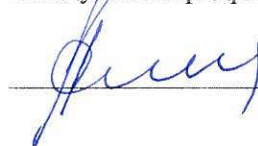


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**  
**Кафедра математичного моделювання соціально-економічних процесів**

**Оновлено та затверджено**  
на засіданні  
кафедри математичного моделювання  
соціально-економічних процесів  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 2 від 27.08.2025 р.)

Завідувач кафедри



Петро СЕНЬО

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Алгоритми комп’ютерної алгебри**  
**у математичному моделюванні”,**  
**що викладається в межах ОПП “Системний аналіз і управління.**  
**Інтелектуальний аналіз даних”**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності F4 – системний аналіз та наука про дані**

<b>Назва дисципліни</b>	<b>Алгоритми комп'ютерної алгебри у математичному моделюванні</b>
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра математичного моделювання соціально-економічних процесів
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	12 - Інформаційні технології 124 - Системний аналіз
<b>Викладачі дисципліни</b>	Філь Богдан Миколайович, доцент кафедри математичного моделювання соціально-економічних процесів,
<b>Контактна інформація викладачів</b>	Філь Б.М. bohdan.fil@lnu.edu.ua, Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 361. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю, онлайн, або офлайн).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://ami.lnu.edu.ua/course/dv8-alhorytmy-komp-iuterno-i-alhebry-u-matematychnomu-modeliuvanni-sa">https://ami.lnu.edu.ua/course/dv8-alhorytmy-komp-iuterno-i-alhebry-u-matematychnomu-modeliuvanni-sa</a>
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Навчальна дисципліна «Алгоритми комп'ютерної алгебри у математичному моделюванні» є компонентом освітньо-професійної програми підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 124 – «Системний аналіз і управління. Інтелектуальний аналіз даних» галузі знань «Інформаційні технології». Дисципліна вивчає методи та алгоритми символічних обчислень (комп'ютерної алгебри), що використовуються для аналізу математичних моделей складних систем. Основна увага приділяється переходу від чисельного експерименту до аналітичного дослідження систем за допомогою систем комп'ютерної математики (СКМ) вільного використання (SageMath).
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Алгоритми комп'ютерної алгебри у математичному моделюванні” є нормативною дисципліною з спеціальності «Системний аналіз і управління. Інтелектуальний аналіз даних», яка викладається в 8-му семестрі в обсязі 3-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	<b>Мета дисципліни</b> полягає у формуванні у здобувачів вищої освіти цілісної системи теоретичних знань та практичних навичок з використання алгоритмів комп'ютерної алгебри (символьних обчислень) для автоматизації складних аналітичних викладок, а також для побудови, якісного дослідження та оптимізації математичних моделей складних систем без накопичення похибок машинного округлення. <b>Цілі дисципліни</b> Ознайомити студентів із фундаментальними основами, внутрішньою архітектурою та структурами даних сучасних систем комп'ютерної математики вільного використання (на прикладі екосистеми SageMath та бібліотеки SymPy). Сформуванати розуміння алгоритмів точної арифметики, модулярних обчислень та поліноміальної алгебри.

	<p>Навчити застосовувати символічне диференціювання, інтегрування та операційне числення для аналізу чутливості моделей та синтезу систем керування.</p> <p>Оволодіти методами аналітичного дослідження динамічних систем (пошук стаціонарних станів, обчислення матриць Якобі та Гурвіца, символічний аналіз стійкості).</p> <p>Сформуувати навички використання варіаційних методів (метод Лагранжа) для автоматизованого виведення рівнянь стану фізичних, технічних або економічних систем.</p>
<p><b>Література для вивчення дисципліни</b></p>	<p><b>Основна література:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Балтовський О.О., Форос Г.В, Сіфоров О.І. Основи математичного моделювання/ За заг. ред. д.т.н., доц. О.А. Балтовського. Одеський держ. університет внутр. справ, 2023. 125 с.</li> <li>2. Zimmermann, P., Casamayou, A., Cohen, N., Connan, G., et al. (2018). Computational Mathematics with SageMath. SIAM. (Абсолютний must-have для цього курсу. Це офіційний посібник з математичного моделювання та обчислень у SageMath. Доступний безкоштовно онлайн).</li> <li>3. Von zur Gathen, J., &amp; Gerhard, J. (2013). Modern Computer Algebra (3rd ed.). Cambridge University Press. (Світова класика. Тут детально описані всі базові алгоритми: швидке множення, алгоритм Евкліда, факторизація поліномів, базиси Грьобнера).</li> <li>4. Bard, Gregory V. (2015). Sage for Undergraduates. American Mathematical Society. (Дуже доступна книга для студентів, яка з нуля пояснює, як використовувати SageMath для розв'язання задач з алгебри, аналізу та моделювання. Також доступна у вільному доступі).</li> <li>5. Meurer, A., Smith, C. P., Paprocki, M., Čertík, O., et al. (2017). SymPy: symbolic computing in Python. PeerJ Computer Science, 3, e103. (Базова наукова публікація розробників SymPy, яка розкриває архітектуру та принципи роботи цієї бібліотеки).</li> <li>6. Демків, І. І. та ін. (2020). Основи математичного моделювання. Львів: Львівська політехніка. (Огляд базових моделей складних систем, які студенти можуть використовувати як об'єкти для індивідуальних проєктів).</li> <li>7. Kofler, M. (2021). Python and SymPy. (Сучасний практичний посібник із використання SymPy для інженерних розрахунків та моделювання)</li> </ol> <p><b>Додаткова література:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>8. Cox, D., Little, J., &amp; O'Shea, D. (2015). Ideals, Varieties, and Algorithms: An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra (4th ed.). Springer.</li> <li>9. (Найкраща книга для глибокого розуміння базисів Грьобнера та їх застосування для розв'язування систем нелінійних рівнянь).</li> </ol>

	<p>10. Cohen, H. (1993). A Course in Computational Algebraic Number Theory. Springer. (Класична праця для розуміння точної арифметики та роботи зі складними числовими структурами).</p> <p>11. Копитко, Б. І., &amp; Копитко, М. Ф. (2017). Математичне моделювання: навчальний посібник. Львів: Видавництво ЛНУ імені Івана Франка. (Для повторення загальних концепцій побудови та аналізу математичних моделей, які потім перекладатимуться на мову комп'ютерної алгебри).</p> <p><b>Інтернет ресурси:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>□ <b>Офіційна документація SageMath (The Sage Manual)</b> — <a href="http://doc.sagemath.org">doc.sagemath.org</a> (Головне джерело довідкової інформації щодо синтаксису та вбудованих функцій).</li> <li>□ <b>Офіційна документація SymPy</b> — <a href="http://docs.sympy.org">docs.sympy.org</a> (Містить чудові tutoriали з символічного диференціювання, інтегрування та розв'язання рівнянь).</li> <li>□ <b>Платформа CoCalc (Collaborative Calculation)</b> — <a href="http://cocalc.com">cocalc.com</a> (Хмарне середовище від творця SageMath Вільяма Стейна. Дозволяє викладачу створювати віртуальні класи, роздавати лабораторні роботи та перевіряти код студентів прямо в браузері без необхідності встановлення ПЗ).</li> <li>□ <b>Jupyter Notebook Documentation</b> — <a href="http://jupyter.org/documentation">jupyter.org/documentation</a> (Інструкції для створення інтерактивних звітів до лабораторних робіт).</li> </ul>
<p><b>Обсяг курсу</b></p>	<p>Загальний обсяг: 120 годин.  Аудиторних занять: 56 год., з них: 28 год. лекцій та 28 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 64 год.</p>
<p><b>Очікувані результати навчання</b></p>	<p>Після успішного вивчення дисципліни «Алгоритми комп'ютерної алгебри у математичному моделюванні» студент повинен:</p> <p><b>Знати та розуміти:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Відмінності, переваги та обмеження символічних (аналітичних) обчислень порівняно з наближеними чисельними методами.</li> <li>2. Внутрішню архітектуру та принципи роботи сучасних систем комп'ютерної математики вільного використання (на прикладі SageMath та бібліотеки SymPy).</li> <li>3. Математичну суть фундаментальних алгоритмів комп'ютерної алгебри: довгої та модулярної арифметики, алгоритму Евкліда для поліномів, факторизації виразів.</li> <li>4. Теоретичні основи методу базисів Грьобнера та його застосування для розв'язування систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.</li> <li>5. Принципи аналітичного дослідження стійкості динамічних систем (критерії Рауса-Гурвіца, аналіз точок рівноваги у символічному вигляді).</li> </ol> <p><b>Вміти (мати практичні навички):</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Розгортати та налаштувати робоче середовище SageMath/Jupyter Notebook для виконання системних досліджень.</li> </ol>

2. Автоматизувати рутинні математичні викладки: символічне диференціювання, інтегрування, розкладання в ряди та спрощення громіздких алгебраїчних виразів.
3. Будувати аналітичні моделі складних систем (економічних, фізичних, біологічних) та знаходити їх розв'язки у загальному (параметричному) вигляді.
4. Застосовувати варіаційні методи (зокрема метод Лагранжа) для автоматизованого виведення рівнянь стану системи.
5. Проводити аналіз чутливості математичних моделей до зміни вхідних параметрів за допомогою символічного обчислення градієнтів, Якобіанів та Гессіанів.
6. Транслювати (генерувати) отримані символічні формули у високопродуктивний машинний код (наприклад, для NumPy або C++) для проведення масових чисельних симуляцій у дата-сайенс проєктах.

**Автономність та відповідальність:**

1. Самостійно формалізувати прикладну задачу системного аналізу та підбирати оптимальні алгоритми комп'ютерної алгебри для її розв'язання.
2. Створювати професійні інтерактивні звіти з проведеного аналітичного дослідження, які органічно поєднують математичний текст (LaTeX), робочий програмний код та візуалізацію результатів.

**Курс забезпечує набуття таких компетентностей:**

**Інтегральна компетентність (ІК):**

Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми системного аналізу, математичного моделювання та оптимізації з використанням методів комп'ютерної алгебри (символьних обчислень) та сучасних систем комп'ютерної математики вільного використання.

**Загальні компетентності (ЗК):**

ЗК 1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу при дослідженні складних систем.

ЗК 2. Здатність застосовувати теоретичні математичні знання у практичних ситуаціях без накопичення похибок машинного округлення.

ЗК 3. Навички використання сучасних інформаційних і комунікаційних технологій (зокрема, екосистеми відкритого програмного забезпечення).

ЗК 4. Здатність генерувати нові ідеї (креативність) щодо автоматизації рутинних аналітичних викладок у наукових та інженерних дослідженнях.

**Фахові (спеціальні) компетентності (СК):**

СК 1. Здатність будувати, аналізувати та вдосконалювати математичні моделі об'єктів, процесів і систем різної природи (економічних, фізичних, біологічних) у символічному вигляді.

СК 2. Здатність застосовувати алгоритми точної арифметики, поліноміальної алгебри та диференціального числення для розв'язування системних задач.

СК 3. Здатність використовувати сучасні системи комп'ютерної математики (SageMath) та бібліотеки мови Python (SymPy) для аналітичного дослідження моделей.

	<p>СК 4. Здатність проектувати алгоритми генерації чисельного коду на основі отриманих символічних (аналітичних) результатів для їх подальшого використання у задачах Data Science.</p> <p><b>2. Програмні результати навчання (РН)</b> Після успішного вивчення дисципліни студент повинен знати, вміти та бути здатним продемонструвати такі результати:</p> <p><b>Знання (що студент буде знати):</b> РН 1. Знати внутрішню архітектуру, принципи представлення даних та базові структури систем комп'ютерної алгебри (СКА). РН 2. Розуміти математичну суть фундаментальних алгоритмів комп'ютерної алгебри: алгоритмів швидкої та точної арифметики, поліноміальної факторизації, модулярних обчислень. РН 3. Знати теоретичні основи методу базисів Грьобнера та його роль у розв'язуванні систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.</p> <p><b>Уміння (що студент зможе робити):</b> РН 4. Вміти налаштовувати та ефективно використовувати робоче середовище SageMath (у поєднанні з Jupyter Notebook) для виконання символічних перетворень. РН 5. Будувати аналітичні моделі систем, знаходити точки рівноваги та автоматизовано досліджувати їх на стійкість (обчислення власних значень, критерії Рауса-Гурвіца у символічному вигляді). РН 6. Застосовувати інструменти СКА (символьне диференціювання, інтегрування, метод множників Лагранжа) для аналізу чутливості та розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації. РН 7. Транслювати (генерувати) складні символічні математичні вирази, отримані в результаті роботи СКА, у високопродуктивний машинозчитуваний код (C++, NumPy) для проведення подальших масових чисельних симуляцій.</p> <p><b>Комунікація та автономність:</b></p> <p>РН 8. Здатність самостійно формалізувати задачу системного аналізу, обрати відповідні інструменти комп'ютерної математики для її розв'язання та професійно презентувати результати дослідження у вигляді інтерактивного звіту, поєднуючи математичні формули (LaTeX), програмний код та візуалізацію.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• інтегральна компетентність (ІК) – ІК,</li> <li>• загальні компетентності (ЗК) – ЗК1, ЗК3, ЗК4,</li> <li>• спеціальні (фахові, предметні компетентності) (СК) – СК1, СК3, СК5, СК6, СК7, СК8, СК11, СК12,</li> <li>• та програмних результатів навчання (ПРН) – РН1, РН3, РН4, РН8, РН10, РН13.</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	комп'ютерна алгебра, символічні обчислення, математичне моделювання, системний аналіз, SageMath, SymPy, базиси Грьобнера, точна арифметика, аналітичне дослідження, динамічні системи, аналіз стійкості, критерій Рауса-Гурвіца, аналіз чутливості, метод Лагранжа, генерація коду.
<b>Формат курсу</b>	Очний Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.

	<p>Ознайомлення з Internet ресурсами.  <a href="http://lib.puet.edu.ua">Інформаційно-пошукова система 'УФД/Бібліотека'</a>  <a href="http://lib.puet.edu.ua">lib.puet.edu.ua</a>  <a href="http://www.twirpx.com">www.twirpx.com</a></p>
<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Роль СКА у системному аналізі. Архітектура SageMath. Переваги символного моделювання.</li> <li>2. Алгебраїчні структури та алгоритми. Точна та модулярна арифметика. Побудова моделей без похибок округлення.</li> <li>3. Поліноміальні алгоритми. Алгоритм Евкліда. Проблема "розростання" коефіцієнтів.</li> <li>4. Базиси Грьобнера: системний підхід. Алгоритм Бухбергера. Розв'язання систем нелінійних алгебраїчних обмежень.</li> <li>5. Символьне числення в аналізі чутливості. Автоматичне обчислення градієнтів, Гессіанів та Якобіанів.</li> <li>6. Операційне числення та системні функції. Перетворення Лапласа та Z-перетворення для аналізу систем керування.</li> <li>7. Якісний аналіз динамічних систем (ЗДР). Символьний пошук точок рівноваги.</li> <li>8. Аналіз стійкості систем у символах. Критерії стійкості (Рауса-Гурвіца) та їх автоматизована перевірка.</li> <li>9. Моделювання механічних та фізичних систем. Метод Лагранжа в СКА.</li> <li>10. Наближені методи в символному вигляді. Ряди Тейлора, апроксимація Паде.</li> <li>11. Аналітична оптимізація. Метод множників Лагранжа у символному вигляді, умови Куна-Таккера.</li> <li>12. Моделювання соціально-економічних процесів. Моделі ринкової рівноваги та епідемій (SIR).</li> <li>13. Автоматизація генерації коду. Перетворення символних виразів у швидкий код (lambdify, ccode).</li> <li>14. Сучасні тренди та інтеграція з AI. Підсумковий огляд застосування СКА у дата-сайенсі.</li> </ol>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік за результатами поточного оцінювання
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з дисциплін «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Програмування», «Машинне навчання».
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції Лабораторні заняття в аудиторіях та комп'ютерних класах Індивідуальні завдання

<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із стандартним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі. Мультимедіа, платформа Moodle, комп'ютерне програмне забезпечення																																																																						
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання знань студента впродовж семестру здійснюється за 100-бальною шкалою:</p> <table border="1" data-bbox="491 338 1485 869"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Оцінка ЄКТС</th> <th rowspan="2">Оцінка в балах</th> <th colspan="3">Оцінка за національною шкалою</th> </tr> <tr> <th colspan="2">Екзамен, диференційований залік</th> <th>Залік</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>90-100</td> <td>5</td> <td>відмінно</td> <td rowspan="4">зараховано</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>81-89</td> <td rowspan="2">4</td> <td>дуже добре</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>71-80</td> <td>добре</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>61-70</td> <td rowspan="2">3</td> <td>задовільно</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>51-60</td> <td>достатньо</td> </tr> <tr> <td>FX</td> <td>21-50</td> <td>2</td> <td>незадовільно</td> <td>не зараховано</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>0-20</td> <td>2</td> <td>незадовільно (без права перездачі)</td> <td>не зараховано (без права перездачі)</td> </tr> </tbody> </table> <p>за поточну успішність – 100 балів (виконання індивідуальних завдань, захист виконаних завдань) Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (кожне лабораторне заняття на 25% балів менше, якщо термін порушений більше 7 днів - 50% менше, більше 14 днів - 75% менше, більше 21 днів - 90% менше). Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <table border="1" data-bbox="560 1126 1414 1346"> <thead> <tr> <th colspan="10">Поточне тестування та самостійна робота</th> <th>Сума</th> </tr> <tr> <th>Інд. завд. №1</th> <th>Інд. завд. №2</th> <th>Інд. завд. №3</th> <th>Інд. завд. №4</th> <th>Інд. завд. №5</th> <th>Інд. завд. №6</th> <th>Інд. завд. №7</th> <th>Інд. завд. №8</th> <th>Інд. завд. №9</th> <th>Інд. завд. №10</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>100</td> </tr> </tbody> </table> <p><b>Критерії оцінювання індивідуальних завдань:</b></p> <p><b>10 балів</b> – студент повністю виконав умови завдання, алгоритм реалізовано правильно, відповідає на всі запитання, пов'язані з тематикою завдання, проводить чіткий аналіз та порівняння отриманих результатів, пропонує інші підходи до вирішення поставленого завдання;</p> <p><b>8 балів</b> – студент повністю виконав умови завдання, на деякі запитання, алгоритм реалізовано правильно, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з незначними неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з незначними неточностями;</p> <p><b>6 балів</b> – студент виконав завдання з незначними помилками, але самостійно їх виправляє, якщо на них вкаже викладач, на деякі запитання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з неточностями;</p>	Оцінка ЄКТС	Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою			Екзамен, диференційований залік		Залік	A	90-100	5	відмінно	зараховано	B	81-89	4	дуже добре	C	71-80	добре	D	61-70	3	задовільно	E	51-60	достатньо	FX	21-50	2	незадовільно	не зараховано	F	0-20	2	незадовільно (без права перездачі)	не зараховано (без права перездачі)	Поточне тестування та самостійна робота										Сума	Інд. завд. №1	Інд. завд. №2	Інд. завд. №3	Інд. завд. №4	Інд. завд. №5	Інд. завд. №6	Інд. завд. №7	Інд. завд. №8	Інд. завд. №9	Інд. завд. №10		10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100
Оцінка ЄКТС	Оцінка в балах			Оцінка за національною шкалою																																																																			
		Екзамен, диференційований залік		Залік																																																																			
A	90-100	5	відмінно	зараховано																																																																			
B	81-89	4	дуже добре																																																																				
C	71-80		добре																																																																				
D	61-70	3	задовільно																																																																				
E	51-60		достатньо																																																																				
FX	21-50	2	незадовільно	не зараховано																																																																			
F	0-20	2	незадовільно (без права перездачі)	не зараховано (без права перездачі)																																																																			
Поточне тестування та самостійна робота										Сума																																																													
Інд. завд. №1	Інд. завд. №2	Інд. завд. №3	Інд. завд. №4	Інд. завд. №5	Інд. завд. №6	Інд. завд. №7	Інд. завд. №8	Інд. завд. №9	Інд. завд. №10																																																														
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100																																																													

	<p><b>4 бали</b> – студент виконав завдання частково, алгоритм реалізовано з помилками, які частково може виправити, якщо на них вкаже викладач, на запитання відповідає з помилками, проводить аналіз отриманих результатів з помилками;</p> <p><b>2 бали</b> – студент виконав завдання частково, алгоритм реалізовано з помилками, які самостійно не може виправити, переважно не відповідає на запитання;</p> <p><b>1 бал</b> – студент виконав завдання частково з грубими помилками, які самостійно не може виправити, демонструє незнання матеріалу;</p> <p><b>0 балів</b> – студент не виконав завдання.</p> <p><b>4-те завдання:</b> Відповідні бали цієї таблиці масштабуються (коефіцієнт 4/3)</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні програм є підставою для її не зарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідування занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• поточному захисті робіт,</li> <li>• самостійній роботі та</li> <li>• бали підсумкового опитування.</li> </ul> <p>При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p><b><i>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</i></b></p>
<p><b>Питання до заліку чи екзамену.</b></p>	<p>Залік виставляється за результатами поточного оцінювання</p>
<p><b>Опитування</b></p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

## СХЕМА КУРСУ

№	Тема лекції (2 год. кожна)	Тема лабораторної роботи (2 год. кожна)
1	<b>Роль СКА у системному аналізі.</b> Архітектура SageMath. Переваги символного моделювання.	<b>Налаштування середовища SageMath/Jupyter.</b> Основи синтаксису SymPy та символних змінних.
2	<b>Алгебраїчні структури та алгоритми.</b> Точна та модулярна арифметика. Побудова моделей без похибок округлення.	<b>Точна арифметика та теорія чисел.</b> Обчислення визначників матриць великої розмірності у символному вигляді.
3	<b>Поліноміальні алгоритми.</b> Алгоритм Евкліда. Проблема "розростання" коефіцієнтів.	<b>Поліноміальні моделі та апроксимація.</b> Побудова інтерполяційного полінома в символному вигляді.
4	<b>Базиси Грьобнера: системний підхід.</b> Алгоритм Бухбергера. Розв'язання систем нелінійних алгебраїчних обмежень.	<b>Системи нелінійних рівнянь.</b> Обчислення базисів Грьобнера для виключення змінних у моделях.
5	<b>Символьне числення в аналізі чутливості.</b> Автоматичне обчислення градієнтів, Гессіанів та Якобіанів.	<b>Аналіз чутливості.</b> Обчислення матриці Гессе та оцінка чутливості функцій багатьох змінних.
6	<b>Операційне числення та системні функції.</b> Перетворення Лапласа та Z-перетворення для аналізу систем керування.	<b>Операційне числення.</b> Побудова передавальної функції та отримання аналітичного виразу перехідного процесу.
7	<b>Якісний аналіз динамічних систем (ЗДР).</b> Символьний пошук точок рівноваги.	<b>Дослідження динамічних систем.</b> Символьне розв'язання ЗДР та моделювання динаміки (моделі ринку).
8	<b>Аналіз стійкості систем у символах.</b> Критерії стійкості (Рауса-Гурвіца) та їх автоматизована перевірка.	<b>Аналіз точок рівноваги та стійкості.</b> Дослідження моделі Лотки-Вольтерри (обчислення Якобіана).
9	<b>Моделювання механічних та фізичних систем.</b> Метод Лагранжа в СКА.	<b>Критерії стійкості систем керування.</b> Автоматизована побудова матриць Гурвіца у символному вигляді.

№	Тема лекції (2 год. кожна)	Тема лабораторної роботи (2 год. кожна)
10	<b>Наближені методи в символьному вигляді.</b> Ряди Тейлора, апроксимація Паде.	<b>Варіаційні методи.</b> Використання механізму Лагранжа для автоматичного виводу рівнянь руху систем.
11	<b>Аналітична оптимізація.</b> Метод множників Лагранжа у символьному вигляді, умови Куна-Таккера.	<b>Аналітична оптимізація.</b> Максимізація функцій при наявності обмежень (умовний екстремум).
12	<b>Моделювання соціально-економічних процесів.</b> Моделі ринкової рівноваги та епідемій (SIR).	<b>Соціальні моделі.</b> Аналіз моделі SIR: знаходження базового репродуктивного числа аналітично.
13	<b>Автоматизація генерації коду.</b> Перетворення символьних виразів у швидкий код (lambdify, ccode).	<b>Генерація коду.</b> Перетворення виведеної символьної формули у швидку чисельну функцію (numru/C++).
14	<b>Сучасні тренди та інтеграція з AI.</b> Підсумковий огляд застосування СКА у дата-сайенсі.	<b>Захист індивідуального проєкту.</b> Презентація комплексної розробленої аналітичної моделі у SageMath.