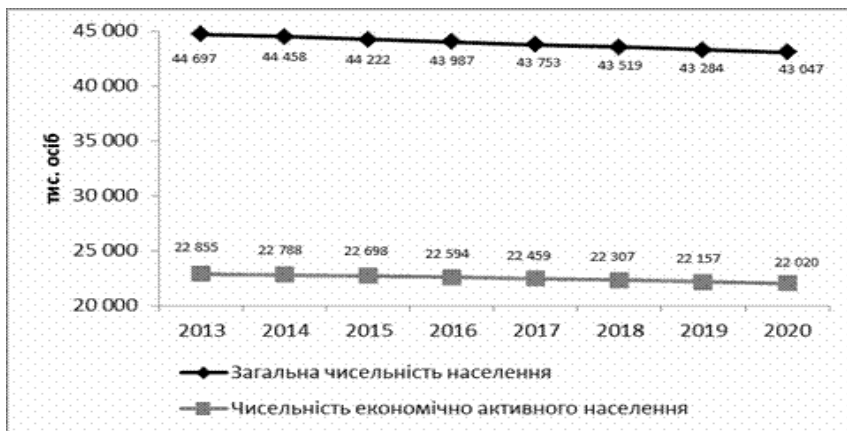


Рис. 1. Демографічна ситуація України. Прогнози.
[джерело: www.ukrstat.gov.ua]



Мета роботи полягає в тому, щоб зібрати існуючі дані по питанню демографічної ситуації України, опрацювати їх, розглянути проблеми сьогодення демографії нашої держави, а також представити побудовані нами економіко-математичні моделі, які показують динаміку чисельності населення України за період 20 років та прогнози зміни цього показника на майбутні роки.

Розглянемо статистичні дані про чисельність населення України за період з 1990-2011 рр. (у). На основі цього динамічного ряду нами побудовано лінійний, логарифмічний, степеневий, гіперболічний, квадратичний часові тренди. За допомогою методу найменших квадратів було обчислено невідомі параметри цих рівнянь [1]. Використовуючи побудовані тренди, було обчислено теоретичні значення кількості населення України, розраховано коефіцієнти кореляції для перевірки адекватності моделей, та обчислено прогнозні значення досліджуваного показника на наступних роках.

Нами наведено на рис. 2 графік степеневого тренду, який найкраще відображає динаміку чисельності населення в часі.

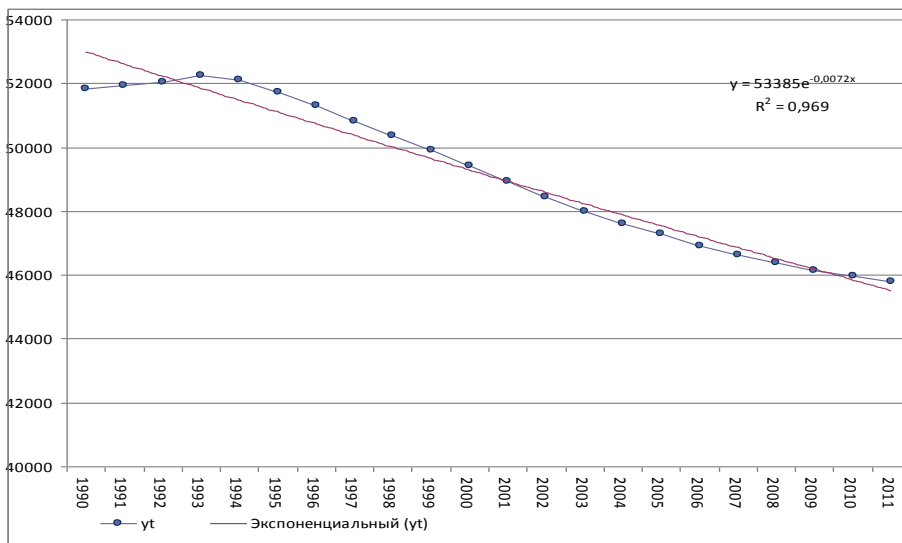


Рис.2. Степенева модель

Також нами було використано однофакторний та багатофакторний аналіз для дослідження впливу різноманітних чинників на чисельність населення України.

1. *Цегелик Г.Г. Основи економетрії: текст лекцій. – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2011.-134 с.*
2. *Державна служба статистики України : www.ukrstat.gov.ua*

**КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЕРЕНЕСЕННЯ
ЛІКІВ ЧЕРЕЗ ЖИВІ ТКАНИНИ.**

Турчин Юлія Ігорівна, Україна

ЛНУ ім. Івана Франка, факультет прикладної математики та інформатики

juliaturchyn@gmail.com

Науковий керівник проф. Я. Г. Савула

Математичне моделювання як нормальних фізіологічних, так і патологічних процесів є в наш час одним з найактуальніших напрямків наукових досліджень [1]. Метою цієї роботи є моделювання процесу розповсюдження ліків у стінці судини при катетерному лікуванні атеросклерозу [3]. Після поглинання наночастинок тканиною стінок судин, процес їх подальшого переносу відбувається в основному за рахунок процесу адвекції-дифузії, при якому вивільняються інкапсульовані ліки, що забезпечує терапевтичний вплив на цільовій ділянці артерії.

Нехай Ω – відкрита зв'язна обмежена множина в $R^d, d=1,2,3$ з кусково-гладкою межею $\Gamma = \partial\Omega$, де $\partial\Omega$ складається з неперетинних Γ_D, Γ_N . Необхідно знайти C_1, C_2 – невідомі концентрації наночастинок і ліків, відповідно, які задовольняють головні рівняння змішаної моделі переміщення ліків:

$$\begin{cases} \frac{\partial C_1}{\partial t} + \nabla \cdot (VC_1) - \nabla \cdot (D_1 \cdot \nabla C_1) + \sigma_1 C_1 = 0; \\ \frac{\partial C_2}{\partial t} + \nabla \cdot (VC_2) - \nabla \cdot (D_2 \cdot \nabla C_2) + \sigma_2 C_2 - C_1 f = 0. \end{cases} \quad (1)$$

а також початкові та граничні умови:

$$C_1(x, 0) = 0, C_2(x, 0) = 0 \quad (2)$$

$$C_1 = g_1, C_2 = g_2 \text{ на } \Gamma_D \times (0, T) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} n \cdot (D_1 \cdot \nabla C_1) + \lambda_1 (C_1 - C_{1,\infty}) &= 0 \\ n \cdot (D_2 \cdot \nabla C_2) + \lambda_2 (C_2 - C_{2,\infty}) &= 0 \end{aligned} \text{ на } \Gamma_N \times (0, T) \quad (4)$$

В рівняннях (1)-(4) D_1, D_2 – коефіцієнти дифузії наночастинок і ліків, V – поле швидкостей в стінці артерії; σ_1, σ_2 – сталі метаболізму

наночастинок і ліків; f – рівень розчинності ліків на кожному наночастинку.

Отриману задачу було зведено до матричного вигляду і до варіаційного формулювання (плоский випадок). Також було обґрунтовано можливість використання МСЕ для відшукування її розв'язку [4].

За допомогою числового експерименту було виявлено, що для реальних біологічних та хімічних числових параметрів, розв'язок, одержаний МСЕ з лінійними та квадратичними базисними функціями [2], є нестійкий. Задачі зі значною перевагою конвекції над дифузиею треба розв'язувати, застосовуючи спеціальні чисельні методи.

Один з них полягає у використанні апроксимації функціями-бульбашками. Для цього для початку розглядається одновимірний випадок задачі (1)-(4). На одновимірних скінченних елементах:

$$\Omega_* = \{\xi : -1 < \xi < 1\},$$

які є відображеннями стандартних елементів

$$\Omega = \{x, x_{k-1} < x < x_k\}, k = 1, 2, \dots, n$$

з допомогою співвідношень:

$$x = \frac{1-\xi}{2} x_{k-1} + \frac{1+\xi}{2} x_k, \xi \in \Omega_*,$$

будується послідовність базисних функцій:

$$\varphi_1 = \frac{1-\xi}{2}, \varphi_2 = \frac{1+\xi}{2}, \varphi_j = \Phi_{j-1}(\xi), j = 3, 4, \dots, p+1,$$

де Φ_j визначаються через поліноми Лежандра P_{j-1} :

$$\Phi_j(\xi) = \sqrt{\frac{2j-1}{2}} \int_{-1}^{\xi} P_{j-1}(t) dt, j = 2, 3, \dots$$

Тоді для невідомих C_1, C_2 можна записати такі апроксимації:



$$C_i = C_{i,k-1}\varphi_1(\xi) + C_{i,k}\varphi_2(\xi) + \sum_{j=3}^{p+1} a_j\varphi_j(\xi), \quad i=1,2$$

де $C_{i,k-1}, C_{i,k}, i=1,2$ – невідомі вузлові значення.

Числові розрахунки здійснюються на основі апроксимацій функціями-бульбашками 4, 5 та 6 порядків.

1. *Formaggia L.* Mathematical models and numerical simulation of drug release in the vascular system. – Milano, Italy. – 2008.
2. *Hecht F.* FreeFEM++ un logiciel de resolution EDP en 2 et 3d. – Paris, France. – 2008.
3. *Shaolie Samira Hossain.* Mathematical modeling of coupled drug and drug-encapsulated nanoparticle transport in patient-specific coronary artery walls. – Texas, USA. – 2009.
4. *Савула Я.Г.* Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. – Львів, Україна. –2004.

ІЗОПАРАМЕТРИЧНИЙ ПІДХІД ДО РЕАЛІЗАЦІЇ МСЕКРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ РІВНЯННЯ ПУАССОНА

Рожанський Роман Степанович, Бартіш Юрій Олегович

Україна, Львівський національний університет імені Івана Франка

Факультет прикладної математики та інформатики

apa4ik@gmail.com

У процесі математичного моделювання систем різної фізичної природи часто приходять до крайових задач для еліптичних диференціальних рівнянь. Серед згаданих задач можна назвати задачі про стаціонарний розподіл тепла, задачі дифузії тощо.

Зокрема, до задачі Діріхле для рівняння Пуассона приводять моделі розподілу температури у тілі або плоскій фігурі, яка встановлює залежність між температурою у кожній точці, теплоємністю, щільністю речовини та коефіцієнтом теплопровідності.

1. Формулювання задачі. Розглядаємо крайову задачу Діріхле

$$u(x) = 0, \quad x \in \Gamma$$

для рівняння Пуассона (неоднорідне рівняння Лапласа):

$$-\Delta u = f(x), \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad x \in \Omega,$$

де $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}$, $u(x)$ - шукана функція, $f(x) \in L_2(\Omega)$ - задана права

частина, $\Omega \subset R^2$ - обмежена область, з ліпшицевою границею Γ .

2. Побудова МСЕ.

Розглянемо квадрат Ω^* у системі координат ξ, η

$$\Omega^* = \{\xi, \eta: -1 \leq \xi, \eta \leq 1\}.$$

На квадраті виберемо три сукупності вузлових точок. На вибраних сукупностях вузлових точок побудуємо біквадратичну систему (рис. 1) базисних функцій:

$$\varphi_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) (\xi_i \xi + \eta_i \eta - 1), \quad i = 1, 3, 5, 7;$$

$$\varphi_i(\xi, \eta) = \frac{1}{2} (1 - \xi^2) (1 + \eta_i \eta), \quad i = 2, 6;$$

$$\varphi_i(\xi, \eta) = \frac{1}{2} (1 + \xi_i \xi) (1 - \eta^2), \quad i = 4, 8.$$

Відобразимо квадрат Ω^* на деякий криволінійний чотирикутник Ω_ϵ за допомогою перетворення

$$x_1 = \sum_i x_1^{(i)} \varphi_i(\xi, \eta); x_2 = \sum_i x_2^{(i)} \varphi_i(\xi, \eta);$$

де $x_1^{(i)}, x_2^{(i)}$ – координати i -ї точки чотирикутника в площині x_1, x_2 .

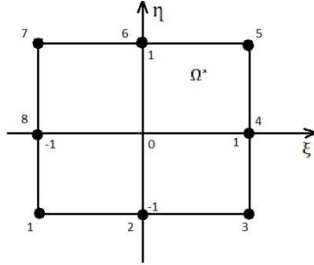


Рис1. Скінчений елемент у вигляді квадрата з вісьмома вузлами.

3.Результати обчислюваних експериментів.

Схема МСЕ, яка використовує біквадратичні та білінійні ізопараметричні апроксимації, реалізована у вигляді коду на мові С#. Розглянемо числові приклади.

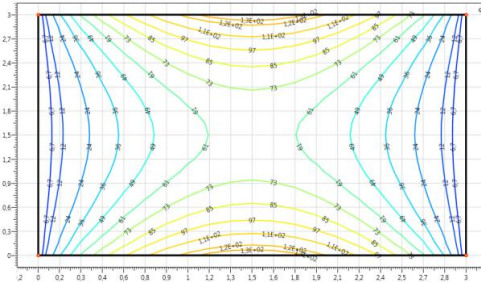
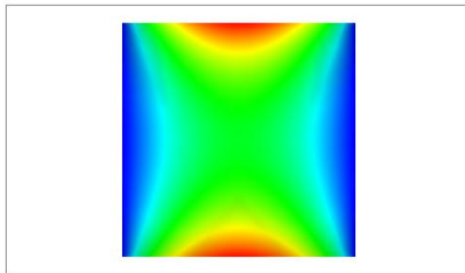


Рис2. Розподіл тепла в тілі.



1. Савула Я.Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2004
2. Thomas J.R. Hughes and John A. Evans, "Isogeometric Analysis", ICES REPORT 10-18, The Institute for Computational Engineering.

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ, ЩО ОПИСУЮТЬСЯ РІЗНОВИМІРНИМИ РІВНЯННЯМИ РЕАКЦІЇ- АДВЕКЦІЇ-ДИФУЗІЇ

Школик Олексій Михайлович, Україна

ЛНУ ім. Івана Франка, факультет прикладної математики та інформатики
oshkolik@gmail.com

Науковий керівник доцент В.М. Кухарський

Нехай задано область $\Omega \in \mathbb{R}^n$ зв'язною обмеженою множиною точок евклідового простору \mathbb{R}^n ($n=1,2,3$) з неперервною ліпшицевою границею Γ , час $t \in [0, T]$, $0 < T < +\infty$ та одиничний вектор $v=(v_1, \dots, v_n)$, який визначає одиничний вектор нормалі до границі Ω . Запишемо рівняння “реакції-адвекції-дифузії”:

$$Lu := \theta \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot \{\mu \nabla u\} + \omega \text{grad} u + \sigma u = f \quad \text{в } \Omega \times [0, T],$$

де μ - коефіцієнти дифузії,
 ω - вектор швидкості адвективного перенесення,
 σ - коефіцієнт біохімічної взаємодії,
 f - функція, що характеризує інтенсивність внутрішніх джерел субстанції,

u – шукана функція,

θ – Часовий коефіцієнт, який здебільшого дорівнює 1. За необхідності можна перевести одиниці часової шкали, наприклад, з секунд у хвилини, встановивши його в 1/60.

Наше рівняння доповнимо однією із крайових умов:

1. *краєві умови Діріхле*

$$u(\mathbf{x}) = u_{ep}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Gamma, \quad t > 0,$$

2. *краєві умови Неймана*

$$\frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}) = \phi, \quad \mathbf{x} \in \Gamma, \quad t > 0,$$

3. *змішані краєві умови*

$$\beta \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}) + \alpha u(\mathbf{x}) = \gamma, \quad \mathbf{x} \in \Gamma, \quad t > 0,$$

тут $\partial u / \partial n$ – похідна по нормалі до границі. Необхідно поставити умови в початковий момент часу (*поч. умови*)

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \Omega.$$

Краєві і початкові умови повинні бути узгоджені, тобто початкові умови повинні задовольняти крайові.



За допомогою методу Гальоркіна для дискретизації в просторі із допомогою ізопараметричні апроксимації на чотирикутниках та схемою Кранка-Ніколсона для дискретизації в часі . проведено розрахунки процесу перенесення речовини в різних середовищах. Розглянуто нестационарне рівняння реакції- адвекції-дифузії. Проведено його тестування на модельній задачі.

Одержали, що причинами поганої обумовленості системи Гальоркіна можуть виступати :

- Великі значення обумовленості матриці коефіцієнтів дифузії $\{\mu\}$.
- Великі значення критерії подібності Пекле та /або Струхаля для нашої задачі .

5. Савула Я. Г. *Метод скінченних елементів.* –К.:НМК ВО, 1993. -100с
6. Willem Hundsdorfer. *Numerical Solution of Advection-Diffusion-Reaction Equations* 2000

Відповідальний за випуск: Клепуц Ярема
Комп'ютерна верстка, макетування: Клепуц Ярема, Милянник Іван
Дизайн обкладинки: Стойко Тетяна