МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра математичного моделювання соціально-економічних процесів

Оновлено та затверджено
на засіданні
кафедри математичного моделювання
соціально-економічних процесів
факультету прикладної математики та інформатики
Львівського національного університету імені Івана Франка
(протокол № 2 від 27.08.2025 р.)

Завідувач кафедри
_____ Петро СЕНЬО

Силабус з навчальної дисципліни "Основи математичної логіки", що викладається в межах ОПП "Системний аналіз і управління. Інтелектуальний аналіз даних" першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з спеціальності 124 – системний аналіз

Львів 2025 р.

Назва дисципліни	Основи математичної логіки
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра математичного моделювання соціально-економічних процесів
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	12 – інформаційні технології 124 – системний аналіз
Викладачі дисципліни	Сеньо Петро Степанович, доктор фізико - математичних наук, професор, завідувач кафедри математичного моделювання соціально-економічних процесів Лисецька Олександра Юріївна, кандидат фізико - математичних наук, доцент, доцент кафедри математичного моделювання соціально-економічних процесів Фундак Леся Ігорівна, асистент кафедри математичного моделювання соціально-економічних процесів
Контактна інформація викладачів	petro.seno@lnu.edu.ua; https://ami.lnu.edu.ua/employee/seno; oleksandra.lysecka@lnu.edu.ua; https://ami.lnu.edu.ua/employee/ lysecka ; lesia.fundak@lnu.edu.ua; https://ami.lnu.edu.ua/employee/ fundak Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 361. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/ лабораторних занять (за попередньою домовленістю). В іншому випадку можливі он-лайн консультації через Zoom чи MSTeams. Для погодження часу он-лайн консультацій слід писати на електронну пошту викладача або дзвонити
Сторінка курсу	https://ami.lnu.edu.ua/course/osnovy-matematychnoi-lohiky
Інформація про дисципліну	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання принципів застосування математичної логіки, як необхідного інструменту у вигляді програмного забезпечення систем штучного інтелекту, для інтелектуального аналізу даних, прогнозування, аналізу економічних та соціальних процесів, а також у багатьох інших галузях науки та техніки. Тому у курсі представлено застосування висновків математичної логіки та її методів до аналізу формулювань та доведень теорем, схем аналізу даних, математичних висновків. Основну частину курсу займає розгляд практичних і теоретичних аспектів математичної логіки та їх основних програмних реалізацій.
Мета та цілі дисципліни	***Метою*** вивчення нормативної дисципліни “ Основи математичної логіки ” є освоєння студентами теоретичних і практичних основ аналізу математичних теорій, теорем, доведень математичних тверджень для ознайомлення з типовими задачами цієї науки та формування чіткого уявлення про можливості застосування висновків її для аналізу явищ природи, планування та прогнозування виробничих процесів, практична підготовка їх до проведення логічних досліджень, аналізу і обробки отриманих результатів, для розробки штучного інтелекту. ***Завданням*** вивчення навчальної дисципліни є сформувати у студентів теоретичні знання та практичні навички в області аналізу математичних теорій, формулювання та доведення теорем, інтелектуального аналізу даних; надати студентам уявлення про основні способи розв’язування

	задач прогнозування на основі законів логіки, надати студентам практичні навички обгрунтувань істинності висновків проведених досліджень.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна “Основи математичної логіки” є вибірковою дисципліною з спеціальності 124 – системний аналіз для освітньої програми “Системний аналіз і управління. Інтелектуальний аналаз даних”, яка викладається в 3-му семестрі в обсязі 3 - ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Література для вивчення дисципліни	**Основна література** 1. Безущак Оксана Математична логіка : навч. посіб. / Оксана Безущак, Олександр Ганюшкін. – К. : ВПЦ "Київський університет". – 2023. – 143 с. ISBN 978-966-933-248-62. 2. Конверський А. Є. Сучасна логіка (класична та некласична) / А. Є. Конверський. – 2-ге вид. перероб. та доп. К.: Центр учбової літератури. – 2017. – 294 с. ISBN 978-617-673-684-4. 3. Зубенко В.В., Шкільняк С.С. Основи математичної логіка: навчальний посібник. / В.В. Зубенко В.В., С.С. Шкільняк С. – К.: НУБіП України. – 2020. – 102 с. ISBN 978-617-7878-13-0. 4. Logic as a tool (S. Abramsky, S. Artemov, R. A. Shore, A. S. Troelstra), - Stockholm University, Sweden, 2016. – 358 p. **Додаткова література** 5. Дрозд Ю.А. Основи математичної логіки: навч. посібник /Ю.А. Дрозд. - К.: Київський університет, 2003. - 96 с. 6. Нікольський Ю.В. Дискретна математика: /Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина. - Львів.: Видавництво "Магнолія - 2006", 2013. - 432 с. 7. Трохимчук Р.М. Збірник задач і вправ з математичної логіки: Київ, ДП "Видавничий дім "Персонал"", - 2008, - 115 с. 8. Samuel R. Buss: Handbook of proof theory / Samuel R. Buss, S. Abramsky, S. Artemov, R.A. Shore, A.S. Troelstra.- Departments of Mathematics and Computer Science, University of California, San Diego La Jolla, California 92093-0112, USA - 1988. – 811 p. 9. https://en.wikipedia.org/wiki/Lindström%27s_theorem 10. https://en.wikipedia.org/wiki/Löwenheim–Skolem_theorem 11. http://www.cyb.univ.kiev.ua/library/training-materials/discrete-mathematics/foundations-of-mathematical-logic.pdf 12. Polya George Mathemacial Discovery / George Polya. – John Wiley & Sons., New York – London. – V. I. – 1962. – V. II. – 1965. – 448 p.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 16 год. лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 42 год.
Очікувані результати навчання	Після завершення цього курсу студент буде : Знати - Формули алгебри висловлень та їх еквівалентність; - Булеві алгебри; - Диз’юнквивну та кон’юнктивну нормальні форми; - Алфавіт, формули та секвенції мови числення висловлень; - Аксіоми та правила виведення числення висловлень; - Підстановки, теорему про заміну; - Синтаксичну еквівалентність формул числення висловлень;

	- Семантику числення висловлень; - Алгебраїчні операції, відношення та предикати; - Мову числення предикатів; - Формули, терми та підстановки термів у формули числення предикатів; - Аксіоми та правила виведення числення предикатів; - Еквівалентність формул числення предикатів; - Теорему про заміну. Вміти - Будувати таблиці істинності формул; - Визначати тавтології та суперечності; - Вирішувати проблему розв'язності в алгебрі висловлень; - Здійснювати рівносильні перетворення форму; - Робити висновки на базі алгебри висловлень; - Робити висновки на базі алгебри предикатів; Реалізовувати формальні доведення на основі числення висловлень та числення предикатів. **Курс забезпечує** **набуття таких компетентностей:** • **інтегральна компетентність (ІК) – ІК,** • **загальні компетентності (ЗК) – К1, К14,** • **спеціальні (фахові, предметні компетентності) (СК) – К23,** • **та програмних результатів навчання (ПРН) – ПР6.**
Ключові слова	Булева алгебра, таблиця істинності, тавтологія, суперечність, висловлення, секвенція, правила виведення , квантори, терми
Формат курсу	Очний Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій. Ознайомлення з Internet курсами по математичній логіці
Теми	Теми подані у Схемі курсу нижче
Підсумковий контроль, форма	Залік у кінці семестру Залік – диференційовний
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з - Математичного аналізу, - Алгебри та геометрії, - Дискретної математики, - Диференціальних рівнянь достатніх для сприйняття категоріального апарату математичної логіки. .
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції Індивідуальні завдання Групові проекти, менторство
Необхідне обладнання	Комп'ютер із програмним забезпеченням, Internet доступ до обчислювального кластера, проектор, сканер, обладнання спеціалізованої лабораторії математичного та комп'ютерного моделювання (офіс 365). Для організації відеоконференцій використовується програма Zoom (безкоштовна ліцензія Zoom Meetings Education) і MS Teams (ліцензія Microsoft 365 A5)

Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)

Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.

Оцінка за шкалою ECTS		Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
A	Відмінно	90-100	Відмінно	5
B	Дуже добре	81-89	Добре	4
C	Добре	71-80		
D	Задовільно	61-70	Задовільно	3
E	Достатньо	0-50		
F (FX)	Незадовільно			

• Бали нараховуються за наступним співвідношенням:

– індивідуальні завдання : 40% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 40, всіх індивідуальних завдань 3,

максимальна кількість балів:

за перше індивідуальне завдання – 10 балів,

за друге індивідуальне завдання – 15 балів,

за третє індивідуальне завдання – 15 балів,

– опитування на парах: 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10;

– залік: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50.

Підсумкова максимальна кількість балів 100.

• Індивідуальні завдання

Кожен(на) студент(а) отримує окреме (персональне) завдання, для розв'язування якого потрібно використати один чи декілька із розглянутих на лекціях алгоритмів. Кожне індивідуальне завдання відповідає блоку питань, відображених у Схемі курсу.

Алгоритми необхідно запрограмувати на мові високого рівня, відлагодити програми і отримати результати тестових прикладів.

Різна максимальна кількість балів при оцінюванні індивідуальних завдань породжена різною складністю алгоритмів і, відповідно, різним обсягом зусиль та часу необхідних для розв'язання поставлених задач.

• Критерії оцінювання індивідуальних завдань

Максимальна кількість балів		Критерій оцінювання
Завдання 1 10 балів	Завдання 2, 3 15 балів	
10 - 9	15 - 13	Студент(ка) повністю виконав(ла) умови завдання без використання відповідних комп'ютерних пакетів, алгоритми реалізовано правильно, відповідає на всі запитання, пов'язані з тематикою завдання, проводить чіткий аналіз та порівняння отриманих результатів.
8 - 7	12 - 10	Студент(ка) повністю виконав(ла) умови завдання без використання відповідних комп'ютерних пакетів, алгоритми, які пов'язані з тематикою завдання, реалізовано правильно, на деякі запитання, відповідає з незначними неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з незначними неточностями.
6 - 5	9 - 7	Студент(ка) виконав(ла) завдання лише з використанням відповідних

		комп’ютерних пакетів з незначними помилками, але самостійно їх виправляє, якщо на них вкаже викладач, на деякі запитання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з неточностями.
4 - 3	6 - 4	Студент(ка) виконав(ла) завдання частково і лише з використанням відповідних комп’ютерних пакетів, алгоритм реалізовано з помилками, які частково може виправити, якщо на них вкаже викладач, на запитання відповідає з помилками, проводить аналіз отриманих результатів з помилками.
2 - 1	3 - 1	Студент(ка) виконав(ла) завдання частково, або з грубими помилками, які самостійно не може виправити, переважно не відповідає на запитання.
0	0	Студент(ка) не виконав(ла) завдання.

Для кожного завдання встановлено терміни здачі. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються меншою кількістю балів. Запізнення до 7 днів зменшує максимальну кількість балів на 25%, від 8 до 14 днів – на 50 %, від 15 до 21 днів – на 75 %, більше 21 днів – на 90%.

• В кінці семестру – залік: форма заліку – усне опитування. Максимальна кількість балів 50. На заліку студенту пропонується відповісти на 3 питання, відповідь на кожне з яких оцінюється максимально 15 балами (за 1 та 2 питання), або 20 балами (за 3 питання), якщо відповідь правильна, чи 0 балів, якщо відповідь неправильна. На підготовку до відповіді виділяється 20 хвилин.

Підсумкова максимальна кількість балів 100.

Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають одну письмову роботу (тест з теоретичних завдань) і подадуть письмові звіти про виконання індивідуальних завдань.

Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахуванння викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.

Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої

	літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих. **Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
Питання до заліку	Формули алгебри висловлень. Функції істинності та таблиці істинності формул алгебри висловлень. Методи перевірки тавтологій та суперечностей. Аксіоми та правила виведення числення висловлень. Теорема про заміну в численні висловлень. Нормальні форми формул числення висловлень. Алгебраїчні операції, відношення та предикати. Мова числення предикатів. Вільні та зв'язані змінні і терми. Підстановка термів у формули. Аксіоми та правила виведення числення предикатів. Доведення у численні предикатів. Теорема про заміну в численні предикатів.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

Ти ж.	**Тема, план, короткі тези**	**Форма діяльності (заняття)**	**Література. Ресурси в інтернеті**	**Завдання, год.**	**Термін виконання**
1	**Тема 1. Логічні мови. Булеві алгебри. Алгебра висловлень** (Семіотика та мови першого порядку. Функція істинності. Висловлення та дії над ними. Теорія множин і логіка. Емпіричне тлумачення логічних операцій. Логіка висловлень та контактні схеми. Формули алгебри висловлень та їхня еквівалентність. Арифметизація формул логіки. Тавтологія. Суперечність. Таблиця істинності. Побудова формули алгебри висловлень за її таблицею істинності. Булеві алгебри. Основні властивості булевих алгебр. Диз'юнквивна та кон'юктивна нормальні форми).	Лекція, самостійна робота.	[1 – 11]	2 2	1 тиждень
	Тема 1. Логічні мови. Булеві алгебри. Алгебра висловлень (Семіотика та мови першого порядку. Функція істинності.		[1 – 11]	Індивідуальне завдан	2 тижні

	Висловлення та дії над ними. Теорія множин і логіка. Емпіричне тлумачення логічних операцій. Логіка висловлень та контактні схеми. Формули алгебри висловлень та їхня еквівалентність. Арифметизація формул логіки. Тавтологія. Суперечність. Таблиця істинності. Побудова формули алгебри висловлень за її таблицею істинності. Булеві алгебри. Основні властивості булевих алгебр. Диз'юнквивна та кон'юктивна нормальні форми).	лабораторна, самостійна робота.		ня №1 4 4	
2	**Тема 2. Мова числення висловлень. Аксіоми та правила виведення числення висловлень** (Мова числення висловлень. Алфавіт, фомрули, секвенції. Схема формул. Аксіома та схема аксіоми. Вивідність формули. Секвенція. Теорема. Правило виведення. Правильні та неправильні міркування. Логічний висновок. Судження).	Лекція, самостійна робота.	[1 – 11]	2 2	1 тиждень
	Тема 2. Мова числення висловлень. Аксіоми та правила виведення числення висловлень (Мова числення висловлень. Алфавіт, фомрули, секвенції. Схема формул. Аксіома та схема аксіоми. Вивідність формули. Секвенція. Теорема. Правило виведення. Правильні та неправильні міркування. Логічний висновок. Судження).	лабораторна, самостійна робота.	[1 – 11]	4 2	2 тижні
3	**Тема 3. Формальні доведення в численні висловлень** (Лінійне доведення. Деревовидне доведення. Допустимі правила виведення. Квазідоведення. Нормальні форми формул числення висловлень. Підстановки. Синтаксична еквівалентність формул числення висловлень. Теорема про заміну. Тотожна істинність вивідних секвенцій).	Лекція, самостійна робота	[1 – 4, 7, 8]	2 2	1 тиждень

	Тема 3. Формальні доведення в численні висловлень (Лінійне доведення. Деревовидне доведення. Допустимі правила виведення. Квазідоведення. Нормальні форми формул числення висловлень. Підстановки. Синтаксична еквівалентність формул числення висловлень. Теорема про заміну. Тотожна істинність вивідних секвенцій).	лабораторна, самостійна робота	[1 – 4, 7, 8]	Індивідуальне завдання №2 4 6	2 тижні
4	**Тема 4. Числення предикатів. Алгебраїчні структури. Мова числення предикатів** (Предикати. Алгебраїчні операції. Відношення та предикати. Алгебраїчні системи. Сигнатури. Мова числення предикатів. Алфавіт мови. Терми. Формули числення предикатів. Вільні та зв'язані змінні і терми. Підстановка термів у формули).	Лекція, самостійна робота	[1 – 11]	2 2	1 тиждень
	Тема 4. Числення предикатів. Алгебраїчні структури. Мова числення предикатів (Предикати. Алгебраїчні операції. Відношення та предикати. Алгебраїчні системи. Сигнатури. Мова числення предикатів. Алфавіт мови. Терми. Формули числення предикатів. Вільні та зв'язані змінні і терми. Підстановка термів у формули).	лабораторна, самостійна робота	[1 – 11]	4 2	2 тижні
5	**Тема 5. Аксіоми та правила виведення числення предикатів** (Секвенції та аксіоми числення предикатів. Правила виведення числення предикатів. Доведення у численні предикатів. Теореми та тавтології числення предикатів).	Лекція, самостійна робота	[1 – 4, 7, 8]	2 2	1 тиждень
	Тема 5. Аксіоми та правила виведення числення предикатів (Секвенції та аксіоми числення предикатів. Правила виведення числення предикатів. Доведення у численні предикатів. Теореми та тавтології числення предикатів).	лабораторна, самостійна робота	[1 – 4, 7, 8]	4 2	2 тижні

6	**Тема 6. Еквівалентність формул числення предикатів** (Еквівалентні формули числення предикатів. Основні властивості еквівалентних формул. Теорема про заміну. Основні еквівалентності).	Лекція, самостійна робота	[1 – 4, 7, 8]	2 2	1 тиждень
	Тема 6. Еквівалентність формул числення предикатів (Еквівалентні формули числення предикатів. Основні властивості еквівалентних формул. Теорема про заміну. Основні еквівалентності).	лабораторна, самостійна робота	[1 – 4, 7, 8]	Індивідуальне завдання №3 4 6	2 тижні
7	**Тема 7. Правила силогізму. Модуси. Дедуктивні умовиводи** (Умовивід як складна форма мислення. Дедуктивні умовиводи. Умовні умовиводи. Традуктивні умовиводи. Опосередковані дедуктивні умовиводи. Демонстративні та недемонстративні умовиводи. Правила силогізму. Простий категоричний силогізм. Категоричний силогізм. Умовно-категоричний силогізм. Модуси. Модус заперечно-ствердний. Правила і модуси).	Лекція, самостійна робота.	[2, 4, 8, 12]	2 2	1 тиждень
	Тема 7. Правила силогізму. Модуси. Дедуктивні умовиводи (Умовивід як складна форма мислення. Дедуктивні умовиводи. Умовні умовиводи. Традуктивні умовиводи. Опосередковані дедуктивні умовиводи. Демонстративні та недемонстративні умовиводи. Правила силогізму. Простий категоричний силогізм. Категоричний силогізм. Умовно-категоричний силогізм. Модуси. Модус заперечно-ствердний. Правила і модуси).	лабораторна, самостійна робота.	[2, 4, 8, 12]	4 2	2 тижні
8	**Тема 8. Повна і неповна індукція. Аналогія. Форми і способи доведень** (Недедуктивні умовиводи. Індукція і дедукція. Повна і неповна індукція. Аналогія. Форми аналогії. Форми і методи доведень. Метод	Лекція, самостійна робота	[2, 4, 8, 12]	2 2	1 тиждень

	подібності. Метод допоміжних фігур. Доведення від супротивного. Рекурсія. Суперпозиція. Інтерполяція. Частковий випадок. Зведення до відомого випадку(інтерпретація)).				
	Тема 8. Повна і неповна індукція. Аналогія. Форми і способи доведень (Недедуктивні умовиводи. Індукція і дедукція. Повна і неповна індукція. Аналогія. Форми аналогії. Форми і методи доведень. Метод подібності. Метод допоміжних фігур. Доведення від супротивного. Рекурсія. Суперпозиція. Інтерполяція. Частковий випадок. Зведення до відомого випадку(інтерпретація)).	лабораторна, самостійна робота	[2, 4, 8, 12]	4 2	2 тижні