

Міністерство освіти та науки України



Львівський національний університет
імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики



Лабораторія ідей

**ДЕВ'ЯТА ВСЕУКРАЇНСЬКА
(ЧЕТВЕРТА МІЖНАРОДНА)
СТУДЕНСЬКА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ
З ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ
ТА ІНФОРМАТИКИ
СНКПМІ-2006**

*Присвячується 150-річчю з дня народження
Івана Франка*

Львів, 5-6 квітня 2006 року

Тези доповідей



Львів 2006



Лабораторія Ідей

– це спільний шведсько-український проект, мета якого – просувати підприємництво та підприємницьку атмосферу серед студентів в Україні. Проект фінансується SIDA (Шведською агенцією з міжнародного розвитку) і є власністю Університету Малардален (Malardalen) у Швеції. Учасники проекту репрезентують як ведучі шведські підприємницькі заклади, так і українські університети.

Наші цілі:

- створити підприємницьку атмосферу в університетах
- стимулювати та заохочувати молодих людей провадити власний бізнес
- підтримувати студентів засновувати власні бізнеси та ставати підприємцями
- включити підприємництво як тему академічної навчальної програми
- знайти шляхи посилення співпраці між університетами та оточуючою галуззю й суспільством

Талановитий і амбітний студент

- це потенційний успішний підприємець.

Завдання лабораторії Ідей

- допомогти реалізувати цей потенціал.

ХОРОШІ ІДЕЇ МАЮТЬ ВТІЛЮВАТИСЬ В ЖИТТЯ!

www: <http://www.ubdc.net>
e-mail: idealab@franko.lviv.ua

© 2006 Copyrights ::: Idea LABORATORY - S@Mer ::. ® All Rights Reserved

think
different





Наші партнери



**MALARDALEN
UNIVERSITY**

**університет Малардален Швеція
м. Ескільстуна та м. Вастерас**

<http://www.mdh.se>



**Лабораторія ідей (IdeLab)
при університеті Малардален**

<http://www.mdh.se>



MUNKTELL SCIENCE PARK

**Науковий парк Мюнктель
(Munktell Science Park) Швеція**

<http://www.munktellsciencepark.se/>



**Swedish International Development
Cooperation Agency**

<http://www.sida.se>



Київський політехнічний інститут

<http://www.ntu-kpi.kiev.ua/>

www: <http://www.ubdc.net>

e-mail: idealab@franko.lviv.ua

© 2006 Copyrights :: Idea LABORATORY - S@Mer :: ® All Rights Reserved

ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ КОМІТЕТ

| | |
|---------------------|--|
| Ярема Савула | Декан факультету прикладної математики та інформатики ЛНУ |
| Олександра Гнатишин | Заступник декана факультету прикладної математики та інформатики |
| Людмила Винницька | Аспірант факультету прикладної математики та інформатики |
| Наталія Білан | Магістрант факультету прикладної математики та інформатики |
| Микола Старчак | Магістрант факультету прикладної математики та інформатики |
| Олександр Бутигер | Магістрант факультету прикладної математики та інформатики |
| Андрій Слободян | Магістрант факультету прикладної математики та інформатики |
| Галина Щербата | Студентка факультету прикладної математики та інформатики |
| Ольга Білан | Студентка факультету прикладної математики та інформатики |
| Василь Когут | Студент факультету прикладної математики та інформатики |
| Андрій Мудрий | Студент факультету прикладної математики та інформатики |

НАУКОВИЙ КОМІТЕТ

| | |
|---------------------|--|
| Михайло Бартіш | Завідувач кафедри теорії оптимальних процесів, д-р фіз.-мат. наук, професор |
| Василь Височанський | Проректор з навчальної роботи, завідувач кафедри програмування, канд. фіз.-мат. наук, професор |
| Микола Притула | Завідувач кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем, д-р фіз.-мат. наук, професор |
| Ярема Савула | Декан факультету прикладної математики та інформатики, завідувач кафедри прикладної математики, д-р фіз.-мат. наук, професор |
| Георгій Шинкаренко | Завідувач кафедри інформаційних систем, д-р фіз.-мат. наук, професор |
| Роман Хапко | Завідувач кафедри обчислювальної математики, канд. фіз.-мат. наук, доцент |
| Григорій Цегелик | Завідувач кафедри математичного моделювання соціально-економічних процесів, д-р фіз.-мат. наук, професор |



ЗМІСТ

| | |
|---|----|
| Абрамов Є.М., Ліпіна О.С. ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ КУСКОВО ЛІНІЙНИХ АПРОКСИМАЦІЙ N-АДАПТИВНИХ СХЕМ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ | 10 |
| Білан Н.І. МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЗЕРВУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ | 12 |
| Бокало Я.М. НЕФАКТОРИЗОВАНІ ТА ФАКТОРИЗОВАНІ КВАЗІНЬЮТОНІВСЬКІ МЕТОДИ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ ПРО НАЙМЕНШІ КВАДРАТИ..... | 14 |
| Бунакова Т.В. МЕТОД НЕГЛАДКИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ЖУРАВЛЬОВА ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ В ДИНАМІЦІ ВІБРОУДАРНИХ СИСТЕМ | 15 |
| Бутитер О.І. ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ЗАДАЧІ ТРАНСПОРТУ ГАЗУ В ПРЯМОЛІНІЙНІЙ ТРУБІ..... | 17 |
| Валєєв В.В. ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ..... | 19 |
| Варус І.В. АВТОМАТИЗАЦІЯ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНОЇ ЕКСПЕРТИЗИ РОБОТИ ВОДООЧИСНОГО КОМПЛЕКСУ ПРОМИСЛОВОГО ПІДПРИЄМСТВА | 21 |
| Васильєв О.М. ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРВАЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ДЛЯ ГЕНЕРАЦІЇ НЕЯВНО ЗАДАНИХ КРИВИХ У КОМП'ЮТЕРНІЙ ГРАФІЦІ | 23 |
| Верещака О.С. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВТРАТИ СТІЙКОСТІ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ СКЛОПЛАСТИКУ | 25 |
| Гнип Р.Р. ЗАСВОЄННЯ АЛЮМІНІУ В СТАЛЕРОЗЛИВНОМУ КОВШІ | 27 |
| Голюк Р.О. ОДНОКОРИСТУВАЦЬКА БІБЛІОТЕЧНО-ОРГАНІЗАЦІЙНА СИСТЕМА | 28 |
| Гриценко О.М. ЗАСТОСУВАННЯ НЕГЛАДКИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ НЕЗАЛЕЖНОЇ ЗМІННОЇ В ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ ВІБРОУДАРНИХ СИСТЕМ..... | 30 |
| Гриців Р.Б. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОБЛЕМ КРИПТОЛОГІЧНОГО ПРОТОКОЛУ ДОВЕДЕННЯ БЕЗ РОЗГОЛОШЕННЯ..... | 33 |
| Грубій А.М. ІНСТРУМЕНТАЛЬНА СИСТЕМА КОНСТРУЮВАННЯ ВЕБ-САЙТІВ | 34 |
| Дикун І.А. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ МАРКЕТИНГУ В ПІДПРИЄМНИЦТВІ | 36 |
| Добринська О.Г. КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ. ПОБУДОВА ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ | 38 |
| Дрожджаль Ю.Я. КОМБІНОВАНА МОДИФІКАЦІЯ ГРАДІЄНТНИХ МЕТОДІВ | 40 |



| | |
|---|----|
| Дубей М.В. КОМП'ЮТЕРНА ПІДТРИМКА ВИВЧЕННЯ МОВИ HTML ТА СТВОРЕННЯ WEB-СТОРИНОК | 41 |
| Дубовський В.В. ІНСТРУМЕНТАЛЬНЕ СЕРЕДОВИЩЕ ДЛЯ СТВОРЕННЯ БАЗ ДАНИХ НАВЧАЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ..... | 42 |
| Зубарева О.В. ОСОБЛИВОСТІ РІШЕННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАІЧНИХ РІВНЯНЬ, ЦО ВІДПОВІДАЮТЬ МАТРИЦЯМ 3 МОНОХРОМНИМ ЗОБРАЖЕННЯМ | 44 |
| Квасниця А.М., Ільчишин Б.В. ІНТЕРПРЕТАТОР ВИРАЗІВ РЕЛЯЦІЙНОЇ АЛГЕБРИ І РЕЛЯЦІЙНОГО ЧИСЛЕННЯ..... | 46 |
| Керетів В.В. ІНДУКТИВНИЙ АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ ДЕРЕВА РІШЕНЬ ID3..... | 48 |
| Климчук Л.М. МОДЕЛЬ КУРАМОТО ЗВ'ЯЗАНИХ ОСЦИЛЯТОРІВ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ..... | 50 |
| Ковальчук І.В. ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЗСУВНИХ ОБОЛОНОК ПРИ СТАТИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ | 52 |
| Корецький О.Є. РЕАЛІЗАЦІЯ ТА КРИПТОАНАЛІЗ ПРОТОКОЛУ ЦИФРОВОГО ПІДПISУ | 54 |
| Костишин С.О. ВПРОВАДЖЕННЯ СИСТЕМИ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ..... | 56 |
| Кочуров Р.Є. ДОСЛІДЖЕННЯ ВІЛЬНИХ НЕЛІНІЙНИХ КОЛИВАНЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК | 58 |
| Лопух Н.Б. ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧІ ТРАНСПОРТУ ГАЗУ В ПРЯМОЛІНІЙНІЙ ТРУБІ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ | 61 |
| Мазур Ю.М. МОДИФІКАЦІЇ МЕТОДІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ РІВНЯНЬ | 63 |
| Мазуренко А.В. МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЗАСОБИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УПРАВЛІННІ ІНВЕСТИЦІЙНОЮ ДІЯЛЬНІСТЮ | 65 |
| Максимчук Д.М. ЗВЕДЕННЯ ПАРНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ДО КВАЗІРЕГУЛЯРНОЇ НЕСКІНЧЕНОЇ СИСТЕМИ АЛГЕБРАІЧНИХ РІВНЯНЬ | 67 |
| Марченко С.М. КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛІПТИЧНИХ РІВНЯНЬ У ОБЛАСТЯХ СКЛАДНОЇ ФОРМИ. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ КВАЗІФУНКЦІЙ ГРІНА | 68 |
| Мочурад Л.І. ДОСЛІДЖЕННЯ НАБЛИЖЕНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ДЕЯКИХ ЗОВНІШНІХ ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПОТЕНЦІАЛУ В \mathbf{R}^2 МЕТОДОМ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ..... | 70 |
| Мудрий А.Є РЕАЛІЗАЦІЯ ДИСКРЕТНОГО МЕТОДУ ГАЛЬОРКІНА ДЛЯ РІВНЯНЬ ДИФУЗІЇ..... | 73 |
| Муха А.І. WEB-ОРІЄНТОВАНА СИСТЕМА ДИСТАНЦІЙНОГО ТЕСТУВАННЯ | 74 |



| | |
|---|-----|
| Овчинников О.С. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЗДР ДРУГОГО ПОРЯДКУ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КУСКОВО-ЛІНІЙНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ | 76 |
| Пашуля Ю.Р. МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ РИНКУ ТОВАРІВ ПІДПРИЄМСТВА НА ЗАСАДАХ ВИВЧЕННЯ СПОЖИВЧОЇ ПОВЕДІНКИ ПОКУПЦІВ | 78 |
| Передрій О.О. СИСТЕМА ЗНАХОДЖЕННЯ НОМЕРНИХ ЗНАКІВ У ЗАДАЧАХ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ | 81 |
| Прокопишин І.І. ДОСЛІДЖЕННЯ ГІБРИДНИХ СКІНЧЕННО-ГРАНИЧНО- ЕЛЕМЕНТНИХ СХЕМ МЕТОДУ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ОБЛАСТІ | 83 |
| Прошина Н.О., Момот І.П. ТРИВИМІРНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ СОЦІАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ З ЛОГІСТИЧНИМИ ФУНКЦІЯМИ ВПЛИВУ | 85 |
| Ревенко А.В. ОПТИМІЗАЦІЯ ПРУЖНИХ І ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ОРТОТРОПНОЇ ПРИЗМИ ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ ПІД ЧАС ЗГИНУ ПОПЕРЕЧНОЮ СИЛОЮ | 87 |
| Репетило С.М. ЗАДАЧА З ДАНИМИ НА ВСІЙ ГРАНИЦІ ОБЛАСТІ ДЛЯ ГІПЕРБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ЗІ ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ | 89 |
| Ружицька С.В. НЕЛІНІЙНІ ЕЛІПТИЧНІ РІВНЯННЯ. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ | 91 |
| Садурський С.С. ПРОБЛЕМИ РЕАЛІЗАЦІЇ ТА КРИПТОАНАЛІЗ ПРОТОКОЛУ РОЗПОДІЛУ ТАЄМНИЦІ | 93 |
| Слупко О.М. НАВЧАЛЬНА КОМП'ЮТЕРНА ПРОГРАМА ДЛЯ НАЙПРОСТІШОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПОПУЛЯЦІЙ З НЕПЕРЕРВНИМ РОЗМНОЖЕННЯМ | 94 |
| Сокол А.М. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТВЕРДІННЯ НЕПЕРЕРВНОГО ЗЛИВКУ | 96 |
| Старчак М.О. ГАМІЛЬТОНОВИЙ АНАЛІЗ СИСТЕМИ СВИНОЛУПОВА-ЖОРДАНО | 97 |
| Теребус А.В. ЗАДАЧИ НА УЗАГАЛЬНЕННЯ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ ТА КОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ | 99 |
| Тертула С.В. ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО - ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ОБОЛОНОК, ПІДДАТЛИВИХ НА ЗСУВ ТА ОБТИСК, ПРИ ДИНАМІЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ | 100 |
| Ткаченко В.А. ПОСЛІДОВНИЙ АНАЛІЗ | 102 |
| Ткаченко Н.А. ВИБІР ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ | 103 |
| Тушницький Р.Б. МЕТОДИКА СТВОРЕННЯ ТЕХНІЧНОГО ЗАВДАННЯ НА РОЗРОБКУ АВТОМАТИЗОВАНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ | 106 |
| Усик Г.М. АНАЛІЗ ПОЛІНОМІАЛЬНО ВИКРИВЛЕНИХ РЕЧОВИХ СИГНАЛІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ХАРАКТЕРИСТИК НЕПРОПОРЦІЙНОСТІ ЧИСЛОВИХ ФУНКЦІЙ | 108 |



| | |
|--|-----|
| Чопоров С.В. АВТОМАТИЗАЦІЯ ПОБУДОВИ СИСТЕМНИХ ЗАДАЧ І ВИЗНАЧЕННЯ НЕДЕТЕРМІНОВАНOSTІ СИСТЕМ | 110 |
| Щербата Г.М. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЇ ПОЛЮТАНТІВ У РОСЛИНАХ | 112 |
| Щербініна Ю.В. РІЗНИЦЕВИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПЛОСКОЇ ЗАДАЧІ КОНВЕКЦІЇ-ДИФУЗІЇ..... | 114 |



ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ КУСКОВО ЛІНІЙНИХ АПРОКСИМАЦІЙ Н-АДАПТИВНИХ СХЕМ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Абрамов Є.М., Ліпіна О.С., Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Побудовано h -адаптивну схему МСЕ для розв'язування одновимірних крайових задач із звичайними диференціальними рівняннями другого порядку вигляду:

$$\begin{cases} -\frac{d}{dx}\left(\mu(x)\frac{du(x)}{dx}\right) + \beta(x)\frac{du(x)}{dx} + \sigma(x)u(x) = f(x) & \forall x \in \Omega = (0, 1) \\ u(0) = 0, \\ -\mu\frac{du}{dx}\Big|_{x=1} = \alpha[u(1) - \bar{u}] \end{cases} \quad (1)$$

де $\mu = \mu(x)$, $\beta = \beta(x)$, $\sigma = \sigma(x)$ та $f = f(x)$ – задані функції, α , \bar{u} – задані сталі.

Основу запропонованої схеми складає класична процедура МСЕ з просторами апроксимацій, що породжуються кусково лінійними базисними функціями Куранта на нерівномірній сітці скінченних елементів. Остання доповнюється системою керування процесом локального згущення сітки, яка здатна послідовно уточнювати апроксимації МСЕ до бажаного рівня точності з використанням апостеріорних оцінок їхньої похибки на кожному скінченному елементі. Інтелектуальну складову такої системи становить неявний апостеріорний оцінювач похибки, значення якого обчислюється на окремому елементі незалежно від решти складових сітки. Такі незначні обчислювальні витрати і гнучкість алгоритму досягається належним вибором ортогонального базису простору апроксимацій похибки, а саме вибором квадратичної бабл функції на скінченному елементі, з наступним розв'язуванням задачі про лишок біжучої апроксимації МСЕ.

Побудований апостеріорний оцінювач похибки характеризує

Пропозиція:

Нехай $T_h = [x_i, x_{i+1}]$, $i = 0, \dots, N-1$ – вибрана сітка скінченних елементів, $h_{i+\frac{1}{2}} = x_{i+1} - x_i$, $i = 0, \dots, N-1$, на якій для задачі (1) знайдено

кусово лінійну апроксимацію МСЕ вигляду

$$u_h(x) = q_{i+\frac{1}{2}} + h_{i+\frac{1}{2}} \dot{q}_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{x - x_i}{h_{i+\frac{1}{2}}} - \frac{1}{2} \right) \quad \forall x \in [x_i, x_{i+1}], \quad i = 0, \dots, N-1,$$



$$\text{де } q_{i+\frac{1}{2}} := \frac{1}{2}(q_{i+1} + q_i), \quad \dot{q}_{i+\frac{1}{2}} := \frac{1}{h_{i+\frac{1}{2}}}(q_{i+1} - q_i).$$

Нехай на додаток до цього для оцінки якості знайденої апроксимації використовується оцінювач похибки у вигляді розвинення

$$e_h(x) \approx \varepsilon_h(x) := \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_{i+\frac{1}{2}} b_{i+\frac{1}{2}}(x) = \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_{i+\frac{1}{2}} 4[1 - \omega_{i+\frac{1}{2}}(x)] \omega_{i+\frac{1}{2}}(x),$$

де $\omega_i(x)$ – кусково лінійні базисні функції Куранта.

Тоді будуть правильними наступні рівності:

$$\lambda_{i+1} \equiv \varepsilon_h \left(x_{i+\frac{1}{2}} \right) = \frac{5}{4} \left\{ \frac{h^2 (f - \beta \dot{q} - \sigma q)}{\mu (10 + PeSh)} \right\}_{i+\frac{1}{2}},$$

$$\|\varepsilon_h\|_V^2 = \frac{5}{6} \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ \frac{h^3 (f - \beta \dot{q} - \sigma q)^2}{\mu (10 + PeSh)} \right\}_{i+\frac{1}{2}} \quad \forall x \in [x_i, x_{i+1}], \quad i = 0, \dots, N-1.$$

Програмна реалізація алгоритму додатково передбачає розрідження сітки в процесі відшукування розв'язку задачі, який дозволяє відчутно зменшити кількість обчислень за рахунок зменшення порядку системи лінійних алгебраїчних рівнянь, яку треба розв'язати на кожному кроці. Процес розрідження відбувається на основі побудованих апостеріорних оцінок похибки на скінченних елементах. Він полягає в об'єднання сусідніх елементів сітки за умови, що похибка на новоутвореному елементі не перевищує її наперед заданого допустимого рівня.

Описана схема доповнена кусково визначеними апроксимаціями на основі кубічних поліномів Ерміта.

Запропонована h -адаптивна схема продемонструвала свою надійність та ефективність в обчислювальних експериментах з сингулярно збуреними крайовими задачами, що характеризуються великими значеннями критеріїв подібності Пекле або Струхалія. Від першого кроку вжита стратегія адаптування дозволяє монотонно понижувати рівень похибок послідовності генерованих апроксимацій до бажаної величини з квадратичною швидкістю збіжності її енергетичних норм.

1. *Абрамов Є., Ліпіна О., Сінчук Ю., Шинкаренко Г., Ямелинець А.* Числовий аналіз кусково лінійних апроксимацій h -адаптивних схем методу скінченних елементів. // XII всеукр. наук. конф. "Сучасні проблеми прикладн. математ. інформ." / Тези доповідей. – Львів, 2005. – С. 21-22.
2. *Козаревська Ю., Шинкаренко Г.* Регуляризація чисельних розв'язків варіаційних задач міграції домішок: h -адаптивний метод скінченних елементів. Частина 1. // Вісник Львів. ун-ту. Сер. прикл. мат. інформ. 5(2002) 153-164.



МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЗЕРВУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Білан Наталія Іванівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Основним об'єктом дослідження даної роботи є послідовна система, яка складається із n незалежних підсистем j , $j \in \{1, \dots, n\}$. Послідовною системою в теорії надійності, називають систему, яка відмовляє при відмові хоча б однієї з її підсистем, і ці відмови є незалежними. Кожна підсистема і елементи, що їй належать, характеризуються вибраними показниками надійності та техніко-економічними параметрами, такими як маса, вартість та інші. Числове значення показників надійності залежить від того, яке число резервних елементів знаходиться в даній підсистемі, від надійності цих елементів та схеми їх з'єднання.

Розглянуто задачу оптимізації надійності послідовних систем з однотипним резервуванням [1]. А саме, необхідно знайти таке число резервних елементів в підсистемах, щоб надійність системи $P(\lambda)$ була максимальною і при цьому не порушувались обмеження $b_i, i \in I = \{1, \dots, m\}$ на ресурси. Для з'єднання резервних елементів в підсистемах використано навантажене резервування, тобто підсистема відмовляє лише тоді, коли відмовляють усі її елементи. Математична модель розглянутої задачі має вигляд:

$$P(\lambda) = \prod_{j \in J} p_j(\lambda_j) \rightarrow \max \quad (1)$$

при обмеженнях

$$g_i(\lambda) \leq b_i, \quad i \in I = \{1, \dots, m\}, \quad (2)$$

$$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in V = \prod_{j \in J} V_j, \quad (3)$$

де $P(\lambda)$ - надійність системи; λ_j - кратність резервування елемента одного із $k_0 \in K_j$ типів, $K_j = \{1, \dots, k_j^*\}$ - множина типів елементів для j -тої підсистеми; $p_j(\lambda_j) = 1 - (1 - p_j(u_{jk_0}))^{\lambda_j + 1}$ - надійність j -ї підсистеми при λ_j резервних елементах u_{jk_0} ; u_{jk_0} - елементи j -ї підсистеми $k_0 \in K_j$ типу, які характеризуються показниками надійності $p_j(u_{jk_0})$ і показниками ресурсів $g_{ij}(u_{jk_0})$, $j \in J, i \in I$; $V_j = [\alpha_j, \beta_j]$, де цілі α_j та β_j - мінімальна і максимальна кратність резервування.

Функція $g_i(\lambda)$ має вигляд:



$$g_i(\lambda) = \sum_{j \in J} g_{ij}(u_{jk_0}) \cdot (\lambda_j + 1), \quad i \in I,$$

де $g_{ij}(u_{jk_0})$ - i -та техніко-економічна характеристика елемента u_{jk_0} .

Для задачі (1)-(3) запишемо функцію Лагранжа:

$$L(\lambda, \mu) = P(\lambda) + \sum_{i=1}^m \mu_i g_i(\lambda)$$

Задачу на умовний екстремум (1)-(3) зведено до задачі безумовної мінімізації функції Лагранжа $L(\lambda, \mu)$:

$$L(\lambda, \mu) \rightarrow \min, \quad (4)$$

$$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n), \quad \mu = (\mu_1, \dots, \mu_m)$$

Відомим методом розв'язування задачі (4) є метод Ньютона [2]. Однак цей метод на кожній ітерації потребує обчислення матриці других похідних. Тому для розв'язування (4) застосовано методи [3], у яких матриця других похідних замінена матрицею поділених різниць першого порядку.

1. Волкович В.Л., Волошин А.Ф., Заславський В.А., Ушаков И.А.; Под. ред. Михалевича В.С., АН України. Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова. – Київ: Наук. думка. 1993. -321с.

2. Бартіш М. Я. Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. Текст лекцій. Частина 2. – Львів, 1999.

3. Гнатишин О., Шахно С. Про деякі ітераційно-різницеві методи розв'язування задач безумовної мінімізації // Вісник Львів. УН-ТУ. Сер. прик. матем. інформ. 2003- Вип. 6. – с. 28-35.



НЕФАКТОРИЗОВАНІ ТА ФАКТОРИЗОВАНІ КВАЗІНЬЮТОНІВСЬКІ МЕТОДИ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ ПРО НАЙМЕНШІ КВАДРАТИ

Бокало Ярослав Миколайович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Нелінійні задачі про найменші квадрати виникають при оцінюванні параметрів і перевірці гіпотез у математичній статистиці, при оцінюванні параметрів фізичних процесів за результатами вимірювань, в керуванні різними об'єктами, процесами тощо.

В доповіді розглянуто нефакторизований та факторизований квазіньютонівські методи для знаходження розв'язку $x_* \in R^n$ нелінійної задачі про найменші квадрати [1]

$$\min_{x \in R^n} f(x) = \frac{1}{2} F(x)^T F(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m F_i(x)^2$$

де $m \geq n$, $F: R^n \rightarrow R^m$ – нелінійна по x функція.

В доповіді розглянуто методи, які використовують деяку апроксимацію якобіана. На кожній ітерації нефакторизованого методу ця апроксимація перераховується за формулою з [1]. Для знаходження наступного наближення у цих методах на кожній ітерації потрібно розв'язувати систему лінійних рівнянь (знаходити LU - чи QR -розклад якобіана A_{k+1}).

Факторизовані методи передбачають безпосередній перерахунок множників Q_{k+1} та R_{k+1} розкладу якобіана A_{k+1} за формулою з [2] через множники Q_k та R_k якобіана A_k .

Для забезпечення глобальної збіжності розглянутих алгоритмів використовувалась стратегія лінійного пошуку. Проведено програмну реалізацію методів, на низці тестових задач досліджено ефективність цих методів. Як показали чисельні результати, факторизовані методи ефективніші за нефакторизовані, проте вони складніші в реалізації.

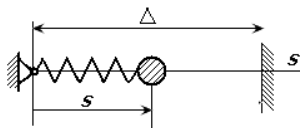
-
1. Дж. Дэннис, Р. Шнабель. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М.: Мир, 1988, 440 с.
 2. Ma Xiaofang, Xu Chengxian. Stable factorized quasi-Newton methods for nonlinear least-squares problems // J. Comput. Appl. Math., 129(2001).



МЕТОД НЕГЛАДКИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ЖУРАВЛЬОВА ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ В ДИНАМІЦІ ВІБРОУДАРНИХ СИСТЕМ

Бунакова Тетяна Володимирівна, Україна
 Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», інженерно-фізичний факультет

Розглядається система, що складається з лінійного осцилятора з одnobічним обмеженням (Малюнок 1) під дією зовнішнього періодичного збудження.



Малюнок 1. Лінійний осцилятор з обмеженням

Відповідне диференціальне рівняння з урахуванням тертя ϵ таким: $\ddot{s} + h\dot{s} + \Omega^2 s = \epsilon \sin \omega t$, ($s < \Delta$). Введемо також умови пружного удару: $\dot{s}_- = -\dot{s}_+$, ($s = \Delta$).

Стационарний періодичний режим вимушених коливань досліджується за допомогою негладких функцій Журавльова [1]. Для наближеного аналітичного дослідження нелінійної коливальної системи з малим параметром поряд з методом Журавльова використовується метод осереднення.

Здійснюючи наступні заміни: $s = \Delta - |z|$, та $(z, y) \rightarrow (\varphi, x)$: $z = x \cos \varphi$, $y = -x \Omega \sin \varphi$, ($x > 0$), маємо таку систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \Omega - h \sin \varphi \cos \varphi - \Omega x^{-1} \Delta M(\varphi) \cos \varphi + \epsilon (x \Omega)^{-1} M(\varphi) \cos \varphi \sin \psi, \\ \dot{\psi} = \omega, \\ \dot{x} = -h x \sin^2 \varphi - \Omega \Delta M(\varphi) \sin \varphi + \epsilon \Omega^{-1} M(\varphi) \sin \varphi \sin \psi. \end{cases}$$

Величини h, Δ, ϵ вважаються малими; $M(\varphi) = \text{sgn} \cos \varphi$ – негладка функція, що введена Журавльовим [1]. Система має стандартну форму з однією повільною перемінною x і двома швидкими фазами φ, ψ .

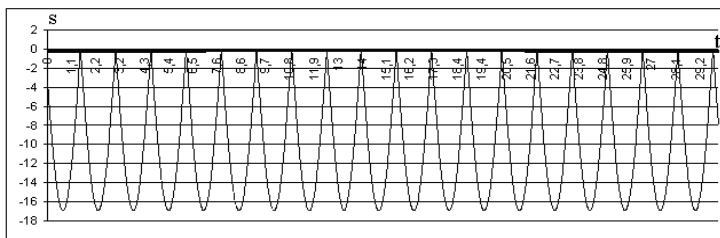
Далі розглянуто резонансний випадок, і за допомогою методу осереднення отримано стаціонарний режим коливань. Періодичне рішення записується у вигляді: $s = \Delta - x_0 |\cos(\omega t - \theta_0) / 2n|$, де



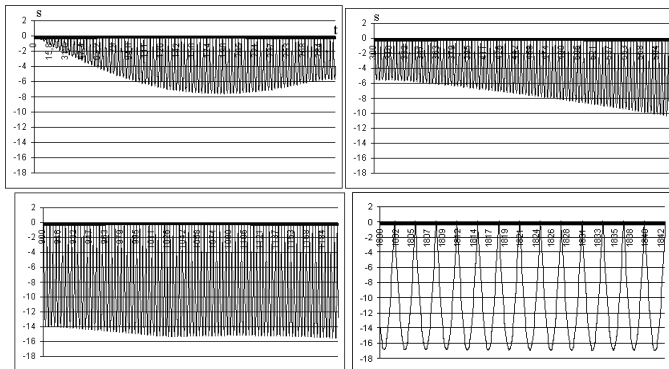
$$x_0 = \left\{ -c \chi \pm \left[a^2 (b^2 + \chi^2) - b^2 c^2 \right]^{1/2} \right\} (b^2 + \chi^2)^{-1},$$

$$\cos \theta_0 = x_0 b a^{-1}, \sin \theta_0 = (x_0 \chi + c) a^{-1}.$$

Перехідний процес у системі, що приводить до стаціонарного, було отримано з використанням методу припасовування [2]. Показано, що при тих самих значеннях параметрів системи для будь-яких початкових умов на досить великому проміжку часу відбувається перехід до резонансного рішення, отриманого методом Журавльова.



Малюнок 2. Стаціонарне рішення, отримане чисельно з початковими умовами, що відповідають аналітичному рішенням. Початкові умови: $\Omega = 1$; $h=0.005$; $\varepsilon = 0.2$; $\Delta = 0.03$; $\omega = 2$, $\chi = 0.02$.



Малюнок 3. Перехідний процес. Вихід на стаціонарний режим. Початкові умови: $\Omega = 1$; $h=0.005$; $\varepsilon = 0.2$; $\Delta = 0.03$; $\omega = 2$.

1. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Прикладные методы в теории колебаний. М.: Наука, 1988.
2. Lamarque C.H., Janin O. Modal analysis of mechanical systems with impact nonlinearities: limitations to a modal superposition. Journal of Sound and Vibration (2000) 235(4), 567-609.



ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ЗАДАЧІ ТРАНСПОРТУ ГАЗУ В ПРЯМОЛІНІЙНІЙ ТРУБІ

Бутитер Олександр Ігорович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Система транспорту газу, як складна динамічна система, складається з великого числа елементів, різним чином включених у технологічний процес перекачування газу. Зміни в режимі роботи одного з елементів впливають на режим роботи системи в цілому. Загальною властивістю трубопровідного перекачування газу є нестационарність процесів у системі, причому основна причина виникнення неусталених режимів у газопроводі – нерівномірне споживання газу. Виходячи з цього найбільш перспективною методикою аналізу і вибору оптимального режиму при неусталених процесах перекачування газу є математичне моделювання цих процесів. Питання неусталеного руху реальної рідини (газу) у трубопроводах мають істотне значення як для проектування, так і для їх експлуатації. Вони ґрунтуються на класичних роботах вітчизняних і закордонних фізиків, гідро- і аеродинаміків: І.Е.Жуковського, А.С.Лейбензона, С.А.Христіановича і багатьох інших [1]. Найпершими і значними роботами в прикладній теорії неусталеного руху реальної рідини в трубопроводах були роботи І.А.Чарного [2].

Розглядається задача транспортування газу по прямолінійній горизонтальній трубі постійного поперечного перерізу при постійній температурі. Направимо вісь Ox вздовж труби і зафіксуємо початкові координати. Нехтуючи силою тяжіння, і вважаючи, що швидкість v та густина ρ газу в усіх точках поперечного перерізу труби в момент часу t однакова, запишемо наступну вихідну систему нелінійних диференціальних рівнянь в часткових похідних, що описують рух газу:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

$$p = k\rho. \quad (3)$$

Для розрахунку транспорту газу доповнимо систему (1) – (3) початковими та граничними умовами:

$$\begin{cases} v(x,0) = v_0(x), \\ \rho(x,0) = \rho_0(x), \end{cases} \quad a \leq x \leq b, \quad \begin{cases} v(a,t) = v_a(t), \\ \rho(a,t) = \rho_a(t), \end{cases} \quad t \geq 0.$$



Для розв'язку даної задачі запропоновано метод Гальоркіна-Кранка-Ніколсона. Дискретизація за координатою здійснюється методом Гальоркіна [3], в якому пробні функції вибирають запропоновані Мортонем і Перотом [4]:

$$\psi_k = \varphi_k + \alpha(\chi_k - \varphi_k), \quad \text{де } \chi_k(\xi) = \begin{cases} 4 - 6\xi, & 0 < \xi < 1, \\ 0. & \end{cases}$$

Подальше для дискретизації за часом використовуємо метод Кранка-Ніколсона [3].

Алгоритм задачі був апробований для розрахунку режимів транспорту газу при наступних граничних і початкових умовах:

$$\begin{cases} v(x,0) = \frac{v_0}{(b-a)}(b-x), & a \leq x \leq b, \\ \rho(x,0) = \rho_0(x) = \text{const}, \end{cases} \quad \begin{cases} v(a,t) = v_a(t) = \text{const}, \\ \rho(a,t) = \rho_a(t) = \text{const}, \end{cases} \quad t \geq 0.$$

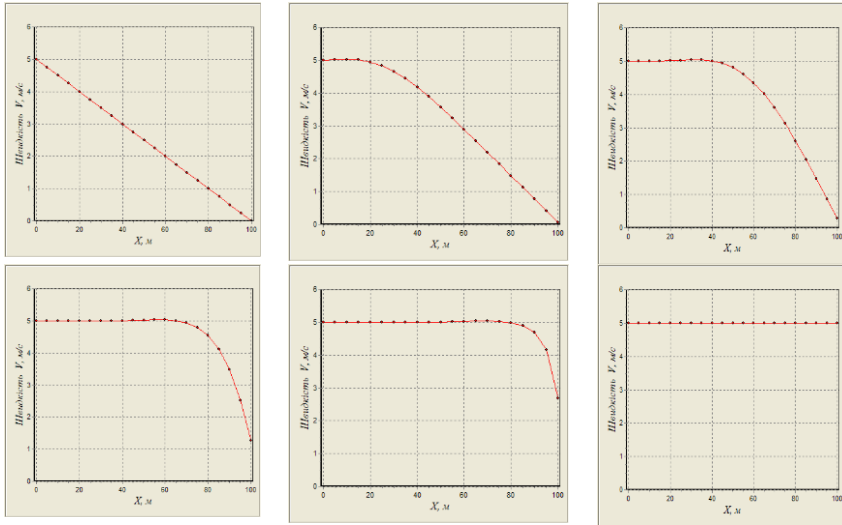


Рис.

Результати розрахунку швидкості газу для різних часових інтервалів приведені на Рис.

1. Александров А.В., Яковлев Е.И. Проектирование и эксплуатация систем дальнего транспорта газа.– Москва: Недра, 1974.– 432 с.
2. Чарный И.А. Основы газовой динамики.– Москва: Гостоптехиздат, 1961.– 200 с.
3. Митчел Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными.– Москва: Мир, 1981.– 216с.
4. Barret J.W., Morton K.W.– Int. J. Num. Meth. Eng., 1980, V.15, P. 1457–1474.



ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

Валеев Віктор Вікторович, Україна
НТУУ „КПІ”, факультет прикладної математики

При вирішенні багатьох практичних задач приходиться зіштовхуватися з проблемою побудови оптимального керування системами, що описуються нелінійними диференційними рівняннями[2]. Звичайно, для вирішення подібних задач застосовуються різноманітні чисельні методи [2,3]. Недоліком такого підходу є необхідність проводити повторні розрахунки при зміні параметрів задачі. Натомість, викладені в [3] результати можуть слугувати основою для розробки алгоритмів побудови оптимального керування в аналітичній формі (у вигляді нескінченного ряду). Але реалізація такого підходу людиною може вимагати значних витрат часу, так як виникає необхідність виконувати громіздкі алгебраїчні перетворення. Для того, щоб уникнути вищезазначеної проблеми, пропонується використовувати системи комп'ютерної математики(СКМ)[1], що в автоматичному режимі виконують складні операції символічного числення – підстановки виразів до формул, аналітичне диференціювання та інтегрування. З використанням таких систем, як Аналітик, MatLab, Maple можлива автоматична побудова оптимального керування. Але, з іншого боку, вищезгадані перетворення виконуються цими системами згідно певних внутрішніх алгоритмів, що виключає можливість евристичних дій, притаманну людині. Отже, для забезпечення можливості коректного розв'язку задачі побудови оптимального керування необхідно дослідити можливість коректної роботи наступного алгоритму у системі комп'ютерної математики для такої задачі:

Відшукати оптимальне керування, якщо

$$\frac{dx}{dt} = ax + bu + \mu f(x, u, \bar{p}); \quad f(0, 0) = 0,$$

де \bar{p} – вектор параметрів;

яке мінімізує значення функціоналу

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (qx^2 + lu^2 + 2\mu \omega(x, u, \bar{p})) dt$$

Пропонується шукати керування у вигляді розкладу за степенями малого параметру: $s(x, \mu) = cx + \mu s_1(x) + \mu^2 s_2(x) + \dots$

Спрощений вигляд алгоритму такий:



1. Визначити оптимальне керування для $\mu = 0$. Покласти $k = 0$, $s^{(0)}(x) = cx$.
2. Покласти $k = k + 1$, $s(x) = s(x)^{(k)} = s^{(k-1)}(x) + \mu^k s_k(x)$.
3. Підставити $s(x)$ в до розрахункового рівняння, виконати перетворення
4. Представити $s_k(x)$ у вигляді поліному з невизначеними коефіцієнтами та виконати підстановки.
5. Відшукати коефіцієнти поліному $s_k(x)$.
6. Перейти до п2.

Для встановлення можливості роботи алгоритму у СКМ пропонується розглянути роботу алгоритму на першому кроці та на n -му, в припущенні, що на $n-1$ -му кроці алгоритм працює коректно. Моделюючи роботу алгоритму таким чином, збудовано розрахункові диференційні рівняння та визначено, що у випадку, якщо $\frac{\partial f(x, u, \bar{p})}{\partial x}$ та

$\frac{\partial \omega(x, u, \bar{p})}{\partial x}$ представляються у вигляді поліномів відносно x, u , то на

кожному новому кроці алгоритму СКМ вирішуватиме задачу виконання алгебраїчних перетворень, в результаті яких буде отримуватися неоднорідне лінійне диференційне рівняння у вигляді, що дає можливість відшукати частинний розв'язок у вигляді поліному відносно змінної x , з коефіцієнтами, залежними від параметра. Для коректної роботи алгоритму функції $f(x, u, \bar{p})$ та $\omega(x, u, \bar{p})$, що не є поліномами необхідно розкласти у ряд Тейлора, в разі якщо отриманий розклад містить лише скінчений ступінь змінної x .

Отримані результати свідчать про можливість ефективного використання СКМ для вирішення задач побудови оптимального керування.

-
1. Аналитик-2000/А.А.Морозов, В.П.Клименко, Ю.С.Фишман, А.Л.Ляхов, С.В.Кондрашов // Математичні машини і системи – 2001б, №1-с67-90
 2. Алексеев В.М., Тихомиров, В.М., Фомин С.В.. Теория оптимального управления. М.:Наука, 1979
 3. Валеєв К.Г., Финин Г.С. Построение функций Ляпунова – К., Наук. думка 1981.-412с.



АВТОМАТИЗАЦІЯ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНОЇ ЕКСПЕРТИЗИ РОБОТИ ВОДООЧИСНОГО КОМПЛЕКСУ ПРОМИСЛОВОГО ПІДПРИЄМСТВА

Варус Іван Васильович, Україна

Київський національний університет будівництва і архітектури,
Факультет автоматизації і інформаційних технологій

Еколого-економічна експертиза роботи водоочисного комплексу проводиться для промислових підприємств, які є джерелом утворення виробничих стічних вод і використовують для видалення забруднюючих речовин комплекс локальних очисних споруд. Дана експертиза розглядає фізико-хімічну технологію очищення стічних вод, що базується на послідовному виконанні двох процесів:

- дестабілізації забруднюючих речовин шляхом введення в оброблювану воду хімічного реагенту;
- вилучення дестабілізованого компонента шляхом певного фізичного впливу на оброблювані води, інтенсивність якого еквівалентно оцінюється витратою електричної енергії.

Завданням експертизи є визначення оптимальних величин дози реагенту і витрати електричної енергії з метою мінімізації сумарних експлуатаційних витрат підприємством за умов дотримання допустимих меж забруднення навколишнього середовища. Великий обсяг обчислень формул, необхідність побудови графіків та використання ітераційного методу знаходження розв'язку задачі обумовлюють значну трудомісткість і низьку точність розрахунку результатів за неавтоматизованого проведення експертизи.

Програма, що пропонується, призначена для автоматизації процесу проведення еколого-економічної експертизи роботи водоочисного комплексу промислових підприємств і забезпечує:

- практично миттєве знаходження розв'язку оптимізаційної задачі з заданою точністю;
- можливість перегляду детальної статистики розрахунків;
- побудову різноманітних графіків функціональних залежностей невідомих від інших змінних, управління параметрами відображення і друкування графіків;
- збереження отриманих результатів у власних форматах і їх імпорт в широко розповсюджені офісні програмні продукти для роботи з електронними таблицями, текстовими документами і графічними зображеннями;



- формування оперативних підказок користувачу та можливість використання розвиненої довідкової системи з описом методики проведення експертизи і посиланнями на використані формули.
- високу захищеність від виникнення помилок внаслідок неправильних дій користувача.

Програма реалізована в середовищі візуального програмування Delphi для операційної системи Windows і є повністю об'єктно-орієнтованою. Вона успішно використовується у навчальному процесі на сантехнічному факультеті Київського національного університету будівництва і архітектури, а також може бути впроваджена безпосередньо на зацікавлених промислових підприємствах для планування експлуатаційних витрат і оперативного управління роботою водоочисних комплексів.



ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРВАЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ДЛЯ ГЕНЕРАЦІЇ НЕЯВНО ЗАДАНИХ КРИВИХ У КОМП'ЮТЕРНІЙ ГРАФІЦІ

Васильєв Олег Михайлович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Розглянуто задачу апроксимації форми неявно заданої кривої. У залежності від заданої аналітично функції $F(x, y) = 1$ та векторного інтервалу розмірності два, на екрані монітора активізуються точки, які належать даній функції і лежать у заданому інтервалі.

Самим простим у застосуванні є прямий метод, в основі якого лежить повний перебір всіх точок інтервалу, в якому потрібно зобразити функцію і активізація тих із них, координати яких задовольняють функцію з певною точністю. Недоліком такого методу є великий час обчислень, особливо тоді, коли функція сама по собі є громіздкою, а також у більшості випадків не вдається точно побудувати саму криву чи окремі її сегменти у межах заданої області. Тому, для таких обчислень було використано інтервальні методи [1], які є значно ефективніші.

Основу запропонованого алгоритму апроксимації форми кривої [2] складають наступні кроки:

- знаходження допустимої області;
- тест на глобальну параметризацію;
- знаходження межових перетинів;
- уточнення розв'язку.

На першому кроці заданий вхідний інтервал алгоритм поділяє на множину інтервалів, які обмежують задану криву і задовольняють функцію включення для допустимого розв'язку. На другому кроці, алгоритм знаходить підмножину інтервалів, які не містять точок перегину. Третій крок характеризується знаходженням перетинів неявно заданої кривої з межами кожного інтервалу. На етапі уточнення координати точок на перетинах локалізуються інтервальним методом Ньютона. Особливістю алгоритму є те, що він працює з використанням як звичайних так і розширених інтервальних операцій, які враховують операції з нескінченностями і ділення на нуль.

Покажемо результати роботи запропонованого алгоритму на тестовому прикладі:

$$F(x, y) = x^2 + y^2 + \sin 6y + \cos 6x + \sin 6y^2 \cos 6y = 1.$$

Далі на рис.1 показано інтервали, отримані у результаті глобальної параметризації, які лише наближено показують графік (зліва), а справа -



розв'язок, уточнений методом Ньютона, який достатньо точно наближує аналітичну функцію.

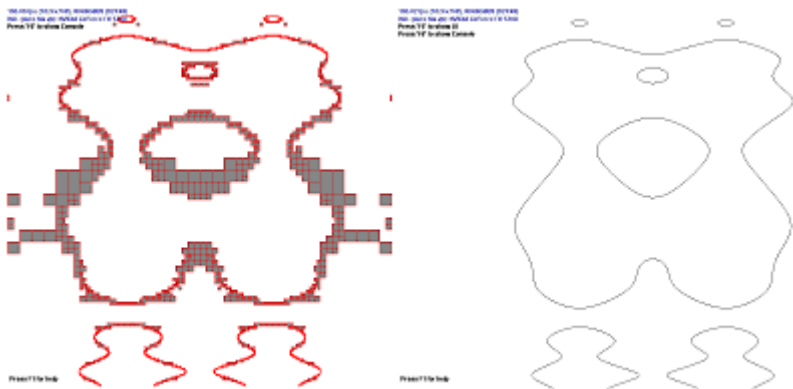


Рис.1 Результати глобальної параметризації та методу Ньютона

Запропонований алгоритм дозволяє досить швидко отримати точки, які належать аналітично описаній кривій. Це значно зменшує сумарний час обчислень, який отримується від застосування перебірних наближених методів. Запропоновано покращення цього алгоритму, яке полягає в уточненні межових перетинів інтервальним методом Ньютона. Отриманий алгоритм апробовувався на багатьох тестових прикладах.

1. *Калмыков С.А., Шокин Ю. И., Юлдашев З.Х.* Методы интервального анализа. – Новосибирск: Наука, 1986. – 224 с.
2. *Snyder John M.* Interval Analysis for Computer Graphics // *Computer Graphics*. 1992. - 26, № 2. - P. 121-129.



МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВТРАТИ СТІЙКОСТІ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ СКЛОПЛАСТИКУ

Верещака Олексій Сергійович, Україна
Сумський Державний Університет,
Механіко-математичний факультет

Оптимальний варіант при проектуванні тонкостінних елементів конструкцій з композиційних матеріалів, дії осевого тиску, як правило, визначається умовами вичерпання їхньої несучої здатності. Незважаючи на досить велику кількість публікацій, присвячених зазначеній темі, оцінка впливу різного роду недосконалостей форми й дефектів структури матеріалу, наявність яких значною мірою визначають величину критичного навантаження тонкостінних елементів конструкцій, залишається актуальним завданням.

Розроблена математична модель шаруватих елементів конструкцій з дефектами структури матеріалу на основі геометрично нелінійної дискретно-структурної теорії.

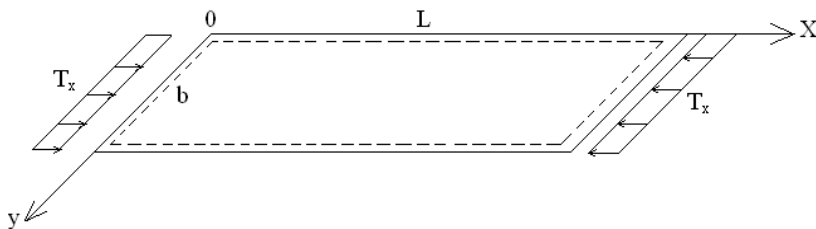
Рішення контактної задачі сполучення жорстких анізотропних шарів представлено двома розрахунковими моделями.

Відповідно до першої моделі виконуються статичні умови контакту по поверхні сполучення суміжних шарів. Вважається, що напруження поперечного зсуву і обгиснення на границі контакту дорівнюють один одному. При цьому допускається пружне проковзування по поверхні контакту суміжних шарів.

Оцінка вірогідності результатів, отриманих по першій моделі, здійснювалася із залученням безперервно-структурної моделі теорії пластин й оболонок. Друга модель добре відома й часто використовується при розрахунку анізотропних тонкостінних елементів, коли кусочно-неоднорідна по товщині шарувата пластина або оболонка розглядаються як квазіоднорідні з наведеними пружними характеристиками. При цьому враховується, що виконується припущення про ідеальний контакт суміжних шарів.

Для розв'язання задачі стійкості використовується метод ортогональної прогонки С.К.Годунова. Сполучення жорстких анізотропних шарів на міжфазових границях моделювалися двома розрахунковими схемами, у яких враховуються умови їх ідеального і ослабленого контакту.

Для ілюстрації ефективності запропонованої моделі багат шарових оболонок і пластин, досліджуються пластини з вуглепластику з укладанням шарів $[\pm 45/03/90]_s$. Об'ємний зміст волокна становив 60 - 65%. Стискання пластини здійснюється в напрямку осі ОХ (Рис. 1).

**Рис. 1**

Чисельно й експериментально визначені величини критичних сил двошарових пластин прямокутної форми в плані і тонкостінних циліндрів як без дефекту структури матеріалу, так і з кільцевою ділянкою непоклею по центру циліндра. У процесі досліджень встановлено, що кінематичні і статичні умови контакту жорстких шарів анізотропних елементів тонкостінних конструкцій істотно впливає на характер розподілу деформацій поперечного зсуву і обтиснення. Варіант моделі, коли напруження поперечного зсуву і обтиснення на міжфазних границях контакту дорівнюють один одному, але при цьому допускається пружне проковзування цих шарів один відносно одного, адекватно відображує роботу шаруватих тонкостінних конструкцій при значних деформаціях.



ЗАСВОЄННЯ АЛЮМІНІЮ В СТАЛЕРОЗЛИВНОМУ КОВШІ

Гнип Руслан Романович, Україна
Дніпродзержинський державний технічний університет,
Факультет електроніки та комп'ютерної техніки

Метою роботи є математичне моделювання процесу засвоєння алюмінію при виплавленні сталі у сталерозливному ковші.

Задано сталерозливний ківш із характерними геометричними параметрами та заданою швидкістю вхідного струменю розплаву металу. Після заповнення сталерозливного ковша розплавом металу у нього поміщаються дві алюмінієві чушки симетрично відносно центру ковша із характерними геометричними і фізичними параметрами, після чого з обчисленими значеннями швидкості руху металу відбувається розповсюдження (переніс) алюмінію по розплаву металу.

Необхідно відобразити процес заповнення ковша і подальше розповсюдження розплавленого алюмінію. Сталерозливний ківш має поперечний переріз близький до квадратного.

Припускається циліндрична симетрія задачі, яка проявляється в циліндричній симетрії усіх початкових і граничних умов, тобто їх незалежності від кута повороту. Це дозволяє не враховувати залежності від кута повороту і в рівняннях руху. Таким чином, задача зводиться до двовимірної, і в якості розрахункової області вибирається половина осевого перерізу ковша.

Розрахункову область розбиваємо шаховою сіткою і обрамлюємо шаром за граничних комірок.

Задачу розв'язуємо в нестационарній постановці, тому рівень розплаву з плином часу зростає.

Рух розплаву описується рівняннями Нав'є-Стокса :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v} \nabla) \bar{v} = -\nabla p' + \nu' \Delta \bar{v} + \bar{F}' \\ \nabla \bar{v} = 0 \end{cases}$$

де $p' = P/\rho$ - тиск, нормований на густину, $F' = F/\rho$ - об'ємна складова зовнішніх сил, $\nu' = \mu/\rho$ - коефіцієнт кінематичної в'язкості.

Враховуються ефекти турбулентності – три параметрична модель турбулентності. Оскільки навіть при невеликих швидкостях вони суттєво впливають на гідродинамічну картину.



ОДНОКОРИСТУВАЦЬКА БІБЛОТЕЧНО-ОРГАНІЗАЦІЙНА СИСТЕМА

Голок Роман Олександрович, Україна
Волинський державний університет імені Лесі Українки
Математичний факультет

Сучасним науковцям доводиться опрацьовувати велику кількість різноманітних інформаційних джерел як друкованих, так і електронних. У зв'язку з цим виникає проблема автоматизації обліку цих джерел з метою добору необхідної інформації для представлення її різних документах (наукових статтях, навчальних посібниках тощо). На даний час існують автоматизовані інформаційно-бібліотечні системи, призначені для використання у роботі бібліотек, але інформації про системи, орієнтовані на індивідуальне використання, в процесі дослідження не було відслідковано.

Враховуючи потреби потенційних користувачів, були визначені такі характеристики однокористувацької бібліотечно-організаційної системи:

- простота в користуванні, орієнтованість інтерфейсу на недосвідченого користувача;
- спеціалізовані засоби для введення даних;
- підтримка електронних версій друкованих видань;
- дотримання стандартів на бібліографічний опис;
- багатоаспектний пошук за різними ознаками і їх поєднаннями;
- відкритість, яка дозволяє користувачу налаштовувати систему зважаючи на власні потреби;
- можливість експорту даних в інші формати.

Відповідно до названих характеристик було спроектовано однокористувацьку бібліотечно-організаційну систему "Olvia LS".

Система розроблена на основі моделі реляційної бази даних, так як дана архітектура найбільше відповідає структурі бібліографічного запису. За основу пошуку необхідної інформації було вибрано SQL-запити. Причинами вибору даного інструменту були наступні: така реалізація дозволяє задавати досить складні критерії пошуку, які відповідатимуть інформаційним вимогам користувачів, крім того такий спосіб організації пошуку даних дозволяє зберегти критерій, а не результат пошуку, внаслідок чого розв'язується проблема надлишковості пам'яті.

База даних складається з двох взаємопов'язаних таблиць: таблиця власне бібліографічної інформації про друковані видання та таблиця ключових слів. Зв'язок між таблицями реалізується як "один-до-багатьох". Внаслідок такої структури бази даних одному запису в таблиці



друкованих видань, яка в даному контексті є головною, може відповідати декілька записів з таблиці ключових слів.

Система Olvia LS розроблена в стилі багатодокументних програм MDI (MDI – Multi Document Interface), і складається з дев'яти Windows-вікон: головне вікно MDI, вікно відображення даних, вікно задання дати, вікно задання значення поля, вікно задання простого критерію пошуку по одному полю, вікно редагування анотації до книги, вікно редагування зв'язаного OLE-об'єкту, майстер створення запитів до бази даних, вікно задання налаштувань.

Система підтримує два режими роботи з базою даних: «Форма даних» і «Таблиця даних».

У режимі «Форма даних» база даних відображається у вигляді бланку з полями, структура якого відповідає інформаційним вимогам щодо літературних джерел (введення даних в поля Бібліотека, Автор, Назва, Шифр, Інвентарний номер, Місце видання, Рік видання, Видавництво, Кількість сторінок, Примітка, Вид видання, Коротка анотація). Завдяки своїй наочності форма даних може використовуватись недосвідченими користувачами.

У режимі «Таблиця даних» база даних відображається у вигляді таблиці. Даний режим призначений для випадків, коли необхідно переглянути відразу декілька записів, наприклад при пошуку необхідної книги.

Для наочності в усіх режимах роботи з даними програма відображає бібліографічну картку книги, що дає змогу знайти необхідний запис за анотацією до книги.

Для зручної навігації у великій базі даних реалізована концепція закладок, за якою користувач може переходити до створеної закладки на запис в базі даних.

Програма надає широкі можливості пошуку даних. Насамперед, це майстер створення запитів до бази даних. Зручний інтерфейс дозволяє навіть непідготовленому користувачу швидко скласти запит на вибірку до бази даних. Пошук може проводитися по будь-якому полю, а також довільній їх комбінації, включено можливість пошуку по ключовому слову, яке задається в анотації. Можливе збереження запиту і пізніше його використання. Також існує система стандартних запитів, які використовують як критерій значення одного поля бази даних. Знайдена інформація може бути збережена та надрукована.

Розроблені сервісні програми для редагування анотації та зв'язаного OLE-об'єкту. Для роботи з анотаціями в програму вбудовано власний текстовий редактор, який дозволяє створювати форматований текст в форматі RTF. Для адаптування програми під потреби кожного користувача існує система налаштувань, яка дозволяє вибрати мову програми, шрифти інтерфейсу, бібліографії та анотації та ін.



ЗАСТОСУВАННЯ НЕГЛАДКИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ НЕЗАЛЕЖНОЇ ЗМІННОЇ В ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ ВІБРОУДАРНИХ СИСТЕМ

Гриценко Ольга Миколаївна, Україна
Національний Технічний Університет
«Харківський Політехнічний Інститут»
Інженерно-фізичний факультет

Введемо для подальшого $\tau(\varphi; \gamma)$ як пилкоподібну кусочно-гладку функцію аргументу φ з одиничною амплітудою та періодом, рівним 4 [1-3]:

$$\tau(\varphi; \gamma) = \begin{cases} \varphi/(1-\gamma), & -1+\gamma \leq \varphi \leq 1-\gamma \\ (-\varphi+2)/(1+\gamma), & 1-\gamma \leq \varphi \leq 3+\gamma \end{cases}; \quad \tau(\varphi+4; \gamma) \equiv \tau(\varphi; \gamma),$$

де γ ($-1 < \gamma < 1$) – параметр, що характеризує нахил "пилки". При $\gamma = 0$ "пилка" стає симетричною.

Позначимо $e(\varphi; \gamma) = \partial \tau(\varphi; \gamma) / \partial \varphi$ – узагальнену похідну по аргументу φ , де τ – нова тимчасова змінна.

Будь-яка періодична функція $x(\varphi)$ з періодом $T=4$ може бути представлена у вигляді: $x = X(\tau) + Y(\tau) \cdot e$; $\tau = \tau(\varphi; \gamma)$; $e = e(\varphi; \gamma)$.

Визначимо $X(\tau), Y(\tau)$ так:

$$X = \frac{1}{2\alpha} \left\{ \frac{1}{1+\gamma} x[(1-\gamma)\tau] + \frac{1}{1-\gamma} x[(2-(1+\gamma)\tau)] \right\},$$

$$Y = \frac{1}{2\alpha} \{ x[(1-\gamma)\tau] - x[(2-(1+\gamma)\tau)] \}, \quad \alpha = \frac{1}{1-\gamma^2}.$$

Тоді на періоді маємо

при $-1+\gamma \leq \varphi \leq 1-\gamma$: $x(\varphi) = X\left(\frac{\varphi}{1-\gamma}\right) + Y\left(\frac{\varphi}{1-\gamma}\right) \frac{1}{1-\gamma} \equiv x(\varphi),$

при $1-\gamma \leq \varphi \leq 3+\gamma$: $x(\varphi) = X\left(\frac{-\varphi+2}{1-\gamma}\right) - Y\left(\frac{-\varphi+2}{1-\gamma}\right) \frac{1}{1+\gamma} \equiv x(\varphi).$

Розглянемо істотно нелінійну систему, близьку до віброударної, що знаходиться під дією періодичного імпульсного збудження с періодом, рівним 4, і описується нелінійним диференціальним рівнянням:

$$\ddot{x} + x^n = A^* \cos(\omega t + \varphi), \quad \text{де } n \rightarrow \infty.$$

Задамо форму розв'язку, застосовуючи приведені вище негладкі перетворення:

$$x_0 = X(\tau) + Y(\tau)e, \quad x_0' = X'(\tau)\tau' + Y'(\tau), \quad x_0'' = X''(\tau) + Y''(\tau)\tau'.$$



З огляду на те, що $Y|_{\tau=\pm 1} = 0, X|_{\tau=\pm 1} = 0$, і підставляючи ці співвідношення у вихідне диференціальне рівняння, отримаємо після розщеплення систему нелінійних диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} X'' + 1/2 * [(X+Y)^n + (X-Y)^n] = -A * \sin \varphi * \sin(\pi * \tau/2) \\ Y'' + 1/2 * [(X+Y)^n - (X-Y)^n] = -A * \cos \varphi * \cos(\pi * \tau/2) \end{cases}$$

Знайдемо рішення системи у вигляді рядів по ступенях кусочно-лінійного періодичного аргументу:

$$\begin{cases} X = A_0 + A_1 \tau + A_2 \tau^2 + A_3 \tau^3 + A_4 \tau^4 + A_5 \tau^5 \\ Y = B_0 + B_1 \tau + B_2 \tau^2 + B_3 \tau^3 + B_4 \tau^4 + B_5 \tau^5 \end{cases}$$

Підставляючи ці вирази в систему і враховуючи граничні умови $Y|_{\tau=\pm 1} = 0, X|_{\tau=\pm 1} = 0$, отримаємо рішення по ступенях кусочно-лінійного періодичного аргументу:

$$\begin{cases} X = A * \sin \varphi * (\pi/4 - 5 * \frac{\pi^3}{960}) * \tau - A * \sin \varphi * \pi/12 * \tau^3 + A * \sin \varphi * \frac{\pi^3}{960} * \tau^5 \\ Y = B_0 - B_0 \tau^2 + A * \cos \varphi * \pi^2/96 * \tau^4 \end{cases}$$

Використовуючи отримане аналітичне рішення, знайдемо початкові умови $x(0), x'(0)$ для вихідної системи.

Для оцінки результатів аналітичного дослідження проінтегруємо вихідну систему методом Рунге-Кутта 4-го порядку з урахуванням знайдених початкових умов $x(0)=1.123, x'(0)=0.785$ для заданих параметрів системи: $A=1, \varphi=\pi/2, n=7, t \in [0;50]$. Для частоти імпульсного збудження $\omega = 2$ одержано періодичне рішення (Рис.1) з задовільною точністю.

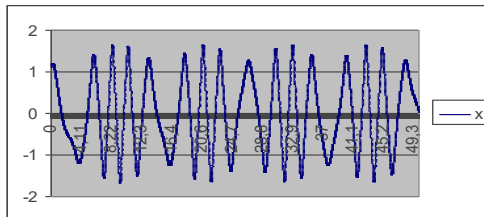


Рис.1. Періодичне рішення для частоти імпульсного збудження $\omega = 2$.

1. В.Н. Пилипчук, «К расчету механических систем с импульсным возбуждением», Прикладная математика и механика, 60 (2), 1996.



2. *В.Н. Пилипчук*, «Преобразование колебательных систем при помощи пары негладких периодических функций», Доклади Академії наук УРСР, 4(1), Киев, 1988.
3. *V.N. Pilipchuk*, «Analytical study of vibrating systems with strong non-linearities by employing saw-tooth time transformations», Journal of Sound and Vibration, 192(1), 43-46, 1996.



ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОБЛЕМ КРИПТОЛОГІЧНОГО ПРОТОКОЛУ ДОВЕДЕННЯ БЕЗ РОЗГОЛОШЕННЯ

Гриців Роман Богданович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Бурхливий розвиток новітніх технологій призвів до вивчення та використання науки про захист інформації. Важливе місце відводиться вивченню, реалізації та криптоаналізу протоколів які базуються на асиметричних системах, або як їх ще називають системи з відкритим ключем.

Одним із представників такого типу криптосистем є протокол «доведення без розголошення». Під час його реалізації виникає ряд складностей з математичними операціями над числами, в наслідок того що вони містять кілька десятків чи навіть сотень знаків. Даний протокол є побудований на основі алгоритмів, які використовують теорію чисел, зокрема методи розв'язування квадратичних конгруенцій, доведення факту, що деяке число $x \in \mathbf{Z}_n^*$ є квадратичним лишком за модулем n . Такого типу задачі є важкими у тому випадку, якщо не відомий розклад модуля n на прості множники. Звідси можна зробити висновок, що злам такої системи здійснюється в наслідок факторизації великого числа n , з чого випливає, що з відомої пари (x, n) не можливо за поліноміальний від $\log n$ час визначити, чи справді x є квадратичним лишком.

Протокол «доведення без розголошення» дозволяє переконати стороннє лице не лише без пред'явлення коренів, але й без надання жодної інформації, яку б не можна було здобути самотужки.

Був проведений детальний криптоаналіз системи та аналіз стійкості. Досліджувався ряд алгоритмів, які на даний час успішно факторизують великі числа, зокрема квадратичного решета та Бріллхарта-Моррісона з використанням теорії ланцюгових дробів.

Дана схема розроблена в інтегрованому середовищі Borland Delphi 7, створено програмний комплекс реалізації криптографічного протоколу та окремі випадки його зламу.

1. *Вербіцький О.В.* Вступ до криптології. –Львів: ВНТЛ, 1998. 247 с.
2. *Кнут Д.* Искусство программирования для ЭВМ. Получисленные алгоритмы. Том 2.- Москва: «Мир», 1977. -725с.
3. <http://www.ssl.stu.neva.ru/psw/crypto/Kuluchevsk25.html>
4. <http://infonet.cherepovets.ru/citforum/security/cryptography/yaschenko/16.html>



ІНСТРУМЕНТАЛЬНА СИСТЕМА КОНСТРУЮВАННЯ ВЕБ-САЙТІВ

Грубій Андрій Михайлович, Україна
Волинський державний університет ім. Лесі Українки
Математичний факультет

На основі проведеного аналізу програмного забезпечення для розробки веб-сайтів та веб-сторінок, в першу чергу HTML-редакторів, було визначено основні вимоги до таких засобів, зокрема можливість створення нового та відкриття вже існуючого документу, автоматичне вставлення тегів, підсвічування синтаксису, перевірка коректності тегів, можливість перегляду отриманої сторінки у браузері, генерування коду HTML - конструкції однією кнопкою та ін. Такі можливості стали основою для реалізації програмного продукту – інструментальної системи конструювання веб-сайтів.

Для реалізації проекту системи використано середовище програмування Delphi 7 Enterprise, яке містить велику кількість інсталюваних компонент для спрощення процесу програмування, можливістю інсталяції додаткових користувацьких компонентів.

Оскільки програма розроблялася як HTML-редактор, то основний наголос в проєкті зроблено на зручності створення та відображення HTML-коду. Проте на даний час важко обійтися лише самою мовою гіпертекстової розмітки тексту. Тому в системі і передбачено можливість створення Java скриптів та CSS листів, що відображено в різних режимах роботи з подальшим їх редагуванням.

Конструктивно робоча область редактора поділена на три частини:

- Панель інструментів;
- Інспектор тегів;
- Редактор (в редактор інтегрована довідка по тегах).

Система підтримує підсвічування синтаксису коду та перевірку коректності тегів. Остання функція реалізована таким чином, щоб не обмежувати користувача в його діях, наприклад, оголошенні власних, користувацьких тегів та реалізації нестандартних HTML-конструкцій, але повідомляти йому про можливі помилки.

Вставка тегів та їх атрибутів у вікно редагування коду може здійснюватися двома способами: за допомогою “Інспектора тегів” або за допомогою функції швидкого введення, що викликається натисненням комбінації клавіш “Ctrl” + “Space”, в режимі редагування коду сторінки. При цьому, якщо встановити курсор перед закриваючою дужкою тега та натиснути комбінацію “Ctrl” + “Space”, то з’явиться список можливих атрибутів даного тега. Для зручності роботи з редактором реалізовані



додаткові функції. До них можна віднести можливість створення закладок та навігації по них.

До особливостей даної інструментальної системи можна віднести функцію автозаміни, що дозволяє реалізувати можливість швидкого введення великих фраз, слів, назв або речень, шляхом привласнення їм певного скорочення та подальшим введенням такого скорочення в редакторі.

Інструментальна система дозволяє швидко генерувати HTML-код для найбільш розповсюджених конструкцій. Для цього використовуються кнопки панелі інструментів, при натисненні на які з'являється діалогове вікно, в якому можна задати необхідні атрибути та властивості. До конструкцій, які можна вставити за допомогою клавіш панелі інструментів належать наступні: цитати, нумеровані списки, маркеровані списки, гіперпосилання, посилання на електронну скриньку, таблиці, горизонтальні лінії, горизонтальні та вертикальні фрейми, малюнки, звуки та відео елементи, кнопки, поля введення тексту, поля введення паролів, поля введення багаторядкових текстів, флеш – анімації та ін.

Для перегляду результату роботи можна використати або вбудований браузер, або будь-який інший, встановлений в операційній системі.

Розроблена система інструментального характеру для конструювання веб-сайтів крім можливості безпосереднього редагування HTML-коду передбачає можливість візуального редагування веб-сторінок. При роботі з системою в режимі візуального редагування з'являється панель візуального редагування, через інтерфейс якої здійснюється зв'язок з редактором.

Названі режими роботи (режим редагування коду та режим візуального редагування) передбачають між собою тісну інтеграцію, яка полягає в поєднанні в процесі роботи над одним фрагментом.

В перспективі в системі передбачається підтримка нових технологій та мов (ASP, PHP, PERL, XHTML), а також удосконалення механізмів швидкого формування коду через кнопки панелі інструментів, збільшення кількості елементів, які будуть генеруватися.



МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ МАРКЕТИНГУ В ПІДПРИЄМНИЦТВІ

Дикун Ірина Анатоліївна, Україна
Львівський Національний Університет ім. Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

В умовах розвитку ринкової економіки та переходу підприємств до ринкових відносин відбувається докорінна перебудова економічної політики держави, господарського механізму, що впливає на всі сторони виробничих відносин як на макрорівні, так і на макрорівні. Тобто, підприємство в умовах ринкової економіки є відкритою системою, на яку впливає внутрішнє та зовнішнє середовище. На цьому етапі розвитку проявляється особлива роль маркетингу.

У повсякденній діяльності робота будь-якого підприємства має ґрунтуватись на результаті маркетингових досліджень, проведених службою маркетингу чи фірмою, котра надає такі послуги. Такі дослідження повинні проводитись з використанням математичних методів та моделей. Завдання таких досліджень можуть бути різноманітними, зокрема, розробка системи оптимального товароруку каналами збуту, формування оптимальної цінової політики, аналіз методів формування фонду маркетингу.

Серед задач маркетингу виділяють:

1. Моделювання фонду маркетингу.

Моделювання ефективності маркетингових операцій і організації фонду маркетингу, може бути реалізовано або за допомогою детермінованої математичної моделі дослідження операцій, або за допомогою адаптації імітаційної моделі. Як правило, маркетингові фонди складають три групи витрат: на організацію реклами, на проведення економічного аналізу і організаційні затрати.

2. Моделювання оцінки ємності ринку.

Кожна підприємницька діяльність має за мету отримання максимального прибутку. Для досягнення цієї мети потрібно забезпечити виконання багатьох умов, зокрема, підвищити ефективність виробництва існуючих товарів, розробити та запровадити нові товари. Проте відомо, що попит на будь-який товар, за виключенням товарів повсякденного вжитку, досягає свого насичення в цілому, а отже і на кожному з ринків зокрема. Ємність ринку якраз і характеризує цю величину насичення попиту.

3. Моделювання ефективності рекламної діяльності.

Реклама незмінно супроводжує будь-яку підприємницьку діяльність, тому вивченню цього питання необхідно привернути особливу увагу, зокрема, з точки зору застосування кількісних методів для вивчення



ефективності рекламної кампанії, Для оцінки ефективності розподілу ресурсів, на проведення рекламних кампаній у спеціальній літературі пропонується ряд моделей.

4. Моделювання маркетингової стратегії підприємства.

Можна виділити три основні напрямки маркетингової стратегії:

- вихід на ринок;
- розширення ринку на наступному етапі;
- закріплення своїх позицій на завершальному етапі.

5. Моделювання маркетингових ризиків.

Маркетингові ризики пов'язані з можливістю просування товарів на ринку збуту. Серед маркетингових ризиків виділяють:

- інформаційний ризик – ризик невизначеності або недостовірності інформації, яка може стосуватись як юридичної бази для підготовки контракту, стану справ партнера і його банку, так і інформації про стан ринку товарів і послуг, які пропонуються;
- галузевий ризик – можливість втрат в результаті змін в економічному стані в галузі і степінь цих змін як всередині галузі, так і в порівнянні з іншими галузями;
- інноваційний ризик – можливість втрати при вкладі фірмою коштів в виробництво нових товарів і послуг, які можуть не знайти попиту на ринку.

Для здійснення ефективної маркетингової діяльності потрібно брати до уваги залежність попиту від затрат на рекламу. *Попит*, як економічна категорія, характеризує обсяг товарів, які споживач бажає і може придбати, тобто ця потреба підкріплена споживчою спроможністю. Існує кілька рівнів визначення попиту, якими може оперувати будь-яка компанія. Так можна визначити попит у регіональному розрізі (весь світ, країна, регіон, місто, споживач, тощо); на товарному рівні (весь ринок, товари галузі, обсяг продажу фірми, конкретна назва товару та ін.); у часовому аспекті (коротко, середньо і довгостроковий). Залежно від рівня визначення попиту можна складати прогнози для досягнення певної мети.

Нами побудована економічна модель залежності обсягів продажу продукції від маркетингових затрат для однієї з вітчизняних фірм.

1. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування: Підручник для студ. вузів/ В.М.Заєць та ін.; Харківський нац. екон. ун-т. – Харків: ІНЖЕК, 2005. – 396с.

2. Математическое моделирование экономических процессов./ Под ред. Е.Г.Белодсова и др. – М.:МГУ, 1990. - 228с.

3. *Малиш Н.А.* Моделювання економічних процесів ринкової економіки: Навч. посібник для студ. вузів/ Міжнародна акад. управління персоналом. – К., 2004. – 119с.



КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ. ПОБУДОВА ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ

Добринська Олександра Геннадіївна, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки
Факультет прикладної математики та менеджменту

У даній роботі досліджується можливість використання методів послідовних наближень для розв'язання крайових задач з нелінійними звичайними диференціальними рівняннями.

Вихідна задача має вигляд [2]

$$\begin{aligned}w''(t) + f(w(t)) &= 0, \quad 0 < t < 1, \\w(0) = w(1) &= 0,\end{aligned}$$

де $f(w(t)) : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ є неперервна, неспадна та невід'ємна.

Цій задачі ставимо у відповідність еквівалентне інтегральне рівняння

$$w(t) = \int_0^1 G(t, s) f(w(s)) ds,$$

де $G(t, s) = \begin{cases} t(1-s), & t \leq s, \\ s(1-t), & t \geq s \end{cases}$ – функція Гріна.

Розглянемо випадок, коли функція $f(w(t)) = w^2(t) + 16$. Тому що така $f(w(t))$ є вгнутою, оператор $Aw(t) = \int_0^1 G(t, s) f(w(s)) ds$ буде u_0 -вгнутим, де $u_0(t) = t(1-t)$. Отже, розглядувана задача має єдиний нетривіальний розв'язок.

Згідно [3] можна побудувати двобічну послідовність $u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq w \leq \dots \leq v_2 \leq v_1 \leq v_0$ за схемою

$$v_{i+1}(t) = \int_0^1 G(t, s) [v_i^2(s) + 16] ds, \quad i = 0, 1, \dots,$$

де $u_0 = 0$, $v_0 = 4$.

Для цієї ж задачі ми застосували метод послідовних наближень [1].

В результаті отримали наступну послідовність крайових задач:

$$\begin{aligned}-w^{(1)''} &= 1, \quad w^{(1)}(0) = w^{(1)}(1) = 0, \\-w^{(2)''} &= 16 + w^{(1)2}, \quad w^{(2)}(0) = w^{(2)}(1) = 0,\end{aligned}$$



$$-w^{(m)''} = 16 + w^{(m-1)2}, \quad w^{(m)}(0) = w^{(m)}(1) = 0,$$

де $m = 2, 3, \dots$

Наближений розв'язок кожної з цих задач шукаємо у вигляді

$$w_n^{(k)}(t) = \sum_{i=0}^n a_i \varphi_i(t),$$

де $\{\varphi_i(t)\}_{i=1}^n$ - координатна послідовність, a_i , $i = 1, \dots, n$, - невідомі чисельні коефіцієнти, для відшукування яких застосовуємо метод Рітца.

Проведене дослідження отриманих результатів дає можливість зробити висновки про ефективність обох методів.

-
1. *Свирский И. В.* Методы типов Бубнова-Галеркина и последовательных приближений. - М.: Наука, 1968. - 199с.
 2. *Yao Qingliu.* Iteration of positive solution for a second-order ordinary differential equations with change of sign. Ann. Of Deff. Eqs. 18:4(2002).410-416st.
 3. *Красносельский М.А.* Положительные решения операторных уравнений. -М.: Физмат, 1962. - 296с.

**КОМБІНОВАНА МОДИФІКАЦІЯ ГРАДІЄНТНИХ МЕТОДІВ**

Дрожджаль Юрій Ярославович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Нехай задано задачу безумовної мінімізації функції багатьох змінних

$$f(x) \rightarrow \inf, x \in R^n.$$

Розглянемо комбіновану модифікацію двох методів: градієнтного та квазіньютонівського (нехай це буде метод Девідона-Флетчера-Пауелла). Спочатку покажемо короткі схеми кожного з них, а потім наведемо алгоритм обчислень за комбінованим методом.

Обчислення в методі Девідона-Флетчера-Пауелла проводяться за формулою

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k h_k, \text{ де } h_k = -H_k f'(x_k) \quad (*)$$

Тепер будемо використовувати ще й інформацію про похідну функції $f'(x_k)$. Для цього застосуємо градієнтний метод, який має аналогічну схему, тільки замість матриці H_k у формулі (*) використовується одинична матриця I . В результаті отримаємо наступну модифікацію, яка є комбінацією градієнтного методу та методу ДФП. Будемо проводити обчислення за такою схемою:

$$\begin{aligned} u_k &= x_k + \alpha_k h_k \\ v_k &= x_k + \beta_k t_k, \quad t_k = -f'(x_k) \\ x_{k+1} &= u_k + \lambda_k (v_k - u_k) \end{aligned}$$

В ряді випадків дана модифікація дає кращі результати, ніж звичайний метод, але її не можна вважати найкращою з-поміж квазіньютонівських методів, оскільки вона має недоліки, притаманні квазіньютонівським методам.

-
1. *Бартиш М. Я.* Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. Текст лекцій. Частина 2. – Львів, 1999.
 2. *Базара М., Шеттлі К.* Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. – Москва, Мир, 1982.



КОМП'ЮТЕРНА ПІДТРИМКА ВИВЧЕННЯ МОВИ HTML ТА СТВОРЕННЯ WEB-СТОРОНОК

Дубей Михайло Володимирович, Україна
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики

На сьогодні розроблено значну кількість програмних засобів, що дозволяють розв'язувати за допомогою комп'ютера досить широке коло різноманітних завдань. Одні з цих програм розраховані на фахівців досить високої кваліфікації, інші – на учнів середніх навчальних закладів та студентів вузів.

Автори програми (керівник – доцент Возняк Л.С.) створили програмно-педагогічний продукт (ППП) – навчально-контролюючу програму “HTML Editor” для підтримки вивчення мови HTML та створення Web-сторінок, і яка може використовуватися в середніх та вищих учбових закладах освіти. Для її впровадження не вимагається потужних комп'ютерів із великою швидкістю та значними обсягами оперативних запам'ятовуючих пристроїв. Програма проста у користуванні, оснащена зручним і “люб'язним” інтерфейсом, який максимально наближений до інтерфейсу найбільш поширених програм загального призначення, зокрема редакторів.

ППП розбитий на дві дидактичні частини: навчальну та контролюючу. Навчальна частина редактора розглядається як послідовність окремих логічних блоків, кожен з яких дозволяє учням засвоїти теги певного призначення. До кожного такого блоку подані відповідні приклади, що наочно демонструють використання команд мови HTML. Створена програма автоматизує роботу по створенню HTML-кодів, а це є досить важливим в умовах шкільного уроку інформатики; зберігає даний код у вигляді html-файлу, що дає можливість переглядати його як html-документ у довільному WEB-браузері.

Контролююча частина ППП реалізована в програмі у вигляді комп'ютерного тестового контролю. Кожне питання тесту сформульовано доступно і зрозуміло для учня, який опанував теоретичну і практичну частини поданого матеріалу. За результатами тестування програма, згідно запропонованих в ній критеріїв, виставляє оцінку. Для полегшення засвоєння знань про створення html-кодів створено короткий словник термінів початківця Web-дизайнера, який допоможе при вивченні основних тегів.

Програмно-педагогічний продукт пройшов успішну апробацію на заняттях з інформатики в школах, коледжах та вищих учбових закладах області.



ІНСТРУМЕНТАЛЬНЕ СЕРЕДОВИЩЕ ДЛЯ СТВОРЕННЯ БАЗ ДАНИХ НАВЧАЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ

Дубовський Віктор Віталійович, Україна
Волинський державний університет імені Лесі Українки
Математичний факультет

У практиці освітніх закладів все більш актуальною та важливою стає проблема впровадження та використання електронних ресурсів для організації навчання, яка, зрозуміло, передбачає створення відповідних програмних продуктів інструментального характеру.

Огляд інформаційних джерел з даної проблеми показав, що на даний час існує велика кількість програмних розробок названого цільового спрямування. Вони є досить різноманітними за способом реалізації, обсягом, функціональними можливостями та іншими характеристиками.

Загальними вимогами до інструментальних середовищ для створення баз даних навчальних матеріалів є наступні:

- створення автором блоку навчальних матеріалів (електронного посібника);
- робота студента з блоком навчального матеріалу (електронним посібником).

У проєктованій системі реалізовано названі вимоги, які знайшли відображення у відповідних режимах роботи.

У режимі роботи "Створення навчальних матеріалів" інструментальне середовище для використовує автор матеріалів (викладач), за необхідності - технічний працівник, який залучається до цієї роботи.

Вікна програми "Створення змісту" та "Зв'язування" дозволять створити зміст навчальних матеріалів як на початку роботи, так і шляхом редагування уже існуючого. Можливе компонування матеріалу і зв'язування його з відповідним розділом змісту навчального курсу. Режим перегляду реалізується тим, що компонуючи матеріал і зберігаючи його, цей формат відображається таким, яким він буде відображатися і у режимі навчання.

Зміст та вже зв'язані матеріали зберігаються у файли з розширеннями *.stc та *.sti відповідно. Важливим є те, що матеріал кожного конкретного пункту зберігається у окремому файлі, що дозволяє на етапі створення навчального курсу звертатися до вже існуючих матеріалів і редагувати їх. Зв'язані файли зберігаються у наперед зарезервованих папках, причому тексті ілюстрації зберігаються в різних папках.

Компонування самого матеріалу дозволяє набирати текст, завантажувати існуючий текст із збереженням режимів його форматування, відповідно до матеріалу вставляти ілюстрації до тексту.



У режимі "Навчання" з програмою працює студент з метою опрацювання інформаційного блоку матеріалу, перевірка засвоєння якого відбуватиметься у запланований в організації навчального процесу спосіб.

Вікно "Проходження навчання" дозволяє користувачу обирати існуючий навчальний курс, для перегляду якого організовано зручну навігацію за ієрархічною структурою.

В програмній розробці передбачено режим "Редагування", який дозволяє редагування вже існуючих матеріалів по даній темі, тобто це можливість оновлення матеріалів.

На відміну від програм-аналогів створення змісту і прив'язування до нього матеріалу відбувається в одному вікні, хоча сама робота проводиться у два етап: "Створення змісту" та "Зв'язування". Така структура полегшує роботу по створенню змісту, що зводить до мінімуму нагромадження компонент в одному вікні.

Наявність тексту та ілюстрацій в одному файлі досягається за допомогою того, що програма зберігає матеріал, як набір характеристик про формат тексту для текстового матеріалу та позицію і посилання на певний малюнок, який буде міститися у цьому матеріалі.

Створені в інструментальному середовищі блоки навчальних матеріалів зберігаються як база даних, доступ до компонентів якої здійснюється через зміст, з яким пов'язані ці матеріали. Зміст і блок навчальних матеріалів зберігаються у різних файлах.

Продовжується робота на програмною системою в напрямку адаптування її до роботи в мереженому оточенні.



ОСОБЛИВОСТІ РІШЕННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАІЧНИХ РІВНЯНЬ, ЩО ВІДПОВІДАЮТЬ МАТРИЦЯМ З МОНОХРОМНИМ ЗОБРАЖЕННЯМ

Зубарева Олена Володимирівна, Україна
Одеській Національній Політехнічній Університет
Інститут Бізнесу, Економіки та Інформаційних Технологій

Як відомо, будь-які монохромні зображення представляються цілочисленою матрицею з позитивними елементами. Деякі задачі, пов'язані з обробкою зображень приводять до рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь із такими матрицями. У даній роботі досліджується число обумовленості матриць, одержуваних при розгляді монохромних зображень, а також стійкість рішення системи при внесенні обмежених перешкод у матрицю системи.

Можна виділити деякі особливості таких матриць. Елементи їх являють собою цілі числа в інтервалі від 0 до 255. Тому що матриці відповідають реальним зображенням, то можна зробити припущення про те, що для деяких зображень або їхніх частин можна відразу зробити висновок про гарну обумовленість матриць або підматриць, що відповідають даному зображенню. Так, знаючи, що матриця буде добре обумовлена, якщо її рядки й стовпці лінійно незалежні, можна припустити, що матриця зображення діагоналі буде добре обумовлена. Однак, природно, що в більшості випадків міру числа обумовленості так визначити не можна, тому був проведений чисельний експеримент.

Для дослідження бралася модель монохромного зображення нижнього трикутника таким чином, щоб одержати добре обумовлену матрицю зображення. У якості моделюємого шуму бралися значення в діапазоні $(-5; 5)$ з огляду на особливості задачі. У ході обчислювальних експериментів було з'ясовано, що при внесенні перешкод у деякі або навіть в усі елементи добре обумовленої матриці рішення залишається стійким. Зворотнє спостерігається, якщо перешкоди вносяться тільки в нижній, ненульовий трикутник матриці зображення при малих значеннях у порівнянні зі значеннями нижнього трикутника на діагоналі. Якщо матриця має діагональну перевагу, то рішення залишається стійким поза залежністю від області, куди попадають перешкоди.

Дані результати обчислювального експерименту дозволяють судити про можливі ускладнення при використанні рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь після того, як матриці були оброблені алгоритмами стиску, які області з одним кольором стискають без втрати інформації і її зміни. Отже, якщо перешкоди були внесені тільки в ту область, де спостерігаються різні порівняно більші значення інтенсивності щодо



однотонної області, то рішення системи зі зміненою матрицею може виявитися нестійким.

1. *Дж. Деммель*, Обчислювальна лінійна алгебра, изд.: «Мир», 2001.
2. *В. А. Бубнов*, Лінійна алгебра. Комп'ютерний практикум, изд.: Лабораторія Базових Знань, 2002.



ІНТЕРПРЕТАТОР ВИРАЗІВ РЕЛЯЦІЙНОЇ АЛГЕБРИ І РЕЛЯЦІЙНОГО ЧИСЛЕННЯ

Квасниця Андрій Миронович, Ільчишин Богдан Васильович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики і інформатики

Інтерпретатор виразів реляційної алгебри та реляційного числення це розроблена нами програма, а також її основна компонента – бібліотека класів, завданням якої є робота з абсолютно реляційною базою даних. Вона дозволяє наочно відображати роботу базових і комбінованих операторів реляційної алгебри, реляційного числення.

Оскільки даний продукт не розроблявся з ціллю комерційного використання і не був зв'язаний обмеженнями необхідної продуктивності чи наперед визначеної мови, нам вдалося максимально точно реалізувати реляційну математику. (Адже, ні для кого не секрет, що бази даних, які керуються SQL насправді лише умовно можна назвати реляційними). Нашою ціллю було забезпечити виконання усіх 12 правил Кодда.

Програма складається з чотирьох рівнів:

1. Рівень бази даних. На цьому рівні існує набір класів, які повністю інкапсулюють реляційну модель даних. Це такі класи, як *relation* (відношення), *cortege* (кортеж), *catalogue* (каталог – набір відношень, фактично – база даних).

2. Операційний рівень. Тут розміщені базові операції над відношеннями.

3. Власне інтерпретатор. Він проводить рекурсивний синтаксичний аналіз зверху-вниз переданого йому параметра-рядка, і якщо не виявлено помилок, намагається його виконати.

Також цей клас містить поле типу *catalogue*, що дозволяє йому бути, фактично, незалежним середовищем для роботи з однією базою даних.

4. Оболонка. В конкретній реалізації оболонка – застосування *Win32*, яке читає поле вводу і передає його вміст на виконання інтерпретатору. Результат (якщо такий є) виводиться в *StringGrid*.

Існує можливість розробки довільної іншої оболонки – інтерпретатор представляє простий і зручний інтерфейс, який можна використовувати в довільних застосуваннях. Наприклад, можна реалізувати COM-об'єкт, обробник текстових файлів, і таке інше...

Спеціально для інтерпретатора були розроблені мови опису і маніпулювання даними. Вони, як вже зазначалося вище – повністю реляційні, і разом з тим надзвичайно прості. Певна схожість з SQL дозволяє пізніше легко мігрувати на більш традиційні бази даних.

Ми вважаємо даний продукт зручним для тих, кому необхідна невелика проста в підтримці база даних, робота з якою повинна вестися



зсередини програми. Також він може бути зразком розробки бібліотеки класів чи інтерпретатора виразів.

-
1. *Архангельский А.* С++ Builder 6. Справочное пособие. М. 2002
 2. *Архангельский А.* Программирование в С++ Builder 6. М. 2002
 3. *Вирт Н.* Алгоритмы и структуры данных. М. 2001
 4. *Дейт К. Дж.* Введение в базы данных. 7-изд. М. 2001
 5. *Дейтел Х, Дейтел П.* Как программировать на С++. 3-изд. Бином 2001
 6. *Кроенке Д.* Теория и практика построения баз данных. 8-изд. Питер 2003
 7. *Страуструп Б.* Язык программирования С++. Спец. издание. М. 2002
 8. *Шилдт Г.* Теория и практика С++. ВНУ М. 1999

**ІНДУКТИВНИЙ АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ ДЕРЕВА РІШЕНЬ ID3**

Керетів Володимир Володимирович, Україна,
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Алгоритм ID3 забезпечує вивчення понять на прикладах. Особливу увагу потрібно звернути на спосіб зберігання одержаних знань, підхід до управління складністю і евристика для вибору понять-кандидатів.

В алгоритмі ID3 поняття представляються у вигляді дерева рішень (decision tree). Таке уявлення дозволяє класифікувати об'єкт шляхом перевірки значення певних властивостей.

Алгоритм індукції починає свою роботу з відбору коректно класифікованих елементів цільових категорій. Алгоритм ID3 будує дерево рішень таким чином.

```
function induce_tree (example_set, Properties)
Begin
якщо всі елементи набору прикладів example_set належать до
одного і того ж класу, то повернути кінцевий вузол,
віднісши його до цього класу;
інакше
якщо множина Properties порожня, то повернути
кінцевий вузол, ім'ям якого є об'єднання всіх імен
класів в example_set
інакше
Begin
вибрати властивість P і призначити його
коренем поточного дерева;
видалити властивість P з множини Properties;
для кожного значення V властивості P
Begin
створити гілку дерева з міткою V;
до розділу partitionv віднести елементи
множини example_set, для яких
властивість P приймає значення V;
викликати функцію induce_tree
(partitionv, Properties), додати
результати до гілки V
End
End
End
```



Кожну властивість можна розглядати з погляду її внеску в процес класифікації. Алгоритм ID3 при виборі кореня поточного піддерева оцінює питому вагу інформації, що додається кожною властивістю. Потім він вибирає властивість, що має найбільшу інформативність.

Розглянемо кількість інформації в повідомленні як функцію від вірогідності p передачі кожного можливого повідомлення, а саме $-\log_2 p$. Маючи простір повідомлень $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ і знаючи вірогідність $p(m_i)$ для кожного повідомлення, інформативність цих повідомлень можна обчислити таким чином.

$$I[M] = \sum_{i=1}^n p(m_i) \log_2 (p(m_i)) = E[-\log_2 p(m_i)]$$

Кількість інформації, що забезпечується при виборі даної властивості коренем поточного дерева, рівна різниці загальної кількості інформації в дереві і кількості інформації, необхідної для завершення класифікації. Кількість інформації, необхідної для завершення дерева, визначається як зважене середнє інформації у всіх його піддеревах. Зважене середнє обчислюється як сума добутків інформативності кожного піддерева і процентного співвідношення прикладів в цьому піддереві.

Припустимо, що існує набір навчальних прикладів S . Якщо коренем поточного дерева є властивість P , яка може приймати n значень, та множина S буде розділена на підмножини $\{C_1, C_2, \dots, C_n\}$. Інформація, необхідна для завершення побудови дерева при виборі властивості P , складає

$$E[P] = \sum_{i=1}^n \frac{|C_i|}{|C|} I[C_i]$$

Виграш від використання властивості P обчислюється як різниця загальної інформативності дерева і об'єму інформації, необхідного для завершення побудови дерева.

$$\text{gain}(P) = I[C] - E[P]$$

Такий аналіз рекурсивно виконується для кожного піддерева до повної побудови всього дерева.

-
1. Люгер, Джордж, Ф. Л83 Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем, 4-е издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом „Вильямс”, 2003. – 864 с.: - Парал. тит. англ. ISBN 5-8459-0437-4 (рус.)



МОДЕЛЬ КУРАМОТО ЗВ'ЯЗАНИХ ОСЦИЛЯТОРІВ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ

Климчук Лідія Миколаївна, Україна
Чернівецький Національний Університет
Факультет прикладної математики

Модель Курамото описує поведінку осцилюючих об'єктів, які доволі часто зустрічаються в оточуючому середовищі, наприклад, системи радіозв'язку і електричне обладнання, світлячки, що створюють послідовності світлових імпульсів, хімічні системи, нервові центри, що керують скороченням серця людини тощо.

В даній роботі досліджується модель типу Курамото з запізненням. Розглядається N взаємно зв'язаних осциляторів, кожен з яких має власну частоту $\omega_k(\tau)$, $\tau = \varepsilon t$ - "повільний" час, $\varepsilon > 0$ - малий параметр. Таку модель можна задати системою диференціальних рівнянь вигляду:

$$\frac{d\varphi_k}{dt} = \omega_k(\tau) - \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N a_{kj}(\tau) \sin(\varphi_k(t) - \varphi_j(t - \Delta)), \quad (1)$$
$$k = 1, 2, \dots, N$$

де $\varphi_k(t)$ - фаза k -го осцилятора, $\Delta > 0$ - стала, що характеризує запізнення, функції $a_{kj}(\tau)$ відображають природу зв'язків між осциляторами, параметр K описує силу зв'язку між елементами ансамблю осциляторів.

Припустимо, що $\frac{K}{N} = \varepsilon$. Зокрема, це досягається для великої кількості осциляторів або слабого зв'язку між ними, коли K - мале. Вважатимемо також, що $\omega_\nu(\tau) > 0$, $\nu = 1, \dots, N$.

Якщо запізненням нехтувати, модель може бути неадекватною. Запізнення у деяких випадках спричиняє мультистійкість та погашення колективної частоти [1].

Усереднимо систему (1) за швидкими змінними, для чого введемо заміну $\psi_k = \varphi_k(t) - \varphi_k(t - \Delta)$. Виконавши перетворення, із (1) одержимо $\psi_k \approx \omega_k(\tau)\Delta$. Усереднена система набуває вигляду:

$$\frac{d\bar{\varphi}_k}{dt} = \omega_k(\tau) - a_{kk}(\tau) \frac{K}{N} \sin(\omega_k(\tau)\Delta), \quad k = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Проблема обґрунтування методу усереднення зводиться до встановлення оцінок:

$$\|\varphi - \bar{\varphi}\| \leq C\varepsilon^\alpha, \quad \text{де } C > 0 \text{ і } \alpha > 0 \text{ і не залежать від } \varepsilon. \quad (3)$$

Запишемо системи (1) і (2) в такому вигляді:



$$\frac{d\varphi_\nu}{dt} = \omega_\nu(\tau) - \frac{K}{N} \sum_{j=-N}^N b_{\nu j}(\tau) e^{i(\varphi_\nu(\tau) - \varphi_j(\tau - \Delta))}, \quad (4)$$

$$\frac{d\bar{\varphi}_\nu}{dt} = \omega_\nu(\tau) - \frac{K}{N} b_{\nu\nu}(\tau) e^{i(\omega_\nu(\tau)\Delta)}, \quad b_{\nu j} = b_{\nu(-j)} = -\frac{i}{2} \quad (5)$$

На підставі (4), (5) одержимо:

$$\begin{aligned} |\varphi_\nu - \bar{\varphi}_\nu| \leq & |\varphi_\nu(0) - \bar{\varphi}_\nu(0)| + \frac{K}{N\varepsilon} \int_0^\tau |b_{\nu\nu}(s)| \cdot |e^{i(\varphi_\nu - \varphi_\nu\Delta)} - e^{i\omega_\nu(s)\Delta}| ds + \\ & + \frac{K}{N\varepsilon} \sum_{j \neq \nu} \left| \int_0^\tau b_{\nu j}(s) \cdot e^{i(\varphi_\nu - \varphi_j\Delta)} ds \right|. \end{aligned}$$

Теорема. Нехай функції $\omega_\nu \in C^{N-1}[0, L]$, $\nu = 1, \dots, N$; функції $a_{\nu j}(\tau) \in C^1[0, L]$ і такі, що $\sum_{j=1}^N (|a_{\nu j}(\tau)| + \left| \frac{da_{\nu j}(\tau)}{d\tau} \right|) \leq c_1 \quad \forall \tau \in [0, L]$. Для системи функцій $\{\omega_1(\tau), \dots, \omega_N(\tau)\}$ визначник Вронського відмінний від нуля $\forall \tau \in [0, L]$. Тоді $\exists \varepsilon_0 > 0$ таке, що $\forall \tau \in [0, L]$ і $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ справджується нерівність (3), де $\alpha = \frac{1}{N}$, $|\varphi_\nu(0) - \bar{\varphi}_\nu(0)| \leq C_1 \varepsilon^{1/N}$.

1. *M. K. Stephen Yeung and S. H. Strogatz*, "Time delay in the Kuramoto model of coupled oscillators," *Phys. Rev.*-1999.-82, p.648–651.
2. *Самойленко А.М., Петришин Р.І.* Математичні аспекти теорії нелінійних коливань. – Київ. Наукова думка, 2004. – 474 с.
3. *Бігун Я.Й.* Дослідження багаточастотних коливних систем із запізненням // Наук. вісник Чернівецького ун-ту: 3б. наук. пр. Вип.150. Математика. – Чернівці: Рута, 2002. – С.15–20.



ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЗСУВНИХ ОБОЛОНОК ПРИ СТАТИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Ковальчук Ірина Вікторівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Розвиток сучасних технологій машинобудування та обчислювальної техніки тісно пов'язаний з використанням тонких пластин і оболонок. Розробка універсальних, теоретично обґрунтованих чисельних методів, алгоритмів і програм розрахунку реакцій тонкостінних оболонкових конструкцій на складне статичне навантаження дозволить прогнозувати і покращувати надійність та експлуатацію оболонкових конструкцій, що робить дану проблему механіки деформованого твердого тіла актуальною і перспективною.

Приведення тривимірної задачі аналізу процесів у пружних тілах з малою (у співвідношенні з іншими розмірами) товщиною до адекватних двовимірних задач, сформульованих на серединній поверхні цього тіла, є основною метою теорії оболонок. Такий перехід до двовимірних задач завжди пов'язаний із застосуванням певної напівдискретизації вихідної задачі теорії пружності за просторовою змінною, яка визначається нормаллю до серединної поверхні. Особливу зацікавленість викликають моделі оболонок зі скінченною зсувною жорсткістю, оскільки такі моделі добре трактуються з позицій методу скінченних елементів (кути поворотів нормалі в них приймаються незалежними від переміщень, що приводить до зниження вимог щодо неперервності допустимих апроксимацій розв'язків).

У даній роботі розглядається геометрично лінійна задача статичної зсувних оболонок. Для аналізу напружено-деформованого стану оболонки, яка здатна змінювати довжину елементів нормалі під дією заданих навантажень, виходячи зі співвідношень теорії пружності, кінематичних гіпотез типу Тимошенка записано систему з шести рівнянь рівноваги для визначення вектора узагальнених переміщень серединної поверхні та доповнено її відповідними крайовими умовами на межі серединної поверхні. Особливістю деформаційних співвідношень цієї моделі є врахування лінійного розподілу компонент тензора поворотів за товщиною. Відповідну варіаційну задачу сформульовано на основі принципу Лагранжа, який в теорії зсувних оболонок трактується як принцип стаціонарності варіаційного функціоналу. Використання методу скінченних елементів зводить нашу задачу до розв'язування системи лінійних алгебраїчних задач.

Сформульована задача статичної реалізована у вигляді програмного комплексу на C++Builder. Наведено ряд чисельних прикладів.



-
1. *Вагін П. П., Іванова Н. В., Шинкаренко Г. А.* Постановка, розв'язуваність та апроксимація варіаційних задач статички зсувних оболонок // Матем. методи та фіз.-мат. поля. 1999. – 42. №2. – С.53-61.



РЕАЛІЗАЦІЯ ТА КРИПТОАНАЛІЗ ПРОТОКОЛУ ЦИФРОВОГО ПІДПISУ

Корецький Олег Євгенійович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

У сучасному світі інформаційних технологій питання правдивості інформації та надійності аутентифікації особи постають особливо гостро. Тому надзвичайно важливого значення сьогодні набувають системи цифрового підпису. Без них неможливо обійтись у таких галузях людської діяльності, як комп'ютерні технології, всесвітня мережа Internet, банківські операції, тощо.

При реалізації протоколу цифрового підпису постає ряд гострих питань пов'язаних з трудомісткістю обчислень та реалізацією алгоритмів виконання модульних операцій над великим полем Z_p^* , складність яких має поліноміальний характер, на ПК з обмеженими обчислювальними потужностями. Крім того, при завіренні файлу цифровим підписом постають цілком логічні питання надійності та стійкості протоколу до перешкод. Детально розглянуті методи вирішення цих питань.

Запропонована схема цифрового підпису файлу будь-якого типу. Вона реалізована на базі алгоритму RSA, який використовує теорію чисел.

Був проведений детальний криптоаналіз системи та аналіз стійкості. Наводиться оцінка складності зламування протоколу шляхом деяких атак типу „Груба сила” та комбінованих атак. Надійність схеми базується на складності задачі знаходження функції Ейлера великого числа n . Стійкість цифрового підпису залежить від довжини двох великих простих чисел p, q .

Дана схема розроблена в інтегрованому середовищі Eclipse 3.1 із використанням набору інструментальних засобів Java2 SDK 1.5.0.04. Ця реалізація є платформно незалежною, і викликається з командного рядка. Графічна оболонка для ОС сім'ї Windows розроблена в інтегрованому середовищі Borland Delphi 7.

Система призначена для завірення деякого файлу цифровим підписом, який гарантує, що після підписання файл не змінювався, та перевірки автентичності підписаного файлу.

-
1. citforum.univ.kiev.ua/security/cryptography/
 2. www.cryptography.ru



3. Н. Фергюсон, Б. Шнайдер. *Практическая криптография.*: Пер. С англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2005. –424 с.: ил. – Парал. тит. англ.
4. В. Ємець, А. Мельник, Р. Попович. *Сучасна криптографія. Основні поняття.* –Львів: БаК, 2003. – 144 с.



ВПРОВАДЖЕННЯ СИСТЕМИ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ

Костишин Сергій Олександрович, Україна
Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя
Факультет комп'ютерних технологій

Дистанційне навчання (ДН) є перспективною формою організації процесу навчання у ВЗО і післядипломній освіті. ДН має наступні переваги над традиційними формами навчання [1]: гнучкість, модульність, зміна структури використання часу викладача на користь творчої роботи (рис.), автоматизація процесу оцінки засвоєння навчальних курсів, економічна ефективність.

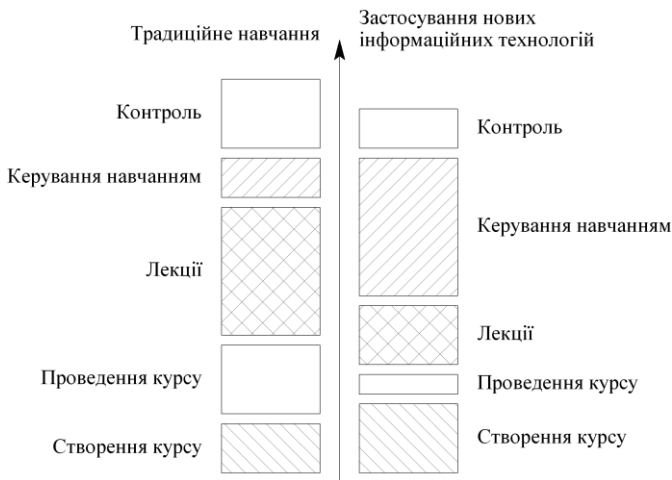


Рис. Зміни в часовій структурі діяльності викладача.

Пропонуються результати впровадження системи ДН в Тернопільському державному технічному університеті імені Івана Пулюя (ТДТУ). Метою впровадження ДН було: зменшення академічного навантаження на викладачів, розширення можливостей самоосвіти студентів, зниження витрат на викладання предметів.

Дослідження ринку і вибір системи ДН було проведено протягом серпня–вересня 2004 р. Протягом цього часу було досліджено можливості програм Arel, Claroline, CourseWork, Fle, Moodle, ATutor, xDLS. Остаточного було вибрано програму ATutor [2], яка має наступні переваги: широкі можливості щодо керування процесом навчання, простий веб-інтерфейс, відкритий код, підтримка стандартів ДН (IMS/SCORM, TILE), динамічний розвиток, можливість інтеграції зі сторонніми продуктами.



У зв'язку з відсутністю української локалізації програми було проведено українізацію її інтерфейсу.

Введення системи ДН в експлуатацію було здійснено на початку 2005–2006 навчального року. З метою ознайомлення викладачів ТДТУ з можливостями системи ДН у жовтні–листопаді 2005 р. було проведено ознайомлювальні навчання з ATutor на всіх кафедрах ТДТУ. Для адміністративного врегулювання питань, пов'язаних із роботою сервера, в грудні 2005 було прийнято “Положення про сервер дистанційного навчання ТДТУ”. На його основі розроблено і з 1 січня 2006 введено в дію “Правила користування сервером дистанційного навчання ТДТУ”. Ці документи визначають статус сервера, права, обов'язки та відповідальність адміністратора і користувачів сервера.

При впровадженні системи ДН вирішено ряд організаційних та технічних проблем, зокрема щодо запобігання списуванню при складанні тестів, забезпечення студентів та викладачів електронними поштовими скриньками. На всіх етапах впровадження ДН відбувалася співпраця з розробниками ATutor, пов'язана з локалізацією системи, запитами щодо додавання нових функцій, обговоренням стратегій розвитку програми.

Запропонована система ДН у перспективі може бути використана для викладання навчальних курсів і тестування студентів денної та заочної форми навчання.

-
1. Дистанційне навчання: Умови застосування. Дистанційний курс: Навчальний посібник. 2-е вид., доп. / За ред. В. М. Кухаренка. – Харків: НТУ “ХПІ”, “Торсінг”, 2001. – 320 с.
 2. Офіційний сайт LCMS ATutor: <http://atutor.ca>.



ДОСЛІДЖЕННЯ ВІЛЬНИХ НЕЛІНІЙНИХ КОЛИВАНЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

Кочуров Роман Євгенович, Україна
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»
Інженерно-фізичний факультет

Тонкостінні циліндричні оболонкові конструкції являють собою досить великий клас механічних об'єктів, що широко використовуються в сучасному машинобудуванні (корпуса машин, хімічні резервуари), авіабудуванні (фюзеляжі літаків, підвісні паливні баки), кораблебудуванні (корпуса судів), а також промислового й цивільного будівництва.

В умовах експлуатації такі конструкції звичайно піддаються дії інтенсивних динамічних, зокрема періодичних, навантажень, що обумовлює появу в них великих циклічних напруг, іноді приводить до коливальної втрати стійкості, виникненню складних нестаціонарних процесів, небажаних з погляду динамічної міцності й надійності конструкцій. Тому зрозумілий той великий і постійний інтерес широкого кола дослідників, інженерів і конструкторів до задач динаміки оболонок і оболонкових систем.

У роботі виводяться рівняння власних коливань циліндричної оболонки з урахуванням нелінійних геометричних характеристик а також нелінійної інерційності. Для дослідження власних коливань застосовується метод багатьох масштабів.

Розглядається шарнірно обперта циліндрична оболонка і досліджуються власні нелінійні коливання.

Задамо повний динамічний прогин у вигляді розкладання по формах власних коливань ідеальної оболонки для шарнірного обпирання торцевих перетинів:

$$w = f_1 \cos(sy) \sin(rx) + f_2 \sin(sy) \sin(rx) + f_3 \sin^2(rx) \quad (1)$$

$$f_3 = \frac{n^2}{4R} (f_1^2 + f_2^2)$$

При цьому початковий вигин візьмемо у вигляді

$$w_0 = f_{10} \cos(sy) \sin(rx) + f_{20} \sin(sy) \sin(rx) \quad (2)$$

Застосувавши процедуру методу Бубнова-Гальоркіна до рівнянь Донела-Муштарі-Власова (3) [4]:

$$\begin{aligned} \frac{D}{h} \nabla^4 (\omega - \omega_0) &= L(\omega, \dot{\omega}) + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \dot{\omega}}{\partial x^2} + \frac{q}{h} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \frac{1}{E} \nabla^4 \dot{\omega} &= -\frac{1}{2} [L(w, w) - L(w_0, w_0)] - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (w - w_0)}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (3)$$



одержимо рівняння для визначення узагальнених координат f_1 і f_2 (4):

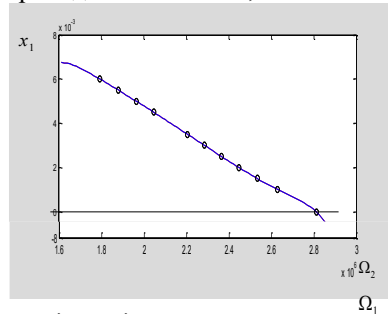
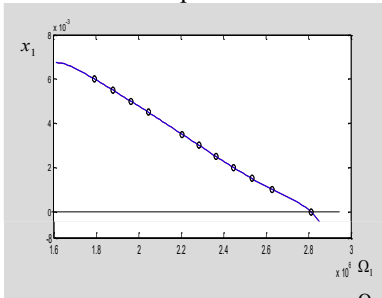
$$\left\{ \begin{aligned} & \ddot{f}_1 + \omega_1^2 f_1 + \gamma f_2 + 2\mathcal{X}_1(\dot{f}_1^2 + f_1 \ddot{f}_1 + f_2^2 + f_2 \ddot{f}_2) + \\ & \gamma_1 f_1 (f_1^2 + f_2^2) + g f_1 (f_1^2 + f_2^2)^2 + \alpha_1 f_1 \ddot{f}_2 + \alpha_2 f_1^2 + \alpha_3 f_2^2 = \omega_0^2 f_{10}, \\ & \ddot{f}_2 + \omega_2^2 f_2 + \gamma f_1 + 2\mathcal{X}_2(\dot{f}_2^2 + f_2 \ddot{f}_2 + f_1^2 + f_1 \ddot{f}_1) + \\ & \gamma_2 f_2 (f_1^2 + f_2^2) + g f_2 (f_1^2 + f_2^2)^2 + \beta_1 f_1 \ddot{f}_2 + \beta_2 f_1^2 + \beta_3 f_2^2 = \omega_0^2 f_{20}; \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Далі система досліджується за допомогою методу багатьох масштабів. У результаті отримуємо модуляційні рівняння, досліджуючи нерухомі точки будуємо скелетні криві та знаходимо аналітичне рішення для узагальнених функцій f_1 і f_2 :

$$\begin{aligned} f_{11} &= x_1 \cos(\Omega_1 t + y_{10}); \\ f_{21} &= x_2 \cos(\Omega_2 t + y_{20}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Omega_1 = \omega_1 - \varepsilon^2 \delta_1(x_1, x_2), \quad \Omega_2 = \omega_2 - \varepsilon^2 \delta_2(x_1, x_2). \quad (6)$$

Скелетні криві вільних коливань приводяться на мал.1,2.



Мал.1,2. Скелетні криві.

В роботі отримані рівняння нелінійних просторових коливань циліндричної оболонки із урахуванням не розтягнутості нейтральної лінії. Скелетні криві вільних коливань є м'якими. Урахування не розтягнутості нейтральної лінії приводить до нелінійної інерційності в моделях коливань.

1. *Avramov K.V.* Nonlinear beam oscillations excited by lateral force at combination resonance// Journal of Sound and Vibration. – 2002. – № 257(2). – P. 337-359.
2. *Nayfeh A.H., Mook D.T.* Nonlinear oscillations. – New York: John Wiley & Sons, 1979. – 600 p.
3. *Вольмир А.С.* Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М.: Мир, 1972. – 429 с.



4. Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Краснопольская Т.С. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек. – Киев.: Наукова думка – 220 с.
5. А. Найфе. Введение в методы возмущений. – М.: Мир, 1984. – 536 с.
6. А. Найфе. Методы возмущений. – М.: Мир, 1976. – 456 с.



ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧІ ТРАНСПОРТУ ГАЗУ В ПРЯМОЛІНІЙНІЙ ТРУБІ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Лопух Назарій Богданович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

В даній праці проведено числовий аналіз задачі транспорту газу на основі МСЕ з використанням апроксимуючих функцій першого та другого порядку.

Рух газу в трубопроводі постійного діаметру описується системою гіперболічних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial t} + c_2 w + c_3 p + c_4 = 0 ; \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 . \end{cases} \quad (1)$$

Система рівнянь нестационарного режиму газової динаміки може бути подана у векторно-матричній формі:

$$A \frac{\partial W}{\partial t} + B \frac{\partial W}{\partial x} = \Phi(W) , \quad W = (w, p)^T \quad (2)$$

При розв'язуванні лінійної задачі початкові умови на функції w і p можуть задаватись двома способами:

- виходячи із стаціонарного розподілу тиску:

$$p(x, 0) = \sqrt{p_o^2 - \frac{\lambda z r T}{d} \left(\frac{\rho_o q_o}{s} \right)^2} x ,$$

$$w(x, 0) = \frac{\rho_o q_o}{s} .$$

- фіксуючи моментальні значення із нестационарного режиму

$$p(x, 0) = \{p(x_0, 0), \dots, p(x_n, 0)\} ,$$

$$w(x, 0) = \{w(x_0, 0), \dots, w(x_n, 0)\} .$$

Граничні умови задаються на відбір газу q , що визначатиме граничні значення W

$$\begin{cases} q_o(t) = q_{on} + (q_o - q_{on})e^{-\gamma_o t} \\ q_e(t) = q_{en} + (q_e - q_{en})e^{-\gamma_e t} \end{cases}$$

У даній роботі пропонується переформувати матричне подання (2) таким чином, щоб матриці A і B були діагональними. Тоді зміниться вектор шуканих функцій W .

$$\text{Біективний перехід} \quad (p, w) \leftrightarrow (y, z) \quad (3)$$

дає можливість записати систему (1) так:



$$\begin{cases} \frac{\partial y}{\partial x} + k_1(y, z) \frac{\partial y}{\partial t} + k_2(y, z) = 0 ; \\ \frac{\partial z}{\partial x} + m_1(y, z) \frac{\partial z}{\partial t} + m_2(y, z) = 0 . \end{cases} \quad (4)$$

До кожного із рівнянь системи (4) тепер можна застосувати звичайну схему Гальоркіна в поєднанні з типовою скінченно-різницевою дискретизацією за часом. Форма пробного розв'язку W вибирається таким чином:

$$W = \sum_{j=1}^N W_j \varphi_j(x)$$

Просуваючись по часових шарах значення коефіцієнтів k_i і m_i беруться із значень функцій $y(x, t)$ і $z(x, t)$ на попередньому часовому кроці.

На рис.1 відображено залежність похибки результатів від кроків дискретизації по x на основі реальних даних.

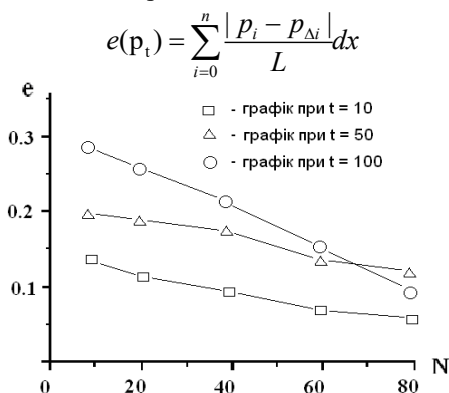


Рис. 1. Похибки результатів для різних показників часу

1. Александров А.В. Математическое описание и методы анализа нестационарных процессов в газопроводах. – М.:ВНИИГазпром, 1970. – 40 с.
2. Ковалко М.П. Методи та засоби підвищення ефективності функціонування систем трубопровідного транспорту газу. – Київ: Українські енциклопедичні знання, 2001. – 288 с.
3. Савула Я.Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 221с.



МОДИФІКАЦІЇ МЕТОДІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ РІВНЯНЬ

Мазур Юрій Михайлович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Розглянемо задачу

$$P(x) = 0 \tag{1}$$

де $P: R^n \rightarrow R^m$ і $m \geq n$

Розглянемо функцію $f(x) = \frac{1}{2}(P(x), P(x)) \rightarrow \min$. Тоді

$$f'(x) = P'^T(x)P(x).$$

Для розв'язування задачі (1) будемо використовувати наступні методи

1. $x_{k+1} = x_k - \alpha_k \cdot P'^T(x_k)P(x_k)$ – градієнтний метод;
2. $u_{k+1} = u_k - \beta_k [P'^T(u_k)P'(u_k)]^{-1} P'^T(u_k)P(u_k)$ – Гауса-Ньютона
3. $v_{k+1} = v_k - \gamma_k P'^T(v_k)P'(v_k)P'^T(u_k)P(u_k)$

де $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k \in [0;1]$

На кожному кроці будемо знаходити наступне наближення двома методами, а тоді шукати мінімум на промені проведеному через ці два наближення.

Обчислювальна схема запропонованої модифікації наступна:

1. вибрати початкове наближення x_0
2. обчислити $P'(x_k)$;
3. якщо виконується критерій зупинки $\|P'(x_k)\| < \varepsilon$, то припинити обчислення;
4. обчислити h_k для одного із наведених методів;
5. покласти $\alpha_k = 1$
6. обчислити $x_{k+1} = x_k + \alpha_k h_k$;
7. якщо $x_{k+1} > x_k$, то $\alpha_k = \frac{\alpha_k}{2}$ і виконати крок 6
8. обчислити h_k для другого із наведених методів;
9. покласти $\beta_k = 1$
10. обчислити $u_{k+1} = u_k + \beta_k h_k$;



11. якщо $u_{k+1} > u_k$, то $\beta_k = \frac{\beta_k}{2}$ і виконати крок 10
12. знаходимо мінімум на промені проведеному через точки x_{k+1} і u_{k+1} і переходимо на крок 2.

Дана модифікація дає кращі результати, ніж при окремому застосуванні цих методів. При обчисленні за алгоритмом модифікації спостерігається зменшення кількості ітерацій та покращення швидкості збіжності до розв'язку задачі мінімізації.

-
1. *Бартіш М. Я.* Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. Текст лекцій. Частина 2. – Львів, 1999.
 2. *Базара М., Шетти К.* Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. – Москва, Мир, 1982.



МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЗАСОБИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УПРАВЛІННІ ІНВЕСТИЦІЙНОЮ ДІЯЛЬНІСТЮ

Мазуренко Анна Віталіївна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Україна сьогодні знаходиться на шляху всебічних економічних перетворень. За таких умов налагодження стабільного інвестиційного процесу є справою особливого значення.

Інвестиції є важливим фактором економічного розвитку, а інвестиційна політика підприємств – центральною ланкою загальнодержавної економічної політики. Ефективне управління інвестиційною діяльністю є важливим методом вирішення виробничих, соціальних та науково-технологічних проблем. Від нього залежить сучасний рівень та потенційна динаміка зростання матеріального, фінансового та людського капіталів.

Особливого значення набуває застосування науково обґрунтованих методів управління інвестиціями в умовах високого ступеня невизначеності, слабо прогнозованих змін, недосконалої законодавчої бази, дефіциту ресурсів та появи нових форм господарювання.

Капіталовкладення відіграють важливу роль у стимулюванні економічного поступу як держави, так і окремого підприємства.

Кожне підприємство під час свого життєвого циклу проходить різні стадії розвитку, які й обумовлюються тими проектами, які здійснює підприємство, а оперативна діяльність вже є похідною від цього процесу. Життєвий цикл підприємства складається з поступового проходження різних інвестиційних проектів, як певних стадій свого розвитку.

Такі проекти не обов'язково повинні повністю базуватися на окремому підприємстві, вони можуть розроблятися спільно, фінансуватися з різних джерел та справляти вплив на стан не лише конкретного підприємства, а й у межах міста чи держави.

Причини, що обумовлюють необхідність інвестицій, можуть бути різні, однак у цілому їх можна розділити на три види: відновлення наявної матеріально-технічної бази, нарощування обсягів виробничої діяльності, освоєння нових видів діяльності.

Важливим етапом інвестиційного процесу є проведення аналізу потенційних проектів, який хоча й не залежить від інвестиційної політики держави, але має великий вплив на прийняття майбутніх рішень. Ці рішення, як і будь-які інші, що мають відношення до управлінської діяльності, ґрунтуються на використанні різних формалізованих і неформалізованих методів.



Імовірно, управління все-таки більшою мірою є мистецтвом, ніж наукою. Проте, маючи деякі оцінки, отримані формалізованими методами, нехай навіть певною мірою умовні, легше приймати остаточні рішення. Найважливішим показником ефективності інвестиційного проекту є чиста поточна вартість – різниця між поточною вартістю майбутнього виторгу і поточною вартістю майбутніх витрат на реалізацію і функціонування проекту впродовж усього циклу його життя. Важливим показником є також внутрішній рівень віддачі – процентна ставка, за якою доходи від проекту дорівнюють витратам на проект.

Інвестування та аналіз проблеми формування інвестиційного клімату відіграють значну роль в розвитку національної економіки. Між вітчизняними інвестиціями і іноземними є тісний взаємозв'язок, яким не потрібно нехтувати. Нині проблема інвестування є надто актуальною для України. І це не даремно, бо тісний зв'язок, який існує між інвестиційною активністю та економічним піднесенням, можна побачити, проаналізувавши етапи економічного розвитку США, ФРН, Японії, Франції, Великобританії та ін.

В роботі використовуються статистичні дані за 2000 – 2004 роки, проводиться економетричне моделювання процесу надходження прямих іноземних інвестицій та інвестицій в основний капітал України. За функцію зростання використана експоненційна функція. Перевірка моделі на адекватність реальному процесу показала високу точність такої апроксимації. На основі моделі є можливість здійснити розробку рекомендацій стосовно вдосконалення умов інвестування. Загалом аналітичний підхід (моделювання) до розгляду економічних процесів дозволяє прогнозувати їх та контролювати.

-
1. *Міхайловская А.С.* Економіко-правові форми іноземних інвестицій в Україні // Маркетинг в России и за рубежом, №2.- 2000
 2. *Реверчук С.К., Реверчук Н.Й., Скоморович І.Г.* та ін. Інвестологія: наука про інвестування: Навчальний посібник/За ред. докт. екон. наук, проф. С.К.Реверчука.—К.:Атака,2001.-264с.
 3. Статистичний щорічник України за 2001 рік / За ред. *Осауленка О.Г.* - К.: Державний комітет статистики України, 2002. - 644 с.
 4. *З.І.Ватаманюк, С.М.Панчишин, С.К.Реверчук* та ін. Економічна теорія: макро - і мікроекономіка. Видавничий дім «Альтернативи», 2001.



ЗВЕДЕННЯ ПАРНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ДО КВАЗІРЕГУЛЯРНОЇ НЕСКІНЧЕНОЇ СИСТЕМИ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Максимчук Д.М., Україна
Хмельницький національний університет
Факультет прикладної математики та інформатики

В контактних задачах теорії пружності розглядаються парні (дуальні) інтегральні рівняння виду:

$$\begin{aligned} H_0[\eta^{-1}F(n); \eta \rightarrow \rho] &= g(\rho), \quad \rho < 1 \\ H_0[F(n); \eta \rightarrow \rho] &= 0, \quad \rho > 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Розв'язок цих рівнянь належить Титчмаршу і Басбрідчи, пізніше з'явилися роботи, в яких застосовуються спрощені методи. Враховуючи сучасне математичне забезпечення (Maple-8) в роботі пропонується чисельний метод, який дає можливість звести рівняння (1) до квазірегулярної нескінченної системи алгебраїчних рівнянь

$$\alpha_k x_n + \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{kn} x_k = \beta_n \quad (2)$$

Коефіцієнти α_0 , α_{00} , α_k , α_{0n} , α_{k0} , α_{kn} визначаються при розв'язуванні конкретних контактних задач [1].

Система (2) розв'язувалась в полі програми Maple-8 і показала велику ефективність зведення (1) до нескінченної системи (2).

-
1. А.Н.Гузь, В.Б.Рудницький. Контактные задачи для упругих тел с начальными (остаточными) напряжениями. Хмельницький, ПП Мельник, 2004 – 682 с.



КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛІПТИЧНИХ РІВНЯНЬ У ОБЛАСТЯХ СКЛАДНОЇ ФОРМИ. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ КВАЗІФУНКЦІЙ ГРІНА

Марченко Світлана Миколаївна, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки
Факультет прикладної математики та менеджменту

Метою даної роботи є застосування методу квазіфункцій Гріна до розв'язання крайових задач з нелінійними еліптичними рівняннями у областях складної форми.

Розглянемо крайову задачу

$$\Delta U = f(x, U) \quad \forall x \in \Omega \subset R^n, \quad U|_{\partial\Omega} = 0.$$

Слідуючи міркуванням академіка В.Л. Рвачова [1], для даної задачі ми отримали еквівалентне інтегральне рівняння

$$U(x) = U_0(x) + \int_{\Omega} U(\xi) \cdot K(x, \xi) d\xi,$$

$$\text{де } U_0(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} G_2(x, \xi) \cdot f(\xi, U(\xi)) d\xi,$$

$$K(x, \xi) = -\frac{1}{2\pi} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2} \right) q(x, \xi),$$

$$G_2(x, \xi) = \ln \frac{1}{r} - q(x, \xi),$$

$$q(x, \xi) = -\frac{1}{2} \ln(r^2 + 4\omega(x)\omega(\xi)),$$

$$r = \|x - \xi\| = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2},$$

$\omega = 0$ - нормалізоване до першого порядку рівняння $\partial\Omega$.

Для конкретної задачі

$$\Delta U = e^U \quad \forall (x, y) \in \Omega, \quad U|_{\partial\Omega} = 0$$

відповідне інтегральне рівняння має вигляд

$$U(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} G_2(x, \xi) \cdot e^{U(\xi)} d\xi + \int_{\Omega} U(\xi) \cdot K(x, \xi) d\xi.$$

Розрахунковий експеримент було проведено для області

$$\Omega = \{(x, y) | 0 < x < a, 0 < y < b\}.$$

В цьому випадку



$$\omega = 2x \cdot (a - x) + 4y \cdot (b - y) - \sqrt{(2x \cdot (a - x))^2 + (4y \cdot (b - y))^2}.$$

Отримане значення $U(\frac{1}{4}, \frac{1}{8}) = -0.007201$ при $a = 1/2$ та $b = 1/4$ досить добре співпадає з наведеним в [2].

1. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наукова думка, 1982. – 552 с.
2. Беллман Р., Калаба Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. – М.: Наука, 1968. – 183 с.



ДОСЛІДЖЕННЯ НАБЛИЖЕНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ДЕЯКИХ ЗОВНІШНІХ ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПОТЕНЦІАЛУ В \mathbf{R}^2 МЕТОДОМ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Мочурад Леся Ігорівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Розглянемо один клас задач так званої “плоскої” електростатики. Подібні проблеми виникають у припущенні, що поверхні заряджених електродів нескінченно довгі циліндричні, твірні яких нескінченно тонкі рівномірно заряджені по довжині нитки, паралельні до однієї із координатних осей. Нехай також згадані поверхні в перетині з довільною площиною, перпендикулярною до цієї осі, утворюють деяку сукупність замкнених або розімкнених дуг. Тоді значення потенціалу в довільній точці простору не залежить від однієї координати. Тому для розрахунку поля досить обчислити потенціал у довільній точці площини, тобто в просторі \mathbf{R}^2 . Ефективні розв'язки розглядуваної задачі отримаємо методом інтегральних рівнянь у поєднанні з апаратом функцій Гріна та можливістью деконпозиції складних областей із врахуванням різних видів симетрії у розташуванні названих вище дуг.

Для математичного моделювання проблеми припустимо, що $\Gamma = \bigcup_{j=1}^{\nu} \Gamma_j$ об'єднання скінченної кількості ν простих, кусково-гладких, замкнених або розімкнених дуг на площині $0x_1x_2$. Потрібно розв'язати таку класичну (з точки зору запасу гладкості шуканої функції $u(x)$) задачу Діріхле для рівняння Лапласа:

$$\Delta u(x) = 0, \quad x \in \mathbf{R}^2 \setminus \Gamma, \quad x = (x_1, x_2), \quad (1)$$

$$u(x) = g(x), \quad x \in \Gamma, \quad (2)$$

$$\sup_{x \in \mathbf{R}^2} |u(x)| < \infty. \quad (3)$$

Два уточнення щодо формулювання проблеми. По-перше, функція $g(x)$ відома, виражає граничні значення потенціалу на відповідних ділянках межі ($g(x) = g_i \equiv \text{const}$ майже для всіх $i \in \{1, 2, 3, \dots, \nu\}$). По-друге, вважаємо, що розв'язок задачі (1) – (3) задовольняє певні умови в околі особливих точок кривої Γ (умови на “ребрі”).

За основу наближеного розв'язування (1) – (3) обрано метод інтегральних рівнянь. Тому нагадаємо, що задачу (1) – (3) можна подати у вигляді інтегрального рівняння



$$\int_{\Gamma} \tau(y) \ln|x-y| d\Gamma_y = g(x) - C, \quad x \in \Gamma.$$

Тут шукану функцію $\tau(y) = \{\tau_i(y), y \in \Gamma_i\}_{i=1}^{\nu}$ можна трактувати як сукупну густину розподілу зарядів уздовж кривої Γ , а константа C , яка характеризує обмеженість розв'язку задачі Діріхле на нескінченності, визначити з умови

$$\int_{\Gamma} \tau(y) d\Gamma_y = 0.$$

Наведення розв'язку (1)–(3) в інтегральному вигляді дозволяє понизити розмірність задачі на одиницю, що є суттєвою перевагою методу інтегральних рівнянь, особливо для зовнішніх граничних задач і у випадку розімкнених елементів границі. Однак, складність кривої Γ (за великого ν та наявності необмежених ділянок) вимагає вдосконалення загальної методики, що базується на інтегральному поданні шуканих розв'язків. Не зменшуючи загальності, продемонстровано всі аспекти такого вдосконалення на прикладі розв'язання конкретної модельної задачі.

Зазначимо лише, що ми мали на меті використати один із методів декомпозиції складних областей, апарат функцій Гріна та симетричність у розташуванні окремих ділянок межі.

Отже, на прикладі розв'язування однієї плоскої задачі електростатики проаналізовано методу, в основі якої є метод інтегральних рівнянь, декомпозиція складних областей, апарат функцій Гріна та врахування симетрії окремих елементів межі. Ця робота лише ілюструє загальний підхід до розв'язування складної задачі математичної фізики, який має на меті максимально використати всі особливості досліджуваної проблеми.

-
1. *Алексидзе М.А.* Фундаментальные функции в приближенных решениях граничных задач. – М.: Наука, 1991. 352 с.
 2. *Захаров Е.В., Сафронов С.И., Тарасов Р.П.* Метод численного решения интегральных уравнений в краевых задачах с абелевой группой симметрий конечного порядка // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 1990. Т. 30. № 11. с. 1661-1674.
 3. *Захаров Е.В., Сафронов С.И., Тарасов Р.П.* Абелевы группы конечного порядка в численном анализе линейных краевых задач теории потенциала // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 1992. Т. 32. № 1. с. 40-58.
 4. *Остудин Б.А.* Решение одной плоской задачи электростатики с помощью метода саморегуляризации // Теор. электротехника. 1977. Вып. 22. с. 124-130.
 5. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. Т. IV. Ч. 2. М.: Наука, 1981. 550 с.



6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с.
7. Atkinson K., Sloan I.H. The numerical solution of first-kind logarithmic-kernel integral equations on smooth open arcs // Mathematics of Computation. 1991. Vol. 56. N 193. P. 119-139.
8. Hayashi Y. The Dirichlet problem for the two-dimensional Helmholtz equation for an open boundary // J. Math. Anal. and Appl. 1973. N 44.



РЕАЛІЗАЦІЯ ДИСКРЕТНОГО МЕТОДУ ГАЛЬОРКІНА ДЛЯ РІВНЯНЬ ДИФУЗІЇ

Мудрий Андрій Євгенович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Розривний метод Гальоркіна – клас методів скінченних елементів, що використовують кусково-поліноміальні розривні базисні функції. Ключовим моментом методу є побудова внутрішньо елементних граничних відношень, з метою забезпечення побудови високоточних і стійких схем в багатьох складних ситуаціях.

Розривний метод Гальоркіна до недавнього часу, в основному використовувався для лінійних і нелінійних гіперболічних задач, як приміром двовимірний гіперболічний закон збереження:

$$u_t + f(u)_x + g(u)_y = 0$$

але зараз спектр задач з його використанням швидко зростає.

Це є причиною того, що Розривний метод Гальоркіна володіє рядом переваг: простота для довільного порядку апроксимації, простота у побудові адаптаційних стратегій, він розв'язує задачу без побудови глобальних лінійних чи нелінійних систем рівнянь.

Прикладна програма розроблена в середовищі Borland Delphi 7 призначена для побудови розв'язків закону збереження першого порядку

$$u_t - u_x = 0$$

При заданих періодичних та початкових граничних умовах.

Використовується модифікація методу, коли внутрішні штрафи в сумі з поелементними граничними переходами при інтегруванні по всьому проміжку та при покладанні $u = v$ взаємно скорочуються, в результаті чого отримуємо добрий контроль стійкості в L^2 .

-
5. Mengpin Zhang, Chi-Wang Shu. An Analysis of Three Different Formulations of The Discontinuous Galerkin Method for Diffusion Problem. Math. Models & Methods In Appl. Sc. Vol. 13, No. 3 (2003) 395 - 413.
 6. A. Buffa, T.J.R. Hughes, G. Sangalli. Analysis of a Multiscale Discontinuous Galerkin Method for Convection Diffusion Problems. Technical Report 05-18, ICES, UT-Austin, 2005.
 7. Савула Я. Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. – Львів: видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2004 – 221 с.



ВЕБ-ОРІЄНТОВАНА СИСТЕМА ДИСТАНЦІЙНОГО ТЕСТУВАННЯ

Муха Андрій Ігорович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Багатолітній досвід роботи вузів свідчить про те, що настав час змінити структуру та зміст навчального процесу студентів. Слід відійти від пасивних методів навчання, та рішуче стати на шлях широкого використання інформаційної техніки та Інтернету.

В даний час, у зв'язку зі швидким розвитком інформаційних технологій, зокрема засобів телекомунікацій і Internet - технологій, створилися можливості передачі будь-яких типів інформації на необмежені відстані, що дозволяє вести інтенсивне спілкування викладача з учнем, тобто здійснити ідею так званого дистанційного навчання.

Як форми контролю якості знань у системі дистанційного навчання використовуються дистанційно організовані контрольні заходи — екзамени, заліки, тестування.

Контроль дистанційного навчання – це перевірка результатів теоретичного й практичного засвоєння слухачами, навчального матеріалу. У дистанційній освіті виправдав себе і заслужив визнання тестовий контроль. Тест, як правило, містить великий перелік питань по дисципліні, на кожне з яких пропонується кілька варіантів відповідей. Учень повинен вибрати серед цих варіантів правильну відповідь. Тести добре пристосовані для самоконтролю і дуже корисні для індивідуальних занять.

Отож, була створена програма для тестування.

Метою проекту є впровадження сучасних технологій дистанційного навчання в освіту, науку та бізнес, розширення спектру освітніх та консалтингових послуг, сприяння підвищенню ефективності, доступності та узгодженості наукових досліджень.

Розроблено на основі навчання програмний комплекс з автоматизованим контролем (тестування) знань студентів вищих вузів. Програмний комплекс являє собою генератор текстів завдань з декількох предметів. При чому питання і відповіді є текстового і графічного характеру. За допомогою датчика випадкових чисел формується умова одного з можливих під-завдань на котре користувач повинен дати відповідь протягом певного часу. Питання може містити декілька варіантів правильних відповідей одночасно. Правильна відповідь зараховується лише тоді, коли всі вони будуть перелічені. Пропонована система тестування знань є зручна для мережевого використання. При вході у систему тестування користувач має змогу зареєструватися під



своїм власним іменем і паролем, котрі зберігаються в базі даних. Користувач має можливість ознайомитись з матеріалом із потрібного предмету перед проходженням тесту. У даному проєкті передбачена функція адміністрування, яка полягає у наступному: введення і видалення тестів; додавання, редагування та видалення питань та відповідей у кожному тесті; задання кількості питань у конкретному тесті; задання тривалості відповіді на окреме питання; перегляд результатів користувачів (кількість балів, тривалість тестування, час тестування) і можливість їх сортування по кожному із полів та інші.

У побудові даного завдання було використати PHP і PostgreSQL. Використання такої мови, як PHP, і такої бази даних, як PostgreSQL, дозволяє робити сайти динамічними: що настраюються і містять інформацію, змінну в реальному часі.

Підводячи підсумок, потрібно відмітити, що немає одностайності тверджень щодо дистанційності навчання. Одні науковці вважають його методом навчання, інші - формою навчання. Безперечним є те, що дистанційне навчання є найперспективнішим для широких верств населення у XXI столітті.

-
1. *Андреев А.А.* Дидактические основы дистанционного обучения.
 2. *Полат Е.С.* Проблемы образования в канун XXI века // EIDOS-LIST. – 1998. - Вып. 4.
 3. *Домрачев В., Багдарасян А.* Дистанционное обучение на базе электронной почты.
 4. *Богачков Н.И., Богачков Ю.Н.* Виртуальный университет – учебное заведение 21 века // Computerworld / Київ/ - #31-32. – 1996.
 5. *Лаура Томсон, Люк Веллинг* Разработка Web-приложений на PHP и MySQL.



РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЗДР ДРУГОГО ПОРЯДКУ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КУСКОВО-ЛІНІЙНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ

Овчинніков Олександр Сергійович, Україна
Дрогобицький державний педагогічний університет ім. І.Франка
Інститут фізики, математики та інформатики

Розглядається крайова задача для звичайного диференціального рівняння (ЗДР) другого порядку

$$\begin{aligned} u''(x) - q(x)u(x) &= -f(x), \quad 0 < x < 1, \\ u(0) &= 0, \quad u(1) = 0, \end{aligned}$$

де $q(x)$ належить класу невід'ємних кусково-неперервних функцій на замкнутому проміжку $[0,1]$. Згідно функціонально-дискретному (FD-) методу, запропонованому в [1], розв'язок задачі (1) може бути отриманий через розв'язок більш загальної задачі вигляду

$$\partial^2 U(x, \lambda) / \partial x^2 - \omega(x, \lambda) U(x, \lambda) = -f(x), \quad U(0, \lambda) = U(1, \lambda) = 0,$$

де $\omega(x, \lambda) = \bar{q}(x) + \lambda[q(x) - \bar{q}(x)]$, $\lambda \in [0,1]$, а $\bar{q}(x)$ – невід'ємна функція, що апроксимує $q(x)$ знизу. Тоді розв'язок задачі (1) можна представити як розклад в ряд Тейлора функції $U(x, \lambda)$ в околі точки $\lambda = 0$, тобто

$$u(x) \equiv U(x, 1) = \sum_{j=0}^{\infty} u^{(j)}(x, \lambda), \quad \text{де } u^{(j)}(x, \lambda) = \frac{1}{j!} \left. \frac{\partial^j U(x, \lambda)}{\partial \lambda^j} \right|_{\lambda=0}.$$

В [1] $\bar{q}(x)$ побудована у вигляді кусково-сталої функції, що вимагало вибору достатньо великого числа “сходинок” для досягнення необхідної точності. В даній роботі пропонується лінійна або кусково-лінійна апроксимація, з допомогою якої можна подолати цю проблему.

Розв'язок крайової задачі (1) шукається у вигляді $u(x) = \int_0^1 G(x, \xi) f(\xi) d\xi$,

де функція Гріна представляється у вигляді

$$G(x, \xi) = \frac{1}{v_1(1)} \begin{cases} v_1(x)v_2(\xi), & x \leq \xi, \\ v_1(\xi)v_2(x), & x \geq \xi. \end{cases}$$

Тут базисні функції $v_1(x)$ і $v_2(x)$ знаходяться як розв'язки відповідних однорідних задач Коші

$$v''_{\alpha}(x) - \bar{q}(x)v_{\alpha}(x) = 0, \quad \alpha = 1, 2; \quad v_1(0) = 0, v'_1(0) = 1, v_2(1) = 0, v'_2(1) = -1. \quad (2)$$

Для прикладу апроксимуючої функції $\bar{q}(x) = kx + b$ базисні функції $v_1(x)$ і $v_2(x)$ будуються через функції Ейрі



$$v_{\alpha}(x) = m_{\alpha} Ai\left(\frac{b+kx}{k^{2/3}}\right) + l_{\alpha} Bi\left(\frac{b+kx}{k^{2/3}}\right), \quad \alpha = 1, 2; \quad k, b - \text{const},$$

де коефіцієнти m_{α} та l_{α} знаходяться з початкових умов задач (2)

$$m_{\alpha}(x) = (-1)^{(\alpha-1)} Bi\left(\frac{b+(\alpha-1)k}{k^{2/3}}\right) d^{-1}, \quad l_{\alpha}(x) = (-1)^{\alpha} Ai\left(\frac{b+(\alpha-1)k}{k^{2/3}}\right) d^{-1},$$

$$d = k^{1/3} \left[Ai'\left(\frac{b+(\alpha-1)k}{k^{2/3}}\right) Bi\left(\frac{b+(\alpha-1)k}{k^{2/3}}\right) - Ai\left(\frac{b+(\alpha-1)k}{k^{2/3}}\right) Bi'\left(\frac{b+(\alpha-1)k}{k^{2/3}}\right) \right]$$

Кусково-лінійна апроксимація передбачає ще допоміжні умови, які забезпечують неперервну диференційованість базисних функцій у внутрішніх точках розбиття $\bar{w} = \{x_0 = 0, x_1, x_2, \dots, x_N = 1\}$.

Тестова перевірка програм в системі Mathematica 5.1, проведена на прикладі задачі з відомим точним розв'язком

$$N = 2, \quad q(x) = x^2, \quad f(x) = x^2(1-x) + 2, \quad \bar{q}(x) = \begin{cases} 0.5x, & x \in [0, 0.5], \\ 1.5x - 0.5, & x \in [0.5, 1] \end{cases},$$

$$u_T(x) = x(1-x),$$

В таблиці приведені нульові наближення $u^{(0)}(x_i)$, $\hat{u}^{(0)}(x_i)$ розв'язку на проміжку $[0,1]$, отриманих FD-методом з допомогою кусково-лінійної та кусково-сталої апроксимації, а також їх відповідні відхилення від точних значень

| x_i | $u^{(0)}(x_i)$ | $\hat{u}^{(0)}(x_i)$ | $u_T(x_i) - u^{(0)}(x_i)$ | $u_T(x_i) - \hat{u}^{(0)}(x_i)$ |
|-------|----------------|----------------------|---------------------------|---------------------------------|
| 0.1 | 0.088846 | 0.087193 | 0.001153 | 0.002806 |
| 0.3 | 0.208976 | 0.207815 | 0.001024 | 0.002184 |
| 0.5 | 0.248993 | 0.246394 | 0.001007 | 0.003605 |
| 0.7 | 0.208988 | 0.206550 | 0.001011 | 0.003459 |
| 0.9 | 0.088871 | 0.088819 | 0.001128 | 0.001180 |

Оцінка похибки дає підставу зробити висновок про достатньо високу точність запропонованого підходу.

1. Макаров В.Л., Лазурчак И.И. Двухсторонний функционально-дискретный метод решения краевых задач для ОДУ второго порядка // Дифференц. уравнения. 1987, Т.3, №-7.-с.955-962.



МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ РИНКУ ТОВАРІВ ПІДПРИЄМСТВА НА ЗАСАДАХ ВИВЧЕННЯ СПОЖИВЧОЇ ПОВЕДІНКИ ПОКУПЦІВ

Пашуля Юрій Романович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Ринкові умови діяльності підприємств вимагають прийняття оптимальних управлінських рішень щодо визначення обсягів виробництва товарів, обрання цільових ринків їх реалізації, пошуку покупців своєї продукції. Це передбачає наявність достовірної ринкової інформації, яку підприємство повинно отримувати самостійно і на її основі визначати найбільш ефективні напрями діяльності. Надзвичайно великі виробничі можливості сучасної промисловості, швидке оновлення і розширення асортименту продукції під дією науково-технічного прогресу, глибокі зрушення у характері ринкового попиту спричиняють цілий комплекс проблем, що ускладнює реалізацію товарів. Збут продукції в сучасних умовах залежить від сукупності різноманітних чинників:

- створення умов для монополізації та усунення обмежень щодо заснування нових підприємств сприяють збільшенню кількості вітчизняних та іноземних фірм, що виходять на внутрішній ринок. Це призводить до боротьби за доходи споживачів;
- у зв'язку з низькою купівельною спроможністю споживачі рідко здійснюють пошук нових учасників ринкових відносин;
- частка компанії на ринку та рентабельність виробництва тісно пов'язані між собою.

Усі ці фактори обумовлюють пошук механізмів, здатних сприяти вирішенню зазначених проблем. Одним з них є прогнозування розвитку ринку товарів підприємства, яке слугує базою для прийняття ефективних управлінських рішень.

Прогнозування розвитку ринку товарів підприємства – це процес наукового передбачення обсягу виробництва товарів з певними якісними характеристиками, що будуть користуватися попитом, тобто процес визначення пріоритетних напрямів діяльності підприємства з метою оптимального задоволення потреб покупців. Мета прогнозування розвитку ринку товарів підприємства - зробити зусилля зі збуту продукції зайвими, вивчити та зрозуміти споживача так, щоб товар або послуга чітко відповідали його потребам і самі себе продавали. В умовах ринку цей прогноз має визначальний вплив на діяльність підприємства. Він сприяє чіткому виокремленню ринкових сегментів споживачів, а це, в свою чергу, дає змогу запобігти розпорощенню фінансових ресурсів, сконцентрувати їх на стратегічно важливих напрямках.



Прогноз розвитку ринку товарів підприємства може використовуватись при розробці стратегії розвитку компанії нею самою чи спеціалізованими організаціями маркетингових досліджень. Його реалізація полягає у визначенні привабливих напрямків діяльності підприємства. Для їх вибору необхідно реалізувати такі етапи:

- визначити базовий ринок підприємства;
- вивчити сформований базовий ринок;
- вивчити прогноз розвитку ринку товарів підприємства;
- визначити оптимальне розташування підприємства.

Дослідження ринку, на якому буде працювати підприємство, доцільно розпочата із визначення його основних характеристик. При визначенні базового ринку слід мати на увазі, що визначений базовий ринок не є постійним, а може змінюватися. Базовий ринок повинен бути ширшим за ринок, на якому працює фірма.

Наступним етапом є вивчення сформованого базового ринку. На цьому етапі потрібно визначити:

- потреби покупця;
- товари, що можуть задовольнити дані потреби;
- можливості підприємства щодо виробництва товарів, які можуть задовольнити потреби споживачів.

Розташування фірм повинно обумовлюватися об'єктивними факторами, а не залежати лише від побажань підприємця та його інвестиційного потенціалу. При розміщенні підприємств та складів слід враховувати наступні об'єктивні фактори :

- градоутворюючі: розмір регіону (кількість жителів, територія), щільність населення, функціональне зонування території(промислова, комунальна, заселена та інші зони), розміщення адміністративних, культурних, спортивних комплексів;
- транспортні: напрямок і інтенсивність основних потоків руху, види транспорту, розташування транспортних вузлів, зручність завезення і розвантаження продукції, потенціальна частота завезень;
- соціальні: час, що витрачається покупцями на дорогу до підприємства, сервіс в місцях розташування фірми (в тому числі стоянки для автомобілів)
- економічна окупність інвестицій, розміщення підприємств-конкурентів, специфіка попиту на відповідні товари;
- екологічна безпека;
- розташування сировинної бази.

Одним з головних факторів оцінки оптимальності розміщення підприємства та його складів на території країни чи окремо взятого регіону є розміщення населення. Другий важливий фактор, який відображає територіальний розподіл попиту-грошовий дохід населення в розрізі регіонів. Кількість населення та його грошовий дохід впливають на



формування і функціонування регіональних ринків збуту і кінцевий продаж товарів. Досліджуючи особливості регіонального-товарообігу, можна виявити зони оптимального розміщення підприємств (включаючи торгово-збутові).

Розроблена математична модель оптимального розміщення підприємств, яка враховує необхідні об'єктивні фактори.

1. *Лінич Л.Г.* Маркетингове прогнозування ринку товарів. –Луцьк: редакційно-видавничий відділ ЛДТУ, 2002.-357 с.
2. *Войтович С.Я., Лінич Л.Г.* Методи визначення потреб індивідуальних споживачів. –Луцьк: “Надстир’я”. – 2000. – 208 с.
3. *Коцій О.В., Лінич Л.Г.* Планування та регулювання споживання продовольчих товарів. –Луцьк: редакційно-видавничий відділ ЛДТУ.-2002. -183с.



СИСТЕМА ЗНАХОДЖЕННЯ НОМЕРНИХ ЗНАКІВ У ЗАДАЧАХ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

Передрій Олена Олегівна, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки
Факультет прикладної математики та менеджменту

Останнім часом спостерігається стрімкий розвиток обчислювальної техніки та технічних засобів, що у свою чергу дає можливість ставити нові, більше складні практичні завдання. Виникає необхідність спрощення процедур аналізу та обробки інформації для економії людських ресурсів і часу. Найбільш актуальними є задачі, пов'язані з обробкою зображень, які знаходять своє застосування в мікроелектроніці, радіоелектроніці, криміналістиці (ідентифікація відбитків пальців, розпізнавання й класифікація особи), медицині (автоматичне дослідження клітин крові й інших препаратів з високою продуктивністю та ймовірністю), Державтоінспекції (автоматичне розпізнавання типу автомобіля, що рухається, і його номерних знаків) та ін.

У більшості задач необхідно на зображенні виділяти однорідні області, що задовольняють заданому набору критеріїв. Наприклад, у задачі обробки гістологічних зображень необхідно класифікувати об'єкти за формою контуру, у задачі ідентифікації транспортного засобу при виділенні номерного знаку необхідно на зображенні виділити всі підозрілі чотирикутні області, які мають геометричні характеристики, подібні до номерного знаку автомобіля. Критеріями відбору необхідної області можуть бути площа об'єкта, співвідношення висоти й ширини об'єкта, кількість об'єктів в області й т.д.

Труднощі, що виникають при розв'язанні таких задач, пов'язані з наявністю на зображенні геометричних перетворень. Оскільки відомо, що найбільш адекватною моделлю сприйняття зорових образів є проєктивна модель, доцільно розробляти метод, що інваріантний до проєктивних перетворень. Один з головних інваріантів проєктивної геометрії - пряма при перетворенні переходить у пряму. У ряді практичних завдань накладається додаткове обмеження: фігура при перетворенні не міняє кількості своїх вершин.

Ці принципи лежать в основі запропонованого методу ідентифікації автомобілів за номерними знаками, оскільки системи контролю за транспортними засобами стають все більш актуальними в останній час, як в Україні, так і за кордоном.

Розв'язання даної задачі можна розділити на два основних етапи:

- 1) виявлення номерного знаку на зображенні;
- 2) розпізнавання номерного знаку.



Перший етап є головним та визначальним для можливості ефективної реалізації другого етапу. У цій роботі реалізується перший етап розв'язання поставленої задачі. Він поданий у вигляді автоматизованої системи знаходження контуру об'єкта з використанням різних методів попередньої обробки, сегментації зображень та апроксимації об'єкта заданою фігурою. Під апроксимацією розумітимемо максимально наближений опис об'єкта прямими. Цей метод використаний для пошуку чотирикутної області номерного знаку автомобіля. На вхід системи подається 8-бітне зображення у відтінках сірого, яке обробляється фільтром для покращання зображення. Далі виконується бінаризація зображення та виділення підозрілих областей, що містять номерний знак з найбільшою ймовірністю. Виділяються границі об'єктів, які зберігаються у вигляді впорядкованих множин граничних пікселів. Для кожної впорядкованої множини здійснюється апроксимація системою прямолінійних відрізків. Критерієм якості апроксимації слугує середньоквадратичне відхилення. На наступному етапі виділяються області, які відповідають заданим геометричним характеристикам та апроксимовані чотирикутником.

На заключному етапі область вихідного зображення, яка відповідає отриманому чотирикутнику, нормалізується, тобто функцією-нормалізатором трансформується в прямокутну область.

Таким чином, отримана нормалізована частина зображення, яка містить номерний знак, цифри та літери якого максимально підготовлені до розпізнавання.

-
1. *Бакут П.А., Колмогоров Г.С.* Сегментация изображений: методы выделения границ областей // Зарубежная радиоэлектроника. 1987. -№10. -С.7.
 2. *Прэтт У.К.* Цифровая обработка изображений. - М.: Мир, 1982.
 3. *Путятин Е.П., Аверин С.И.* Обработка изображений в робототехнике. – М.: Машиностроение, 1990. – 320с.: ил.
 4. *Ковалевский В.А.* Локальные и глобальные решения в распознавании изображений// ТИИЭР. –М.:Мир, 1979. -Том 67. -№5. -С.50-59.



ДОСЛІДЖЕННЯ ГІБРИДНИХ СКІНЧЕННО-ГРАНИЧНО-ЕЛЕМЕНТНИХ СХЕМ МЕТОДУ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ОБЛАСТІ

Прокопишин Ігор Іванович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

У роботі проведені дослідження двох гібридних скінченно-гранично-елементних алгоритмів МДО для плоскої задачі теорії пружності [1].

Область дослідження розв'язку $\Omega \subset \square^2$ представимо як $\Omega = \Omega_F \cap \Omega_B$, де $\Gamma_C = \overline{\Omega}_F \cap \overline{\Omega}_B = \partial\Omega_F \cap \partial\Omega_B$. В області Ω_F застосуємо метод скінчених елементів (МСЕ), а в області Ω_B – прямий метод граничних елементів (ПМГЕ) для побудови числового розв'язку. Нехай u_F, q_F – вектори переміщень та навантажень на границі $\partial\Omega_F$, а u_B, q_B – на границі $\partial\Omega_B$. З умови ідеального контакту на спільній межі Γ_C отримаємо $u_F^\Gamma = u_B^\Gamma, q_F^\Gamma = -q_B^\Gamma$.

Алгоритм послідовної схеми Діріхле-Неймана

1. Покладаємо $n = 0$ і задаємо кінематичну умову на межі Γ_C : $u_{B,n}^\Gamma = \tilde{u}$.
2. Для заданих кінематичних крайових умов на Γ_C розв'язуємо задачу в області Ω_B методом граничних елементів і знаходимо $q_{B,n}^\Gamma$.
3. Покладаємо $q_{F,n}^\Gamma = -q_{B,n}^\Gamma$. Для цих крайових умов розв'язуємо задачу в області Ω_F методом скінчених елементів і знаходимо $u_{F,n}^\Gamma$.
4. Якщо $\|u_{B,n}^\Gamma - u_{F,n}^\Gamma\| \leq \varepsilon$, де ε – задана точність, то алгоритм завершено. Інакше, покладаємо $u_{B,n+1}^\Gamma = (1 - \gamma)u_{B,n}^\Gamma + \gamma u_{F,n}^\Gamma$, де $\gamma \in (0; 1)$ – параметр релаксації, присвоюємо $n := n + 1$ і переходимо на крок 2.

Алгоритм паралельної схеми Діріхле-Неймана

1. Покладаємо $n = 0$ і задаємо умови на межі Γ_C : $u_{B,n}^\Gamma = \tilde{u}, q_{F,n}^\Gamma = \tilde{q}$.
2. Для заданих кінематичних граничних умов на Γ_C розв'язуємо задачу в області Ω_B за допомогою МГЕ і знаходимо $q_{B,n}^\Gamma$.
3. Для заданих статичних граничних умов на Γ_C розв'язуємо задачу в області Ω_F методом скінчених елементів. Знаходимо $u_{F,n}^\Gamma$.
4. За умови $\|u_{B,n}^\Gamma - u_{F,n}^\Gamma\| \leq \varepsilon$ алгоритм завершено. Інакше, покладаємо $u_{B,n+1}^\Gamma = (1 - \alpha)u_{B,n}^\Gamma + \alpha u_{F,n}^\Gamma$, де $\alpha \in (0; 1)$ – параметр релаксації, присвоюємо $n := n + 1$ і переходимо на крок 2.



Дослідимо числову ефективність наведених схем для задачі про згин консольної балки рівномірним нормальним навантаженням (рис. 1). У нашому випадку область Ω_F – ліва половина балки, Ω_B – права. Початкові значення крайових умов на лінії Γ_C вибираємо нульовими.

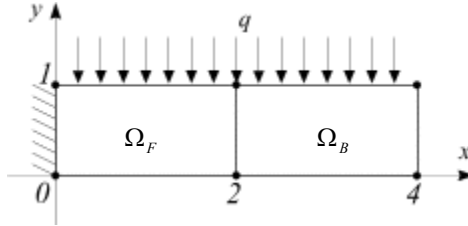


Рис. 1. Область Ω

На рис. 2 показані залежності кількості ітерацій n від параметра релаксації для паралельної та послідовної схем Діріхле-Неймана при $\varepsilon = 10^{-5}$. Оптимальні параметри релаксації: $\gamma = 0.75$ – для першої схеми і $\alpha = 0.5$ – для другої. Залежність кількості ітерацій n від точності ε для параметра релаксації 0.5 представлена на рис. 3.

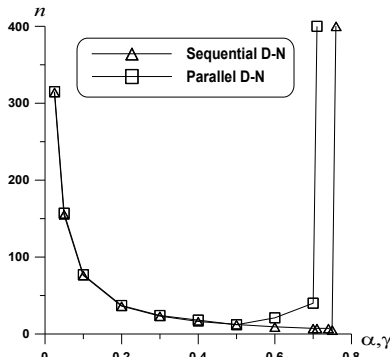


Рис. 2. Залежність кількості ітерацій від параметра релаксації

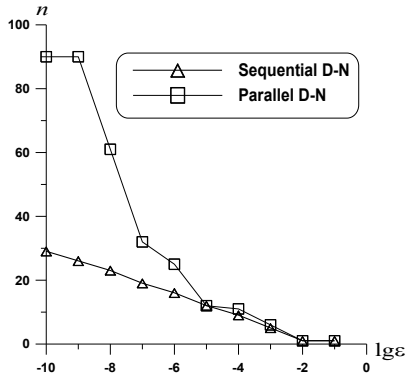


Рис. 3. Залежність кількості ітерацій n від точності ε

1. El-Gebeily M., Elleithy W. M., Al-Gahtani H. J. Convergence of the domain decomposition finite element – boundary element coupling methods // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. – 2002. – Vol.191. – P 4851-4867.



ТРИВИМІРНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ СОЦІАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ З ЛОГІСТИЧНИМИ ФУНКЦІЯМИ ВПЛИВУ

Прошина Наталія Олександрівна, Момот Іван Петрович, Україна
Хмельницький національний університет
Факультет прикладної математики та комп'ютерних технологій

У двовимірній моделі динаміки двох соціальних груп з логістичними функціями впливу [1, 2, 3] внутрішньовидову конкуренцію ідеалізовано рівністю відповідних коефіцієнтів. Розглядаючи більше число учасників процесу (хоча б три), вважаючи коефіцієнти внутрішньовидової конкуренції різними, одержимо модель:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x \cdot (a_1 \cdot th \frac{y - y_s}{q_1} + b_1 \cdot th \frac{z - z_s}{p_1} - c_1 x), \\ \frac{dy}{dt} = y \cdot (a_2 \cdot th \frac{x - x_s}{q_2} + b_2 \cdot th \frac{z - z_s}{p_2} - c_2 y), \\ \frac{dz}{dt} = z \cdot (a_3 \cdot th \frac{x - x_s}{q_3} + b_3 \cdot th \frac{y - y_s}{p_3} - c_3 z), \end{cases} \quad (1)$$

де $x(t), y(t), z(t) \geq 0$, $a_i, b_i \geq 0$, p_i, q_i, c_i ($i = \overline{1,3}$) – довільні за знаком (як і в моделі Вайдліха [4]), з „м'яким” перемиканням в точці (x_s, y_s, z_s) , $x_s, y_s, z_s \geq 0$, що знаходиться в початку координат.

Для системи (1) встановлено умови існування та асимптотичної стійкості положень рівноваги в квадранті $R_+^3 = \{x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$:

Положення рівноваги $O(0,0,0)$ асимптотично стійке при

$$\begin{cases} p_i > 0, \\ q_i > 0, \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} 0 < p_i < e_i, \\ q_i < 0, \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} p_i < e_i, \\ q_i > 0, \end{cases} \quad (i = \overline{1,3})$$

$$\text{де } e_1 = -\frac{z_s q_1}{y_s}, \quad e_2 = -\frac{z_s q_2}{x_s}, \quad e_3 = -\frac{y_s q_3}{x_s}.$$

Положення рівноваги $A_1(0,0, -\frac{1}{2}(th \frac{x_s}{q_3} + th \frac{y_s}{p_3})) \in R_+^3$ існує при:

$$\begin{cases} e_3 < p_3 < 0, \\ q_3 > 0, \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} p_3 > e_3, \\ q_3 < 0, \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} p_3 < 0, \\ q_3 < 0, \end{cases}$$

і асимптотично стійке при умові

$$p_i, q_i > 0 \quad \text{або} \quad p_i, q_i < 0, \quad \text{або} \quad \begin{cases} 0 < p_i < e_i, \\ q_i < 0 \end{cases}, \quad \text{або} \quad \begin{cases} q_i > 0 \\ p_i < 0 \end{cases} \quad (i = 1,2)$$



Аналогічно знайдені відповідні умови і для положень рівноваги $A_2(0, -\frac{1}{2}(th \frac{x_s}{q_2} + th \frac{z_s}{p_2}), 0) \in R_+^3$ та $A_3(-\frac{1}{2}(th \frac{y_s}{q_1} + th \frac{z_s}{p_1}), 0, 0) \in R_+^3$.

Положення рівноваги $B_1(0, y_0, z_0) \in R_+^3$ існує при $\frac{x_s p_2}{q_2} + z_s > 0$, $\frac{x_s p_3}{q_3} + y_s > 0$ і не є асимптотично стійким. Аналогічно знайдені умови існування й для $B_2(x_0, 0, z_0) \in R_+^3$, $B_3(x_0, y_0, 0) \in R_+^3$ і $C(x_0, y_0, z_0) \in R_+^3$, що також не є асимптотично стійкими.

Виписано умови співіснування положень рівноваги системи. Запропоновано чисельні методи знаходження координат точок $B_1(0, y_0, z_0)$, $B_2(x_0, 0, z_0)$, $B_3(x_0, y_0, 0)$ та $C(x_0, y_0, z_0)$, новий метод оцінки параметрів моделі за статистичними даними, придатний для роботи із сформованими системами диференціальних рівнянь. Методи виписано в алгоритмічній формі та складено відповідні програми на мові програмування Turbo Pascal.

-
1. Механіка та інформатика. Матеріали міжнародної українсько-польської конференції (13 – 14 травня 2004 р., м. Хмельницький), „Модель динаміки соціальних систем з логістичними функціями впливу”, *Прошина Н. О.*, кер. *Момот І. П.*, с. 18.
 2. Akademia GÓRNICZO-HUTNICZA im. Stanisława Staszica w Krakowie. Sesje Studenckich kół naukowych. Tom 1/2004. Materiały XLI sesji Pionu Hutniczego. Streszczenia referatów. Program Sesji Informacje o kołach naukowych. Kraków 13 maja 2004 r. „Stability of Weidlich type dynamic model with logistic dominant function”, *Proshina N. O.*, *Momot I. P.*, p. 174.
 3. Збірник праць Міжнародної науково-практичної конференції „Церква і Держава у служінні народові” (2-4 листопада 2005 р.). „Формування та якісний аналіз нелінійної моделі динаміки відносин між релігійними конфесіями”, *Прошина Н. О.*, кер. *Момот І. П.*, *Прошин О. О.* м. Хмельницький.
 4. *Плотинський Ю. М.* Математическое моделирование динамики социальных процессов. – М.: Изд-во МГУ, 1992. – с. 85.



ОПТИМІЗАЦІЯ ПРУЖНИХ І ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ОРТОТРОПНОЇ ПРИЗМИ ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ ПІД ЧАС ЗГИНУ ПОПЕРЕЧНОЮ СИЛОЮ

Ревенко Андріан Вікторович, Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Знайдемо НДС консолі прямокутного перерізу, яка займає об'єм $D = \{(x, y, z) \in [-a, a] \times [-b, b] \times [0, c]\}$, під час згину поперечною силою в рамках тривимірної теорії пружності. Матеріал консолі ортотропний, масові сили не враховуємо. Консоль на торці (переріз $z = c$) навантажена в напрямку осі Oy заданою поперечною силою $P = \iint \tau_{yz} dS$, де область $S = \{(x, y) \in [-a, a] \times [-b, b]\}$. Всі інші зовнішні інтегральні зусилля і моменти, прикладені до цього торця, рівні нулю. Бокові поверхні консолі вільні від навантаження. Щоб консоль знаходилася в рівновазі, на протилежному закріпленому торці (переріз $z = 0$) слід прикласти зовнішнє зусилля, рівне $-P$, і згинний момент $M_z = -cP$. Потрібно знайти такий розподіл напружень і переміщень, який би задовольнив співвідношення тривимірної теорії пружності і відповідні граничні умови

Для розглянутих зовнішніх навантажень тривимірний розподіл нормальних і дотичних напружень в консолі шукатимемо у вигляді

$$\sigma_z = \frac{P}{2al_x} \cdot y \cdot (z - c), \quad \tau_{yz} = \tau_{yz}(x, y), \quad \tau_{xz}(x, y), \quad (1)$$

де $l_x = \frac{2}{3} \cdot b$ погонний - момент інерції поперечного перерізу консолі відносно осі x , а всі інші компоненти тензора напруження рівні нулю. Врахувавши розподіл напруження (1), знайдемо деформації [4]:

$$E_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\nu_{13}}{E_3} \cdot \sigma_z, \quad E_y = \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\nu_{23}}{E_3} \cdot \sigma_z, \quad E_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{E_3} \cdot \sigma_z \quad (2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{12}}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G_{13}}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G_{23}}$$

де u, V, w переміщення в напрямку осей x, y, z , ν_{IJ} - коефіцієнти Пуасона, G_{IJ} - модулі зсуву, E_I - модулі Юнга ортотропного матеріалу [2,4].

Підставивши подання (1) в рівняння рівноваги, а подання (2) в умови сумісності деформацій [3,6], після нескладних перетворень, одержимо:



$$\begin{aligned} 2 \cdot Ay + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0, \quad \chi^2 \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial y^2} = 2 \cdot \chi_1 \cdot A \\ \chi^2 \frac{\partial^2 \tau_{xz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau_{xz}}{\partial y^2} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

де $A = \frac{P}{4 \cdot a \cdot l_x}$, $\chi = \sqrt{\frac{G_{13}}{G_{23}}}$, $\chi_1 = 2 \cdot \nu_{13} \cdot \frac{G_{13}}{E_3} - 1$. Всі інші рівняння

задовільнилися тотожно. При розв'язуванні системи рівнянь в частинних похідних (3) потрібно врахувати граничні умови рівності нулю дотичних напружень на боковій поверхні консолі:

$$\tau_{yz}(x, \pm b) = 0, \quad \tau_{xz}(\pm a, y) = 0. \quad (4)$$

Внаслідок заданого навантаження, рівнянь (3) і граничних умов (4), дотичне напруження $\tau_{yz}(x, y)$ має бути парною, а $\tau_{xz}(x, y)$ непарною функцією відносно змінних x, y .

Дотичні напруження τ_{xz} шукаємо у вигляді ряду за повною, на проміжку $x \in [-a, a]$ в класі непарних кусково-неперервних функцій,

ортонормованою системою функцій $\left\{ \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{a}\right) \mid k = 1, 2, 3, \dots \right\}$ [10],

$$\tau_{xz} = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{a}\right) \cdot sh\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \chi \cdot y}{a}\right). \quad (5)$$

1. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. -Москва: Наука, 1987. - 360 с.
2. Анциферов В.Н., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. и др. Волокнистые композиционные материалы на основе титана. - М.: Наука, 1990. - 125 с.
3. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. - Москва: Наука, 1977. - 415 с.
4. Лехницкий С.Г. Задача Сен-Венана для непрерывно неоднородного анизотропного бруса. Сб. "Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа". - Москва: Наука, 1972. - 217 с.
5. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. - Москва: Изд. Московского университета, 1976. - 367 с.
6. Новацкий В. Теория упругости. - Москва: Мир, 1975. - 872 с.
7. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. - М.: Наука, 1975. - 576 с.
8. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. - Москва: Физматгиз, 1963. - 635 с.
9. Толстов Г.П. Ряды Фурье. -Москва: Наука, 1980. - 381 с.



ЗАДАЧА З ДАНИМИ НА ВСІЙ ГРАНИЦІ ОБЛАСТІ ДЛЯ ГІПЕРБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ЗІ ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Репетило Софія Михайлівна, Україна
Національний університет “Львівська політехніка”, ІМФН

В області $D = \{ (t, x) \in \mathbb{R}^{p+1} : 0 < t < T, x \in \Omega \subset \mathbb{R}^p \}$, Ω – обмежена однозв’язна область, $\partial\Omega = \Gamma$, $\Sigma = \Gamma \times [0, T]$ розглядається задача

$$\frac{\partial^2 U(t, x)}{\partial t^2} - LU(t, x) = f(t, x), \quad (t, x) \in D, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} \Big|_{t=0} = \varphi_1(x), \quad \frac{\partial U}{\partial t} \Big|_{t=T} = \varphi_2(x), \quad x \in \bar{\Omega}, \quad (2)$$

$$U|_{\Sigma} = 0, \quad (t, x) \in \Sigma, \quad (3)$$

де $L \equiv \sum_{i,j=1}^p \frac{\partial}{\partial x_i} \left(p_{ij}(x) \frac{\partial}{\partial x_j} \right) - q(x)$ – диференціальний вираз, еліптичний в області Ω , з дійснозначними коефіцієнтами, $q(x) \geq 0$.

Нехай $\Lambda = \{ \lambda_k, k \in \mathbb{N} \}$ та $P = \{ X_k(x), k \in \mathbb{N} \}$ – множини власних чисел та власних функцій задачі $LX(x) = -\lambda X(x)$, $X(x)|_{\Gamma} = 0$.

Теорема 1. Для єдиності розв’язку задачі (1)-(3) у просторі $C^2(\bar{D})$ необхідно і досить, щоб виконувались умови

$$(\forall \lambda_k \in \Lambda, \forall m \in \mathbb{N}) \quad \sqrt{\lambda_k} T \neq m\pi. \quad (4)$$

За умов (4) формальний розв’язок задачі (1)-(3) зображається у вигляді ряду

$$U(t, x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\varphi_{1k} \cos(\sqrt{\lambda_k}(T-t)) - \varphi_{2k} \cos(\sqrt{\lambda_k}t)}{\sqrt{\lambda_k} \sin(\sqrt{\lambda_k}T)} + \int_0^T G_k(t, \tau) f_k(\tau) d\tau \right) X_k(x), \quad (5)$$

де φ_{jk} та $f_k(\tau)$ – коефіцієнти розвинення у ряд Фур’є функцій $\varphi_j(x)$ та $f(t, x)$, відповідно, за системою P , а

$$G_k(t, \tau) = \begin{cases} \left(\sqrt{\lambda_k} \sin(\sqrt{\lambda_k}T) \right)^{-1} \cos(\sqrt{\lambda_k}(T-\tau)) \cos(\sqrt{\lambda_k}t), & 0 \leq t < \tau, \\ \left(\sqrt{\lambda_k} \sin(\sqrt{\lambda_k}T) \right)^{-1} \cos(\sqrt{\lambda_k}(T-t)) \cos(\sqrt{\lambda_k}\tau), & \tau < t \leq T. \end{cases} \quad (6)$$



Ряд (5), взагалі, є розбіжним, бо $\left| \sin(\sqrt{\lambda_k} T) \right|$, будучи відмінним від нуля, може приймати як завгодно малі значення для нескінченної кількості значень $\lambda_k \in \Lambda$.

Зауважимо, що

$$\left| \sin(\sqrt{\lambda_k} T) \right| \geq \frac{2T}{\pi} \sqrt[p]{k} \left| \frac{\sqrt{\lambda_k}}{\sqrt[p]{k}} - \frac{Q(k)}{\sqrt[p]{k}} \frac{\pi}{T} \right|, \quad k \in \mathbb{N} \quad (7)$$

де $Q(k) \in \mathbb{N}$ таке, що $\left| \sqrt{\lambda_k} T - Q(k)\pi \right| \leq \pi/2$.

Лема. Нехай $\Phi(k)$ – обмежена послідовність дійсних чисел. Тоді нерівність

$$\left| \Phi(k) - \frac{la}{\sqrt[p]{k}} \right| < \frac{1}{k^\gamma}, \quad \gamma = 1 + 1/p + \varepsilon, \quad 0 < \varepsilon < 1, \quad (8)$$

для майже всіх (стосовно міри Лебега в \mathbb{R}) чисел $a > 0$ має не більше, ніж скінченне число розв'язків у цілих числах k і l ($k > 0, l \neq 0$).

Враховуючи оцінку [1] $\lambda_k \leq c_1 k^{2/p}$, $c_1 = const$, із (7) та леми випливає, для майже всіх (стосовно міри Лебега в \mathbb{R}) чисел $a = \pi/T$ маємо

$$\left| \sin(\sqrt{\lambda_k} T) \right| \geq \frac{c_2}{k^{1+\varepsilon}}, \quad 0 < \varepsilon < 1, \quad k \in \mathbb{N}, \quad c_2 = const. \quad (9)$$

Теорема2. Нехай справджуються умови (4) і нехай $\varphi_j \in C^{2r}(\overline{\Omega})$, $L^q \varphi_j|_\Gamma = 0$, $q = 0, 1, \dots, r-1$, $j = 1, 2$, $f \in C^{2r}(\overline{D})$, $L^q f|_\Gamma = 0$, $q = 0, 1, \dots, r-1$, де $r = [3/2 + 5p/4] + 1$. Тоді для майже всіх (стосовно міри Лебега в \mathbb{R}) чисел $a = \pi/T$ у просторі $C^2(\overline{D})$ існує розв'язок задачі (1)-(3), який зображується формулою (5) і неперервно залежить від функцій $f(t, x)$ та $\varphi_j(x)$, $j = 1, 2$.

Дана робота розвиває результати праці [2, гл.3].

1. Ильин В.А., Шишмарев И.А. Равномерные в замкнутой области оценки для собственных функций эллиптического оператора и их производных // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1960. – 24, №6. – С. 883-896.

2. Пташник Б.И. Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. – К.: Наук. думка, 1984. – 264с.



НЕЛІНІЙНІ ЕЛІПТИЧНІ РІВНЯННЯ. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ

Ружицька Світлана Валеріївна, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки
Факультет прикладної математики та менеджменту

В даній роботі розглядаються методи побудови наближених розв'язків крайових задач для нелінійних еліптичних рівнянь. Перевага віддається методам послідовних наближень.

Розглянемо крайову задачу, яка виникає в магнітній гідродинаміці [1]

$$\Delta u + e^{-u} = 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega,$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad u(x, y) \geq 0 \quad \forall (x, y) \in \bar{\Omega},$$

де Ω - прямокутна область, $\Omega: \{0 < x < a, 0 < y < b\}$.

Використовуючи процедуру простого методу послідовних наближень [2], ми отримали наступну послідовність крайових задач для лінійних еліптичних рівнянь вигляду:

$$-\Delta u^{(1)} = 1 \quad \forall (x, y) \in \Omega, \quad u^{(1)}|_{\partial\Omega} = 0,$$

$$-\Delta u^{(2)} = e^{-u^{(1)}} \quad \forall (x, y) \in \Omega, \quad u^{(2)}|_{\partial\Omega} = 0,$$

.....

$$-\Delta u^{(k+1)} = e^{-u^{(k)}} \quad \forall (x, y) \in \Omega, \quad u^{(k+1)}|_{\partial\Omega} = 0,$$

де $k = 2, 3, \dots$. Наближений розв'язок кожної з цих задач шукаємо у вигляді

$$u_n^{(k)}(x, y) = \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(x, y),$$

де $\{\varphi_i\}_{i=1}^n$ - деяка координатна послідовність, $c_i, i = 1, 2, \dots, n$, - невідомі числові коефіцієнти, для знаходження яких використовують метод Рітца [3], що призводить до системи

$$\sum_{i=1}^n [\varphi_i, \varphi_j] \cdot c_i = (f, \varphi_j), \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Чисельні експерименти ми провели для $a = 1/2, b = 1/4$, при цьому розглянули дві координатні системи:

$$\varphi_{ij}^{(1)} = \left\{ \sin \frac{i\pi x}{a} \cdot \sin \frac{j\pi y}{b} \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad j = 1, 2, \dots;$$

$$\varphi_{ij}^{(2)} = x^{i+1} y^{j+1} (a-x)(b-y), \quad i = 0, 1, \dots, \quad j = 0, 1, \dots$$



Отримані результати порівнювались з наведеним у [1] значенням $u(1/4, 1/8) = 0,007071$ та наведеними у [4] двобічними наближеннями, що дозволяє зробити висновки, що метод є ефективним.

1. *Беллман Р., Калаба Р.* Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. – М.: Мир, 1968. – 183 с.
2. *Свирский И.В.* Методы типа Бубнова-Галёркина и последовательных приближений. – М.: Наука, 1968. – 199 с.
3. *Михлин С.Г.* Вариационные методы в математической физике. – М.: Наука, 1970. – 512с.
4. *Колосова С.В., Чалий А.В.* Про двобічні наближення додатних розв'язків одного класу нелінійних крайових задач для еліптичних рівнянь. //Доповіді Національної академії наук України. – №11, 1999.



ПРОБЛЕМИ РЕАЛІЗАЦІЇ ТА КРИПТОАНАЛІЗ ПРОТОКОЛУ РОЗПОДІЛУ ТАЄМНИЦІ

Садурський Сергій Сергійович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

В сучасному світі інформаційних технологій питання захисту та надійного зберігання інформації постають особливо гостро. Тому системи розподілу таємниці між учасниками протоколу, розроблені Г. Блейклі та А. Шаміром, і сьогодні знаходять своє застосування в багатьох галузях людської діяльності, зокрема в банківських операціях, біржах, інтернет - магазинах тощо.

При реалізації протоколу постає ряд гострих питань зв'язаних з трудомісткістю обчислень та реалізацією алгоритмів виконання модульних операцій над великим полем Z_p^* , складність яких має поліноміальний характер, на ЕОМ з обмеженими виробничими потужностями. Крім того, при розділенні або відтворенні секрету постають цілком логічні питання надійності та стійкості протоколу до перешкод. Детально розглянуті методи рішення цих питань.

Запропонована порогова схема розподілу таємниці, що перевіряється, між n учасниками протоколу. Вона реалізована з допомогою алгоритмів, які використовують теорію чисел.

Був проведений детальний криптоаналіз системи та аналіз стійкості. Наводиться оцінка складності зламування протоколу шляхом деяких атак типу „Груба сила”. Дослідження показали, що стійкість секрету базується на інтерполяційній формулі Лагранжа, а також залежить від довжини модуля перетворень P та довжини S_1 -х частин секрету.

Дана схема розроблена в інтегрованому середовищі Borland Delphi 7. Вона призначена для розподілу деякої таємниці між n учасниками протоколу так, щоб s учасників могли відновити секрет, де $s < n$, проте щоб $s - 1$ учасників нічого не могли дізнатися про секрет.

1. *Н. Фергюсон, Б. Шнайдер*. Практическая криптография.: Пер. С англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2005. –424 с.: ил. – Парал. тит. англ.
2. *В. Ємець, А. Мельник, Р. Попович*. Сучасна криптографія. Основні поняття. –Львів: БаК, 2003. – 144 с.
3. www.cryptography.ru
4. <http://citforum.univ.kiev.ua/security/cryptography/yaschenko/1.html>



НАВЧАЛЬНА КОМП'ЮТЕРНА ПРОГРАМА ДЛЯ НАЙПРОСТІШОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПОПУЛЯЦІЙ З НЕПЕРЕРВНИМ РОЗМНОЖЕННЯМ

Слупко Олександр Миколайович, Україна
Волинський державний університет імені Лесі Українки
Математичний факультет

Моделювання є одним із основних способів пізнання людиною суті природних та суспільних явищ різного рівня складності. Цьому посприяв також розвиток обчислювальної техніки, що дало можливість створювати комп'ютерні моделі з різною метою їх застосування. Важливим елементом навчання в середній загальноосвітній школі є дослідження різних явищ, процесів за допомогою комп'ютерного моделювання, особливо це доцільно і ефективно у тих випадках, коли з різних причин спостерігати їх у реальних умовах неможливо, а іноді і небезпечно. Зокрема, наприклад, в екології моделювання є одним з основних засобів пізнання, дає можливість оцінити потенційні наслідки впливу на екосистему, користування природних ресурсів, оптимізація екосистеми та ін.

Програмна розробка “ModelEko” передбачає реалізацію моделей розвитку популяцій з неперервним розмноженням за ідеальних умов існування з врахуванням внутрішньовидової і міжвидової конкуренції.

Програма може бути використана на уроках біології в середній загальноосвітній школі при вивченні відповідних тем як цікавий і ефективний засіб отримання нових знань. Робота з визначеними моделями дозволить оцінити основні фактори, що впливатимуть на стан системи, оскільки в основу математичної моделі покладено реальні співвідношення та залежності, взяті із спеціальної літератури.

Створена моделююча програма передбачає роботу у таких режимах:

- модель для ідеальних умов існування;
- модель з урахуванням внутрішньовидової конкуренції;
- модель з урахуванням міжвидової конкуренції.

У кожному із названих режимів задаються необхідні параметри для створення моделі (деякі значення можна використати по замовчуванню).

У моделі для ідеальних умов існування задаються такі параметри:

- початкова кількість популяції;
- народжуваність і смертність популяції в певний проміжок часу;
- тривалість життя особин;
- час (в роках), через який визначається чисельність популяції.

У моделі з урахуванням внутрішньовидової конкуренції задаються такі ж параметри що й для ідеальних умов існування, а також задається кількість особин для внутрішньовидової конкуренції.



Для моделі з урахуванням міжвидової конкуренції задаються:

- початкова чисельність для обох популяцій;
- народжуваність і смертність популяцій для обох популяцій окремо;
- тривалість життя особин;
- кількість поїдання особин іншого виду за певний проміжок часу.

Зображення моделі передбачає два види:

- ілюстративне – зображення картинки, яка умовно відображає стан системи;
- схематичне – так званий “клітковий автомат”, який є візуальним поданням стану системи із кількістю популяцій.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТВЕРДІННЯ НЕПЕРЕРВНОГО ЗЛИВКУ

Сокол Андрій Миколайович, Україна
Дніпродзержинський державний технічний університет
Факультет електроніки та комп'ютерної техніки

У роботі розглядається математична модель твердіння неперервного зливку при отриманні його за допомогою машини безперервного лиття злиwkів (МБЛЗ).

Машина безперервного лиття злиwkів схематично зображена на

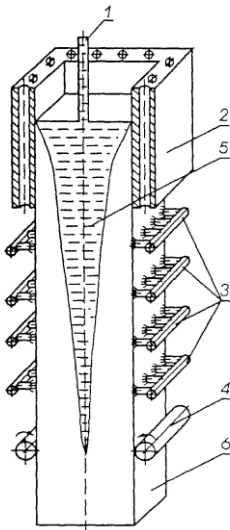


Рис. 1. Принципова схема установки безперервного лиття сталі.

рисунку 1 і складається з кристалізатора (2), в який подається струмінь розплавленого металу (1) для первинного охолодження з метою утворення на поверхні зливку корки металу, завдяки якій зберігається форма зливку (6). За кристалізатором, в напрямку руху металу, розміщена зона вторинного охолодження (3) і тягучі валки (4).

Задача розглядається як двовимірна в циліндричних координатах. Математична модель враховує гідродинаміку і теплофізику двофазного процесу з урахуванням інжекції повітря. Застосована схема розщеплення по фізичним факторам. Для розрахунку поля тиску при моделюванні гідродинаміки використовується метод ітерацій.



ГАМІЛЬТОНОВИЙ АНАЛІЗ СИСТЕМИ СВИНОЛУПОВА-ЖОРДАНО

Старчак Микола Олегович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Нехай на нескінченновимірному гладкому періодичному многовиді $M \subset C_l^{(\infty)}(R^1, R^3)$, $R_+^1 \ni l$ — період, задана динамічна система Свинолупова-Жордано

$$\left. \begin{aligned} u_t &= u_{xxx} - 2\alpha(uu_x - vv_x - ww_x) \\ v_t &= v_{xxx} - \alpha(uv)_x \\ w_t &= w_{xxx} - \alpha(uw)_x \end{aligned} \right\} = K[u, v, w] \quad (1)$$

де $u = u(x, t)$, $v = v(x, t)$, $w = w(x, t)$, $\alpha = const$, $K[u, v, w]$ — гладке за Фреше поліноміальне векторне поле $K : M \rightarrow T(M)$.

При дослідженні нелінійних динамічних систем на повну інтегровність можна виділити такі основні етапи [1]:

- 1) знаходження для (1) нескінченної ієрархії функціонально незалежних законів збереження;
- 2) зображення (1) в бігамільтоновій формі [3] (існування пари імплектичних операторів \mathcal{G}, η);
- 3) за умови узгодженості [2,3] імплектичної пари \mathcal{G}, η ньотерових операторів, наявності для (1) стандартного зображення типу Лакса.

В даній роботі знайдено ієрархію нетривіальних законів збереження

вигляду: $T_j = \int_{x_0}^{x_0+l} \sigma_j[u, v] dx$, $j \in Z_+$, де $\sigma_j[u, v]$, $j \in Z$ — локальні

функціонали на M . Перші чотири з яких мають вигляд:

$$T_0 = 0, \quad T_1 = -\frac{2}{3} \alpha \int_{x_0}^{x_0+l} u dx,$$

$$T_2 = -\frac{2}{3} \alpha \int_{x_0}^{x_0+l} u_x dx - \frac{1}{9} \alpha^2 \int_{x_0}^{x_0+l} (\partial^{-1} v)^2_x dx - \frac{1}{9} \alpha^2 \int_{x_0}^{x_0+l} (\partial^{-1} w)^2_x dx,$$

$$T_3 = \frac{2}{3} \alpha \int_{x_0}^{x_0+l} u_{xx} dx + \frac{1}{9} \alpha^2 \int_{x_0}^{x_0+l} (\partial^{-1} v)^2_{xx} dx + \frac{1}{9} \alpha^2 \int_{x_0}^{x_0+l} (\partial^{-1} w)^2_{xx} dx - \frac{2}{9} \alpha^2 \int_{x_0}^{x_0+l} u^2 dx +$$



$$+ \frac{2}{9} \alpha^2 \int_{x_0}^{x_0+l} (v^2 + w^2) dx + \frac{2}{27} \alpha^3 \int_{x_0}^{x_0+l} v \partial^{-1} (u \partial^{-1} v) dx + \frac{2}{27} \alpha^3 \int_{x_0}^{x_0+l} w \partial^{-1} (u \partial^{-1} w) dx .$$

Імплектичні оператори \mathcal{G}, η знаходимо з рівняння ньоторовості вигляду:

$$\theta' \cdot K - \theta K'^* - K' \cdot \theta = 0, \quad (2)$$

де $\theta = \{\mathcal{G}, \eta\}$,

$$\mathcal{G} = \frac{1}{3} \alpha \begin{pmatrix} 2\partial^{-1}(w\partial^{-1}) + 4\partial^{-1}(\cdot\partial^{-1}w) & -2\partial^{-1}v & 1 + 2\partial^{-1}(u\partial^{-1}) + \partial^{-1}(\cdot\partial^{-1}u) \\ 2\partial^{-1}v & \partial & \partial^{-1}(v\partial^{-1}) + \partial^{-1}(\cdot\partial^{-1}v) \\ -\partial^{-1}(u\partial^{-1}) + \partial^{-1}(\cdot\partial^{-1}u) - 1 & \partial^{-1}(\cdot\partial^{-1}v) & \partial^{-1}(w\partial^{-1}) + \partial^{-1}(\cdot\partial^{-1}w) \end{pmatrix},$$

$$\eta = \frac{1}{3} \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & \partial + \partial^{-1}u \\ 0 & 0 & \partial^{-1}v \\ \partial - \partial^{-1}u & -\partial^{-1}v & 0 \end{pmatrix},$$

$$K'^* = \begin{pmatrix} -\partial^3 + 2\alpha u \partial & \alpha v \partial & \alpha w \partial \\ -2\alpha v \partial & -\partial^3 + \alpha u \partial & 0 \\ -2\alpha w \partial & 0 & -\partial^3 + \alpha u \partial \end{pmatrix}, \quad \partial = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \partial \cdot \partial^{-1} = 1,$$

штрих означає похідну Фреше нелінійного локального функціоналу K , “*” – спряження відносно стандартної білінійної форми

Щоб розв’язати рівняння (2) скористались асимптотичним методом малого параметра [1].

1 Митропольський Ю.А., Боголюбов Н.Н. (мл.), Прикарпатський А.К., Самойленко В.Г. Интегрируемые динамические системы: спектральные и дифференциально-геометрические аспекты – К.: Наук. думка, 1987.

2 Fuchssteiner B., Fokas A.S. Symplectic structures, their Backlund transformation and Hereditary symmetries // Physica D. 1981. Vol. 4. № 1. P.47-66.

3 Magri F. A simple model of the integrable Hamiltonian equation // J. Math. Physics. 1978. Vol. 19 № 3. P.1156-1162



ЗАДАЧІ НА УЗАГАЛЬНЕННЯ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ ТА КОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

Теребус Анна Вікторівна, Україна
Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики

Проведено деякі узагальнення комплексних чисел і конформних відображень на простір, виходячи, як з алгебраїчних і геометричних, так і з фізичних міркувань.

У [1] побудовано метод просторових комплексних чисел у стереометрії. Створено алгебру просторових комплексних чисел виду $a = a_1 + a_2i + a_3j$, як засіб для розв'язання деяких класів стереометричних задач.

Побудовано також (з метою створення “інструменту” для просторових переміщень, розтягів та поворотів) просторовий аналог комплексних чисел, де дія множення вводиться шляхом множення модулів та додавання відповідно кутів повороту (азимутів) та полярних кутів чисел-співмножників на основі сферичної системи координат. При цьому встановлено, що введена дія ділення є оберненою до множення. Запропоновано підхід до знаходження n -го степеня та кореня n -го степеня ($n \in \mathbb{N}$) з просторового комплексного числа. Проте для такого аналогу однозначно не визначається зміст j^2 , ij , ji (а отже, не має місця властивість поспільного множення).

В [2] узагальнено побудований в [3] метод розв'язання крайових задач на конформні відображення криволінійних чотирикутників на прямокутники (як математичних моделей ідеальних полів в областях обмежених лініями течії та екіпотенціальними лініями) на простір, а саме, розроблено алгоритм побудови ξ -конформної сітки у криволінійному паралелепіпеді та отримані наближені розв'язки задач на просторі відображення таких криволінійних паралелепіпедів на прямокутні (як математичних моделей ідеальних полів в просторових областях обмежених двома екіпотенціальними поверхнями та поверхнями течії).

1. Бомба А.Я., Теребус А.В. Про один просторовий аналог комплексних чисел і задачі стереометрії // У світі математики. – К.:Твімс.-2006.- Вип. 1 –С. 60–72.
2. Бомба А.Я. Просторові сингулярно збурені крайові задачі типу “конвекція-дифузія”// Волинський математичний вісник. – 2003. – 10 – С. 5–15.
3. Бомба А.Я., Каштан С.С. Про розв'язання одного класу нелінійних обернених крайових задач на конформні відображення // Волинський математичний вісник. – 1999. – 6 – С. 25–36.



ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО - ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ОБОЛОНОК, ПІДДАТЛИВИХ НА ЗСУВ ТА ОБТИСК, ПРИ ДИНАМІЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Тертула Світлана Володимірівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Сьогодні в якості конструктивних елементів у багатьох галузях сучасної техніки, зокрема у машинобудуванні, широко застосовуються тонкі оболонки різноманітної геометричної форми та складної фізико – механічної структури. Щоб підвищити міцність та надійність, а також прогнозувати та вдосконалювати експлуатаційні якості цих конструкцій, необхідно будувати універсальні моделі та алгоритми дослідження їх напружено – деформованого стану.

Дана робота присвячена розгляду задач динаміки зсувних оболонок. Математична модель задачі ґрунтується на геометрично лінійній теорії оболонок за зсувною моделлю Тимошенка (шестимодальний варіант) з урахуванням обтиску нормального елемента. За даною гіпотезою нормальний елемент недеформованої серединної поверхні оболонки після її навантаження залишається прямолінійним, але може змінювати свою довжину і необов'язково бути ортогональним до серединної поверхні.

Перехід від тривимірної задачі аналізу процесів в пружних тілах з малою (в порівнянні з іншими розмірами) товщиною до адекватних двовимірних задач, сформульованих на серединній поверхні цього тіла, завжди пов'язаний із застосуванням певної напівдискретизації вихідної задачі теорії пружності за просторовою змінною, що визначається нормаллю до серединної поверхні.

Було розглянуто початково - крайову задачу динаміки та побудовано відповідну їй варіаційну задачу. В основу чисельної процедури розв'язування варіаційної задачі покладено проєкційно - сіткову схему, перший крок якої передбачає напівдискретизації Гальоркіна задач за просторовими змінними з використанням апроксимацій методу скінченних елементів. Процедура Гальоркіна приводить до задачі Коші з додатньо визначеними матрицями жорсткості та мас. Отже, застосування методу скінченних елементів дозволило відповідну задачу інтегрування системи диференціальних рівнянь звести до розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Для розв'язування та дослідження задач динаміки використовується метод прямого інтегрування, який базується на схемі Ньюмарка.

У програмній реалізації, здійсненій в середовищі C++Builder 6, передбачено розв'язування задач динамічної рівноваги тонких оболонок, серединна поверхня яких віднесена до ліній головних кривин, тобто



серединну поверхню можна задати, вказавши коефіцієнти першої квадратичної форми та головні кривини поверхні. При побудові матриць жорсткості та мас було використано квадратурні формули Гауса. Як приклад визначення динамічних характеристик, показано поведінку прямокутної пластини під дією ударного навантаження. Результати досліджень представлено у вигляді графіків.

-
1. *Бате К., Вилсон Е.* Численные методы анализа и метод конечных элементов. Москва: Стройиздат, 1982. – 440 с.
 2. *Вагін П. П., Іванова Н. В., Шинкаренко Г. А.* Напружено – деформівний стан пружних гнучких багатошарових оболонок. Київ: Прикл. механіка, 1998. – 94с.
 3. *Савула Я. Г., Шинкаренко Г. А., Вовк В. Н.* Некоторые приложения метода конечных элементов. Львов: Редакционно-издательская группа Львовского университета, 1981. – 88с.



ПОСЛІДОВНИЙ АНАЛІЗ

Ткаченко Віталій Анатолійович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Часто нераціонально наперед визначати об'єм вибірки при доказі гіпотези. Деколи зручно після кожного випробування приймати рішення: чи продовжувати випробування, чи отриманої інформації достатньо для прийняття рішення про гіпотезу. Таким чином приходимо до процедури послідовних випробувань.

Нехай $x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$ результати n послідовних незалежних випробувань над випадковою величиною з щільністю розподілу ймовірностей $f\left(\frac{x}{\theta}\right)$, яка залежить від параметра θ , ($n = 1, 2, \dots$). Потрібно

прийняти рішення про просту нульову гіпотезу

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

проти альтернативної гіпотези

$$H_a : \theta = \theta_a$$

На основі детального розгляду задачі, її особливостей та методів розв'язання мною була створена програма «Послідовні критерії», яка дозволяє розв'язувати задачі даного типу за допомогою процедури послідовних спроб або критерію Вальда.

За допомогою інтерфейсу користувача можна легко вибрати критерій розв'язування задачі. Програма дозволяє задавати початкові параметри та розподіл, вхідні дані, які можна ввести двома способами:

- з файлу – тоді результат перевірки гіпотези отримується майже одразу;
- безпосередньо користувачем у відповідне текстове поле – тоді перевірка гіпотези здійснюється поступово.

Програма приймає рішення про прийнятність однієї з гіпотез, дозволяє переглянути отримані результати в табличному та графічному вигляді, зберегти їх в текстовому файлі.

1. С. А. Айвазян, И. С. Энкоков, Л. Д. Мешалкин. Основы моделирования и первичная обработка данных. Финансы и статистика, М. – 1983, 471 с.
2. Н. Джонсон, Ф. Лион. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Мир, М. – 1981, 516 с.
3. И. И. Гихман, А. В. Скороход. Теория вероятности та математична статистика, 1998, 562 с.
4. А. Я. Архангельский. Программирование в Delphi 7, К. - 2003, 856 с.



ВИБІР ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ

Ткаченко Надія Андріївна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Нехай $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ повна вибірка незалежних спостережень над абсолютно неперервною випадковою змінною ξ з щільністю розподілу ймовірностей $p(x), x > 0$.

Априорі відомо, що щільність розподілу є членом деякої колекції сімейств розподілів $p_1(x), p_2(x), \dots, p_k(x)$. Завдання полягає в тому, щоб із заданої колекції k сімейств вибрати щільність розподілу, яка буде найкраще описувати множину спостережень.

Для вибору оптимального розподілу розглянемо статистику S_j :

$$S_j = \int_0^{\infty} \left(\prod_{i=1}^n p_j(\alpha x_i) \right) \alpha^{n-1} d\alpha; (j = 1, \dots, k). \quad (1)$$

Найкращим способом експериментальні дані описує щільність $p_l(x)$, для якої виконується рівність $S_l = \max_{1 \leq j \leq k} \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$. Цю статистику замінимо статистикою: $\ln S_l = \max_{1 \leq j \leq k} \{ \ln S_1, \ln S_2, \dots, \ln S_k \}$.

Таким чином, для оптимального вибору розподілу із априорної колекції потрібно мати явні вирази статистик (1). Визначимо ці статистики для шести сімейств розподілів, які широко застосовуються в задачах теорії ймовірності, а саме для експонентного, гамма, Гніденко-Вейбулла, логнормального, інверсійно нормального і нормального втомлення.

Статистика експонентного розподілу: $\ln S_1 = \ln \Gamma(n) - n \ln \sum_{i=1}^n x_i$.

Статистика гамма розподілу:

$$\ln S_2 = \ln \Gamma(n\gamma) - n \ln \Gamma(\gamma) + (\gamma - 1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - n\gamma \sum_{i=1}^n x_i$$

Невідомий параметр оцінюється відношенням $\gamma = \bar{x}^2 / S^2$.

Статистика розподілу Гніденко-Вейбулла:

$$\ln S_3 = (n-1) \ln \nu + \ln \Gamma(n) + (\nu-1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - n \ln \sum_{i=1}^n x_i^\nu$$

Невідомий параметр форми ν одержимо як розв'язок трансцендентного рівняння:



$$\Gamma\left(\frac{2}{\nu}+1\right)/\Gamma^2\left(\frac{1}{\nu}+1\right)-1=\frac{s^2}{\bar{x}^2}.$$

Статистика логнормального розподілу:

$$\ln S_4 = -\frac{1}{2\nu^2} \left[\sum_{i=1}^n \ln^2 x_i - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \ln x_i \right)^2 \right] - \sum_{i=1}^n \ln x_i - \frac{1}{2} \ln n - \frac{n-1}{2} \ln 2\pi\nu^2.$$

Невідомий параметр форми ν^2 : $\nu^2 = \ln\left(\frac{s^2}{\bar{x}^2} + 1\right)$.

Статистика інверсійно нормального розподілу:

$$\ln S_5 = \ln 2 - \frac{n}{2} \ln(2\pi) + \frac{n}{2} \ln \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda}{\mu} - \frac{3}{2} \sum_{i=1}^n \ln x_i + \frac{n}{4} \ln \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} + \ln K_{\frac{n}{2}} \left(\frac{\lambda}{\mu} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} \right)} \right)$$

де $K_\nu(z)$ – модифікована функція Ганкеля.

Відношення λ/μ у даній формулі оцінюється відношенням $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{\bar{x}^2}{s^2}$.

Статистика розподілу нормального втомлення:

$$S_6(x) = \frac{e^{\frac{n}{\nu^2}}}{2^{n-1} \nu^n (2\pi)^{\frac{n}{2}} \sqrt{x_1 x_2 \dots x_n}} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}{\sum_{i=1}^n x_i} \right)^{\frac{n}{4}} \times$$

$$\times \sum_{k=0}^n \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} \right)^{\frac{k}{2}} \left(\sum_{i_1 \neq \dots \neq i_k} \frac{1}{x_{i_1} \dots x_{i_k}} \right) K_{\frac{n-k}{2}} \left(\frac{1}{\nu^2} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} \right)} \right)$$

де сума по $i_1 \neq \dots \neq i_k$ при $k=0$ рівна 1, при $k=1$ рівна $\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}$, при $k=n$

рівна $\frac{1}{x_1 \dots x_n}$. За оцінку невідомого параметра форми ν приймаємо

розв'язок рівняння $\frac{\nu\sqrt{5\nu^2+4}}{\nu^2+2} = \frac{S}{\bar{x}}$.



1. *C.P. Quesenberry, Jacqueline Kent* Selection among probability distributions used in reliability, *Technometrics*, Vol. 24, No. 1, February 1982.
2. *И.И. Гихман, А.В. Скороход* Теорія ймовірності та математична статистика, 1998, 562 с.



МЕТОДИКА СТВОРЕННЯ ТЕХНІЧНОГО ЗАВДАННЯ НА РОЗРОБКУ АВТОМАТИЗОВАНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

Тушницький Руслан Богданович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Стрімкий розвиток комп'ютерної техніки та інформаційних технологій сприяє зростанню функціональних можливостей автоматизованих систем. Разом з тим збільшуються обсяги і складність їх програмної реалізації, а отже ускладнюється і процес проектування. Створення ІС складається з етапів: проектування, розробки, а також супроводу бажанням замовника. На першому етапі проектування, будується план розробки АІС. Таким планом найчастіше слугують технічне завдання (ТЗ), специфікації, тощо. Технічне завдання є визначальним документом проекту, який містить структуру ІС, модель даних та кошторис. На сьогодні, загалом, не існує єдиної зручної системи програмної документації, оскільки наявні нормативні стандарти розробки комп'ютерних систем вже не відповідають сучасним вимогам інформаційної галузі. Як наслідок, підприємства-розробники програмного забезпечення використовують власні, часто неадекватні постановці задачі методики документування. Це викликає потребу у розвитку нових підходів до створення нормативно-технічної документації.

Робота присвячена побудові методики створення технічного завдання на розробку автоматизованої інформаційної системи. Її головною метою є пошук зручної об'єктної структури документу, систематизація, деталізація, та оформлення вимог до АІС та їх вирішення. Під деталізацією і систематичністю викладу висунутих вимог тут розуміється поділ задач на дрібніші, нумерування їх згідно розділів, використання ілюстрацій та блок-схем організаційного та технологічного типів. Така структура документу має бути зрозуміла кожному користувачу ТЗ, а також повинна мінімізувати затрати часу на пошук інформації у специфікації. При необхідності внесення змін щодо вимог у постановку задачі, даний підхід дає можливість зробити це максимально ефективно.

На основі виконаного у роботі аналізу існуючих на сьогоднішній день концепцій стандартів на створення інформаційних систем, розроблено нову гнучку методику побудови ТЗ, з одного боку достатньо узагальнену і водночас з іншого - конкретизовану. На противагу багатьом затвердженим нормативам, запропонована методика дає автору простір для маневрування структурними одиницями документу. Особливістю



методики є наявність вимог замовника до специфіки розробки програмного забезпечення.

Апробація методики у даний час здійснюється на прикладі створення ТЗ на розробку АІС ВУЗу. На сьогодні розроблено структуру документації, чим закладено основу ТЗ. Методика виділяється своєю динамічністю, наявністю прикладу реалізації, та адекватністю до сучасних вимог.

1. *Вовк В.* Застосування об'єктного підходу до розробки інформаційних систем на основі реляційних баз даних // Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика. Випуск 2, 2000.- С. 184-190.
2. *Вовк В., Мушкевич Б.* Застосування об'єктного підходу до розробки моделі процесів інформаційних систем з використанням реляційних баз даних // Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика. Випуск 5, 2002.- С. 184-188.
3. Автоматизация разработки технической документации. 2004.
<http://ergd.ru>
4. Введение в проектирование информационных систем
http://www.codenet.ru/db/oracle/oraclepr_02.php
5. *Воробьев В.И., Силин А.В.* „Автоматизированная информационная система ВУЗа малого масштаба”
<http://www.ito.su/2001/ito/IV/IV-0-21.html>
6. *Владимир Котляревский* „ООП в РСУБД”.
www.ibase.ru/devinfo/ooop_rdbms.htm
7. "Подготовка документации на программные средства (ПС) в соответствии с имеющимися ГОСТами"
www.philosoft.ru/090201.htm
8. *Романов В. В., Чекал У. Г., Чичев А. А.* „Корпоративная информационно-управляющая система ВУЗа” <http://www.ito.su/2000/IV/IV30.html>
9. *Татьяна Зяблицева* “Проектирование проекта”
www.nundesign.narod.ru/st/
10. „Три кита ООП (Объектно-ориентированное программирование)”
www.codenet.ru/progr/vbasic/ooop.php
11. CDM - метод разработки информационных систем фирмы Oracle//Oracle Magazine / Russian Edition #2, 1997.
<http://www.osp.ru/dbms/1997/03/41.htm>
12. *И. П. Норенков.* Подходы к проектированию автоматизированных систем. #6 Июнь 2005



АНАЛІЗ ПОЛІНОМІАЛЬНО ВИКРИВЛЕНИХ РЕЧОВИХ СИГНАЛІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ХАРАКТЕРИСТИК НЕПРОПОРЦІЙНОСТІ ЧИСЛОВИХ ФУНКЦІЙ

Усик Галина Миколаївна, Україна
Сумський Державний Університет
Механіко-математичний факультет

Однією з задач аналізу мовного сигналу є визначення того, фрагменти яких еталонів і в які моменти часу входять в аналізований сигнал. Розв'язання цієї задачі дозволило б відновлювати спотворені сигнали.

Існуючі методи аналізу і розпізнавання мови, наприклад, кореляційні методи [1], метод динамічних спотворень (dynamic time warping) [2] не дозволяють визначати наявність збігів еталонного сигналу з досліджуваним для окремих значень аргументу (часу).

У роботі [5] запропоновано метод відновлення спотвореного сигналу із застосуванням непропорційності.

Поставлено задачу відновити нелінійно спотворений сигнал, наприклад, накладанням поліноміальної функції.

Цю задачу пропонується розв'язати за допомогою непропорційності за похідною другого порядку, яку знайдемо з загальної формули для непропорційності за похідною n-порядку функції $y = f(x, t)$ при фіксованому значенні t .

$$\begin{aligned} y &= \psi(t) \\ x &= \varphi(t) \end{aligned} \quad \text{її } @d_x^{(2)} y_t \neq 0, \text{ але } @d_x^{(2)} @d_x^{(1)} y_t = 0,$$

$$\text{де } @d_x^{(2)} @d_x^{(1)} y_t = @d_x^{(1)} [@d_x^{(1)} y_t] \quad (1)$$

Значення непропорційності дорівнює $@d_x^{(1)} y_t = \frac{y(t)}{x(t)} - \frac{\partial y}{\partial x}$;

де $x(t)$ і $y(t)$ – амплітуди еталона і досліджуваного мовного сигналу.

У момент часу, коли досліджуваний сигнал збігається з еталоном, оцінка непропорційності (1) приймає нульове значення.

Є стиль-еталон «при» - $x(t)$ тривалістю 0,132 з (1057 точок) і неспотворений досліджуваний сигнал «привіт» - $y(t)$ - 0,667 з (4516 точок).

Необхідно визначити, в які моменти часу відбувається збіг еталона «при» з досліджуваним сигналом «привіт» з точністю до масштабного коефіцієнта. Обробка сигналів починається в момент часу $t=0$ сек, ($i=0$).

Для кожного значення часу t обчислюється непропорційність (1) досліджуваного сигналу за еталоном, при цьому еталонний сигнал $x(t)$ зміщується вздовж досліджуваного сигналу $y(t)$ із кроком $\Delta t=0,000125$



сек. При певному зміщенні для всіх значень часу $t \in [0, 118, 0, 25]$ ($944 \leq i \leq 2000$) непропорційності (1) дорівнюють нулю. Усього таких значень 1057. Слід зазначити, що на інших тимчасових інтервалах $t \in [0, 0, 118)$ ($0 \leq i < 944$) і $t \in (0, 25, 0, 667]$ ($2000 < i \leq 4516$) значення непропорційностей відмінні від нуля.

Таким чином, можна стверджувати, що в кожен момент часу $t \in [0, 118, 0, 25]$ відбувається збіг значень еталонного сигналу з аналізованим з точністю до постійного множника.

Внесемо спотворення в досліджуваний сигнал. Раніше була вирішена задача відновлення сигналу при його перериванні на деякому відрізку [5]. Спотворимо сигнал $y(t)$ - накладемо на сигнал функцію $f(x) = ax^2 + bx + c$. У результаті одержимо сигнал $z(t)$.

Необхідно визначити чи входить еталон $x(t)$ або його фрагмент(и) у спотворений сигнал $z(t)$ і якщо входять, те в які моменти часу.

Сигнал $z(t)$ аналізується таким же способом як і $y(t)$.

У результаті аналізу сигналу $z(t)$ було визначено, що непропорційність у кожній крапці t на всьому інтервалі часу $t \in [0, 0, 667]$ дорівнює нулю. Це дає можливість стверджувати, що в спотворений сигнал входить еталон.

Таким чином, завдяки застосуванню непропорційності (1), було визначено, які фрагменти еталона та в які моменти часу входять у досліджуваний сигнал і, як наслідок, відновити спотворений сигнал.

-
1. *Авраменко В.В.* Характеристики непропорциональности числовых функций - Деп. В ГНТБ Украины, 19.01.98 №59 – Ук98
 2. *Анализ, распознавание и интерпретация речевых сигналов/ Винцюк Т.К.* – Киев: Наукова думка, 1987. – 264с.
 3. *Васильев В.И.* Распознающие системы. – К.: Наукова думка, 1983 – 422с.
 4. *Н.Н. Садовой, О.С. Калмыков* Экспериментальное обоснование возможности выделения фонем гласных звуков в слитной речи // Вестник ДГТУ. 2002. Т.1. №2(8)
 5. *Усатенко Т. Н.* Анализ искаженных речевых сигналов с помощью характеристики непропорциональности числовых функций. –Вестник СумГУ, 06.2002 г.



АВТОМАТИЗАЦІЯ ПОБУДОВИ СИСТЕМНИХ ЗАДАЧ І ВИЗНАЧЕННЯ НЕДЕТЕРМІНОВАНОСТІ СИСТЕМ

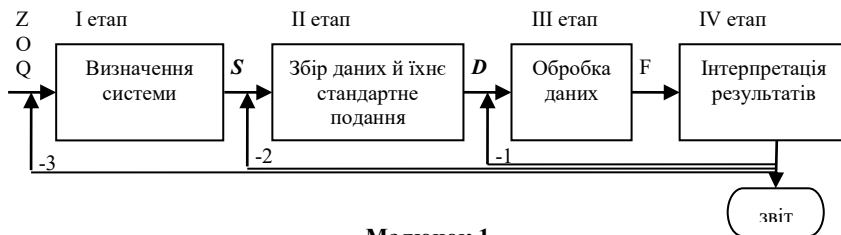
Чопоров Сергій Вікторович,
к. ф-м. н., доцент Кондрат'єва Наталія Олександрівна, Україна
Запорізький національний університет
Математичний факультет

Сучасний світ ставить ряд складних завдань перед прикладною математикою, які різні по характеру й змісту (економічні, екологічні, соціально-політичні, воєнні й інші). Одна із проблем, з якими зустрічається дослідник при рішенні цих задач - це побудова адекватної математичної моделі й на її основі одержання нових знань про об'єкт дослідження. При моделюванні природних систем дослідникові неминуче доводиться спрощувати модель, і, як наслідок, виключати з розгляду множини властивостей і зв'язків, оскільки виявити й відобразити всі зв'язки й властивості в рамках однієї моделі не представляється можливим. Істотну роль при моделюванні грає різнотипність й, можлива, некоректність або похибка емпіричних даних. Зазначені проблеми можуть бути вирішені в рамках теорії загальних систем (або системології) і прикладної інформатики. [1, 2]

Сучасна Україна - молода держава, що рухається вздовж множини різних поворотів і перехресть. Зараз особливо актуально будувати моделі розвитку підсистем суспільства й розвитку держави в цілому. Тому в доповіді буде запропонована модель опису промислової підсистеми економічної системи України за допомогою розробленої інформаційної системи, що автоматизує методи теорії систем. [1, 2, 5]

Дана автоматизована система розроблена в інтегрованому середовищі Borland C++ Builder. [3, 4] Вона призначена для автоматизації побудови системних задач із наступним аналізом типу задачі й вибором методу обробки емпіричних даних. Автоматизована система вирішує проблему складності вибору оптимальної моделі з наступною оцінкою ступеня недетермінованості системи.

Схему емпіричного дослідження можна представити у вигляді схеми на малюнку 1. [1]



Малюнок 1

де Z - ціль дослідження, O - об'єкт дослідження, Q - обмеження, S - система на об'єкті, D - система даних, F - параметрично інваріантні обмеження. Зворотні зв'язки (-1, -2, -3) реалізують можливість формування множини припустимих варіантів рішення й визначення на їхній основі оптимальних варіантів. Розроблена система автоматизує перші три етапи, а користувачеві-дослідникові залишається тільки інтерпретація результатів і написання звіту.

Як будь-яка складна система, промислова підсистема має велику кількість властивостей і зв'язків, тому першим завданням стала задача вибору основних з них. Після попереднього аналізу статистики за останні п'ять років були обрані наступні показники: темпи приросту промислового виробництва, темпи приросту об'єму продукції сільського господарства, темпи приросту об'єму продукції будівництва, темпи приросту вантажообігу, темпи приросту пасажирообороту, темпи приросту промислових цін - як вхідні змінні й темпи приросту внутрішнього валового продукту - як вихідну змінну. На вибір змінних впливали ступінь їхньої значимості для промислової підсистеми країни, повнота наявної інформації, тому що основним джерелом даних про макроекономічні показники України є Державний комітет статистики України. Підхід до дослідження складних систем запропонований у даній роботі й автоматизованій системі дослідження системних задач без втрати спільності може бути поширений на складну систему будь-якої фізичної природи з будь-яким числом істотних властивостей і зв'язків.

1. Дж. Клар. Системология. Автоматизация решения системных задач: Пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1990 - 544 с.
2. В. И. Дмитриев. Прикладная теория информации. М.: Высшая школа. 1989 - 320 с.: ил.
3. Культин Н. Б. Самоучитель C++ Builder. - СПб.: БХВ-Петербург, 2004. 320 с.: ил.
4. Pohl, Ira. C++ by Dissection / Ira Pohl. Copyright © 2002 by Addison-Wesley.
5. Седов В.В. Экономическая теория: В 3 ч. Ч. 3. Макроэкономика: Учеб. пособие / Челябин. гос. ун-т. Челябинск, 2002. 115 с.



КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЇ ПОЛЮТАНТІВ У РОСЛИНАХ

Щербата Галина Михайлівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Розроблено алгоритми для дослідження математичної моделі росту рослини та прогнозування поширення та накопичення полютантів по висоті її надземної та глибини кореневої зон.

Рівняння росту кореневої системи та надземної частини рослини можна записати у вигляді задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь [1,2]:

$$\frac{dh_r}{dt} = k_r(t) \frac{H_r - h_r}{h_r}, \quad \frac{dh_s}{dt} = k_s(t) \frac{H_s - h_s}{h_s}, \quad (1)$$

з початковими умовами:

$$h_r(0) = h_r^0, \quad h_s(0) = h_s^0, \quad (2)$$

де h_r, h_s — довжина кореневої системи та надземної частини рослини відповідно; $k_r(t), k_s(t)$ — коефіцієнти росту; h_r^0, H_r, h_s^0, H_s — початкова та максимальна довжини відповідних зон.

Розв'язок задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь (1)-(2) здійснюється вкладеним методом Дормана-Прінса порядку 5-4 з автоматичним вибором кроку [3].

Міграція полютантів у кореневій і надземній зонах рослин описується відповідними рівняннями параболічного типу [1]:

$$\frac{\partial C_r}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_r \frac{\partial C_r}{\partial x} \right) + f_r(x, t), \quad t > 0, \quad -h_r(t) \leq x \leq 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial C_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_s \frac{\partial C_s}{\partial x} \right) + f_s(x, t), \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq h_s(t). \quad (4)$$

Умови спряження концентрацій та масових потоків на межі кореневої та надземної зон при $x = 0$ мають вигляд:

$$C_r(0, t) = C_s(0, t), \quad D_r \frac{\partial C_r}{\partial x} \Big|_{x=0} = D_s \frac{\partial C_s}{\partial x} \Big|_{x=0}, \quad (5)$$

Початкові умови мають вигляд:

$$C_r(x, 0) = 0, \quad -h_r^0 \leq x \leq 0, \quad C_s(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq h_s^0. \quad (6)$$

Оскільки через нижню межу кореневої зони рослини надходження полютантів не відбувається і через верхню межу надземної зони відсутній



обмін даного хімічного елемента з навколишнім середовищем, то отримаємо наступні граничні умови:

$$\left. \frac{\partial C_r}{\partial x} \right|_{x=-h_r(t)} = 0, \quad \left. \frac{\partial C_s}{\partial x} \right|_{x=h_s(t)} = 0. \quad (7)$$

де $C_r(x, t)$, $C_s(x, t)$ — концентрації полютантів у кореневій та надземній зонах рослини; D_r , D_s — коефіцієнти дифузії полютантів у відповідних зонах; $f_r(x, t)$, $f_s(x, t)$ — інтенсивність поглинання полютантів коренями та надземною частиною рослини.

Таким чином, рівняння (3), (4) з початковими та граничними умовами (5)-(7) дозволяють моделювати міграцію забруднення в динамічній системі "коренева зона - надземна частина рослини" у різних природних та техногенних умовах.

В результаті дискретизації задачі поширення полютантів з допомогою поздовжнього методу прямих задача зводиться до задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь, яка розв'язується вкладеним методом Дормана-Прінса порядку 5-4.

На прикладі рослин озимої пшениці проведені числові дослідження для задач росту і поширення полютантів свинцю в кореневій і надземній частинах рослини при різній локалізації джерела забруднювача.

-
1. Скопецька О.В., Кремез В.С., Мусієнко М.М. Математичне моделювання міграції полютантів в сільськогосподарських культурах (на прикладі міграції свинцю в рослинах озимої пшениці) // Доповіді НАН України. – 2001, №1. – С.203-208.
 2. Франс Дж., Торнли Дж.Х.М. Математические модели в сельском хозяйстве. – Москва: Агропромиздат, 1987. – 400 с.
 3. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. - М.: Мир, 1990. – 512 с.



РІЗНИЦЕВИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПЛОСКОЇ ЗАДАЧІ КОНВЕКЦІЇ-ДИFUЗІЇ

Щербініна Юлія Вадимівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

В даній роботі розглядається різницевий метод розв'язування плоскої задачі конвекції-дифузії, яка використовується в гідродинаміці.

Розглянемо рівняння конвекції-дифузії з граничною умовою Діріхле:

$$\Delta u + (p(x, y), q(x, y))\nabla u = f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega \quad (1)$$

$$u(x, y) = v(x, y), \quad (x, y) \in \partial\Omega \quad (2)$$

де $p(x, y), q(x, y)$ – конвекційні коефіцієнти; $f(x, y), v(x, y)$ – задані функції; Ω – прямокутна область з границею $\partial\Omega$.

Для апроксимації рівняння (1) використаємо 9-ти точковий шаблон типу "ящик" на рівномірній сітці.

Систему різницевих рівнянь отримаємо за допомогою методу неозначених коефіцієнтів

$$\sum_{l=0}^8 \alpha_l u_l = \frac{h^2}{2} [8f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + f_4] + \frac{h^3}{4} [p_0(f_1 - f_3) + q_0(f_2 - f_4)] = F_{i,j} \quad (3)$$

де $u_l (l = \overline{0,8})$ – наближене значення u у вузлах шаблону, $\alpha_l (l = \overline{0,8})$ – невідомі коефіцієнти.

Запишемо розклади в степеневі ряди для функцій $u(x, y), f(x, y), p(x, y), q(x, y)$:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \sum_{i,j} a_{i,j} x^i y^j; & f(x, y) &= \sum_{i,j} c_{i,j} x^i y^j; \\ p(x, y) &= \sum_{i,j} \lambda_{i,j} x^i y^j; & q(x, y) &= \sum_{i,j} \mu_{i,j} x^i y^j. \end{aligned} \quad (4)$$

Підставивши розклади (4) в рівняння (1) і прирівнюючи коефіцієнти при однакових степенях $x^i y^j$ ($0 \leq i + j \leq 4$), отримаємо співвідношення між коефіцієнтами $a_{i,j}, c_{i,j}, \lambda_{i,j}, \mu_{i,j}$. Зробивши ряд математичних перетворень, згідно [2], одержимо відповідні формули для коефіцієнтів $\alpha_l (l = \overline{0,8})$. Різницеве рівняння (3) запишемо для кожного внутрішнього вузла сітки. Отримані рівняння разом з граничною умовою $u|_{\gamma_h} = v_{i,j}$ (γ_h – множина граничних вузлів) представляють систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Порядок системи різницевих рівнянь дорівнює кількості внутрішніх вузлів сітки.



Отриману систему різницевих рівнянь 4-го порядку точності розв'язуємо ітераційними методами: методом простої ітерації, методом Зейделя, методами верхньої релаксації (ВР) за точками та лініями.

Ітераційний метод верхньої релаксації з прогонкою за лініями має вигляд:

$$\alpha_3 \hat{u}_{i-1,j}^{(k+1)} + \alpha_0 \hat{u}_{i,j}^{(k+1)} + \alpha_1 \hat{u}_{i+1,j}^{(k+1)} = F_{i,j} - \alpha_2 u_{i,j+1}^{(k)} - \alpha_4 u_{i,j-1}^{(k)} - \alpha_5 u_{i+1,j+1}^{(k)} - \alpha_6 u_{i-1,j+1}^{(k)} - \alpha_7 u_{i-1,j-1}^{(k)} - \alpha_8 u_{i+1,j-1}^{(k)} \quad (5)$$

$$u_{i,j}^{(k+1)} = \omega_i \hat{u}_{i,j}^{(k+1)} + (1 - \omega_i) u_{i,j}^{(k)}, \quad i = 1, N, \quad j = 1, M$$

де k - номер ітерації, ω_i - оптимальний параметр верхньої релаксації, який вираховується згідно [4].

Тестова задача. Знайти наближений розв'язок задачі (1), (2) в одиничному квадраті з нульовою граничною умовою при наступних значеннях

$$p(x, y) = x(1 - y), \quad q(x, y) = y(1 - x),$$

і відповідним значенням $f(x, y)$. Точний розв'язок цієї задачі рівний

$$u(x, y) = xy(1 - x)(1 - y)$$

Результати чисельних розрахунків наведені в таблиці.

| К-ть розбиттів | 10×10 | 20×20 | 30×30 | 40×40 | 50×50 |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Метод | | | | | |
| Простої ітерації | 146 | 544 | 1164 | 1995 | 3025 |
| Зейделя | 80 | 296 | 635 | 1091 | 1658 |
| ВР за точками | 30 | 100 | 208 | 351 | 529 |
| ВР за лініями | 21 | 59 | 135 | 227 | 341 |

Проведений чисельний експеримент у випадку плоскої задачі конвекції-дифузії показує ефективність ітераційного методу верхньої релаксації за лініями і його перевагу над іншими ітераційними методами.

1. Zhang J. Accelerated multigrid high accuracy of the convection-diffusion equation with high Reynolds number. Numer. Methods for PDEa 13, 77-92, 1997
2. Gupta M.M., Manohar R. P., Stephenson J.W. A single cell high order scheme for the convection-diffusion equation with variable coefficients. Int. J.Numer. Methods Fluids 4, 641 (1984).
3. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.:Наука, 1983.
4. Дудикевич А.Т., Підківка Л.І. Чисельне розв'язування плоскої та осесиметричної задач Діріхле для рівняння Пуассона у випадку складних областей: Навч. пос.— Львів: Вид. центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2001.

**Показчик авторів**

| | | |
|----------------------|----------------------|-----|
| А | Корецький О.Є. | 54 |
| Абрамов Є.М. | Костишин С.О. | 56 |
| | Кочуров Р.Є. | 58 |
| Б | Л | |
| Білан Н.І. | Ліпіна О.С. | 10 |
| Бокало Я.М. | Лопух Н.Б. | 61 |
| Бунакова Т.В. | | |
| Бутитер О.І. | М | |
| В | Мазур Ю.М. | 63 |
| Валєєв В.В. | Мазуренко А.В. | 65 |
| Варус І.В. | Максимчук Д.М. | 67 |
| Васильєв О.М. | Марченко С.В. | 68 |
| Верещака О.С. | Момот І.П. | 85 |
| Г | Мочурад Л.І. | 70 |
| Гнип Р.Р. | Мудрий А.Є. | 73 |
| Голюк Р.О. | Муха А.І. | 74 |
| Гриценко О.М. | О | |
| Гриців Р.Б. | Овчинніков О.С. | 76 |
| Грубій А.М. | П | |
| Д | Пашуля Ю.Р. | 78 |
| Дикун І.А. | Передрій О.О. | 81 |
| Добринська О.Г. | Прокопшин І.І. | 83 |
| Дрожджаль Ю.Я. | Прошина Н.О. | 85 |
| Дубей М.В. | Р | |
| Дубовський В.В. | Ревенко А.В. | 87 |
| З | Репетило С.М. | 89 |
| Зубарева О.В. | Ружицька С.В. | 91 |
| І | С | |
| Ільчишин Б.В. | Садурський С.С. | 93 |
| К | Слупко О.М. | 94 |
| Квасниця А.М. | Сокол А.М. | 96 |
| Керетів В.В. | Старчак М.О. | 97 |
| Климчук Л.М. | Т | |
| Ковальчук І.В. | Теребус А.В. | 99 |
| | Тертула С.В. | 100 |



Ткаченко В.А..... 102
Ткаченко Н.А. 103
Тушницький Р.Б..... 106

У

Усик Г.М..... 108

Ч

Чопоров С.В..... 110

Щ

Щербата Г.М..... 112
Щербініна Ю.В..... 114



Відповідальний за випуск: Старчак Микола

Комп'ютерна верстка, макетування: Білан Наталія

Художнє оформлення: Слободян Андрій, Бутитер Олександр



think ahead

Восени 2006 року відбудеться конкурс ідей

Якщо Ти студент університету імені Івана Франка:

- 1** подаєш свою бізнес ідею в текстовому форматі
- 2** працюєш над ідеєю
- 3** відвідуєш тренінги, круглі столи, воркшопи, консультації
- 4** оформляєш ідею у вигляді бізнес плану
- 5** експертна комісія розглядає ідеї і Ти отримуєш професійну оцінку своєї роботи та ідеї

**переможці конкурсу отримують
призи, підтримку університету, спонсорів
та можливість реалізації своєї ідеї**



Наші контакти



www: <http://www.ubdc.net>

e-mail: idealab@franko.lviv.ua

Україна, м.Львів, вул.Університетська, 1

телефон (0322) 96-44-27

e-mail: itl@franko.lviv.ua

Учасники проекту:

Кухарський Віталій Михайлович (координатор проекту при ЛНУ ім. І. Франка)

Катериняк Ігор Богданович (координатор проекту в Україні)

Савула Ярема Григорович (координатор проекту)

Бутитер Олександр

Мриглод Христина

Слободян Андрій

Величко Марія

Мудрий Андрій

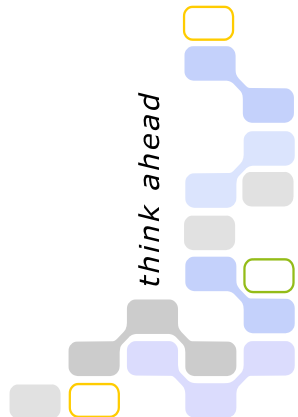
Мещерякова Ліля

Дмитрів Мар'ян

Баран Мар'яна

Макар Ірина

think ahead



Приєднуйся ! ...