

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**  
**Кафедра математичного моделювання соціально-економічних процесів**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри математичного моделювання  
соціально-економічних процесів  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 28.08.2024 р.)

Завідуючий кафедрою Петро СЕНЬО



**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“ Випадкові процеси у системному аналізі ”,**  
**що викладається в межах ОПП Системний аналіз**  
**другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 124 – Системний аналіз**

Львів 2024 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Випадкові процеси у системному аналізі
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра математичного моделювання соціально-економічних процесів
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	12 – інформаційні технології 124 – системний аналіз
<b>Викладачі дисципліни</b>	Сеньо Петро Степанович, доктор фізико - математичних наук, професор, завідувач кафедри математичного моделювання соціально-економічних процесів Добуляк Леся Петрівна, кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри математичного моделювання соціально-економічних процесів
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:petro.seno@lnu.edu.ua">petro.seno@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/seno">https://ami.lnu.edu.ua/employee/seno</a> ; <a href="mailto:lesia.dobuliak@lnu.edu.ua">lesia.dobuliak@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/dobuliak">https://ami.lnu.edu.ua/employee/dobuliak</a> ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 361. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/ лабораторних занять (за попередньою домовленістю). В іншому випадку можливі он-лайн консультації через Zoom чи MStTeams. Для погодження часу он-лайн консультацій слід писати на електронну пошту викладача або дзвонити
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://ami.lnu.edu.ua/course/vypadkovi-protsesy-u-systemnomu-analizi">https://ami.lnu.edu.ua/course/vypadkovi-protsesy-u-systemnomu-analizi</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Випадкові процеси в системному аналізі” є нормативною дисципліною з спеціальності 124 – системний аналіз для освітньої програми Системний аналіз, яка викладається в 3-му семестрі в обсязі 5-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання принципів застосування стохастичних методів, як необхідного інструменту у вигляді програмного забезпечення для інтелектуального аналізу даних, прогнозування, аналізу економічних та соціальних процесів, а також у багатьох інших галузях науки та техніки. Тому у курсі представлено застосування висновків теорії випадкових процесів та їх методів до аналізу стохастичних явищ, що динамічно змінюються. Основну частину курсу займає розгляд практичних і теоретичних аспектів випадкових процесів та його основних програмних реалізацій.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	<b>Метою</b> вивчення нормативної дисципліни “Випадкові процеси в системному аналізі” є освоєння студентами теоретичних і практичних основ сучасних математичних методів аналізу параметризованих множин випадкових змінних для ознайомлення з типовими задачами цієї науки та формування чіткого уявлення про можливості застосування висновків її для аналізу явищ природи, планування та прогнозування виробничих процесів, практична підготовка їх до проведення статистичних досліджень, аналізу і обробки отриманих результатів для розв’язування стохастичних задач. <b>Завданням</b> вивчення навчальної дисципліни є сформувати у студентів теоретичні знання та практичні навички в області роботи з стохастичними даними; надати студентам уявлення про завдання та цілі досліджень стохастичних даних; надати студентам уявлення про основні способи

	розв'язування задач прогнозування на основі результатів аналізу стохастичних процесів, надати студентам практичні навички чисельних розрахунків з використанням комп'ютерних пакетів Mathematica та Maple.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<p style="text-align: center;"><b>Основна література</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Гармаш О.В. Теорія випадкових процесів: задачі для самостійної роботи / О.В. Гармаш. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського. – 2021. – 44 с.</li> <li>2. Лоева І.Д. Методи теорії випадкових процесів: навчальний посібник / І.Д. Лоева, Е.М. Серга, Є.П. Школьний. – 2019. – 132 с.</li> <li>3. Мішура Ю. С. Випадкові процеси: теорія, статистика, застосування : підручник / Ю. С. Мішура, К. В. Ральченко, Л. М. Сахно, Г. М. Шевченко. – 2-ге вид., випр. і допов. – Київ: ВПЦ "Київський університет". – 2023. – 496 с.</li> <li>4. Погоруй А. О. Вступ до теорії випадкових процесів : навчальний посібник / А. О. Погоруй, О. А. Чемерис. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка. – 2020. – 70 с.</li> <li>5. Рудоміно-Дусятська І.А. Теорія ймовірностей, теорія випадкових процесів та математична статистика (частина І) / І.А. Рудоміно-Дусятська, Л.М. Козубцова, О.Ю. Пояркова, Т.В. Соловійова, В.Є. Сновида, Л.М. Цитрицька. – Київ: ВІТІ. – 2018. – 187 с.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b>Додаткова література</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>6. Жлуктенко В. І. Стохастичні моделі в економіці: монографія / В.І. Жлуктенко, А. В. Бегун. – К.: КНЕУ. – 2005. – 352 с. – ISBN 966-574-744-4.</li> <li>7. Жлуктенко В. І. Стохастичні процеси та моделі в економіці, соціології, екології: навч. посіб. / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний, С.С.Савіна. – К.: КНЕУ. – 2002. – 226 с. – ISBN 966-574-346-5.</li> <li>8. Козаченко Ю.В. Моделювання випадкових процесів та полів: монографія / Ю.В. Козаченко, А.О. Пашко, І.В. Розора – К.: ВПЦ «Задруга». – 2007. – 230 с.</li> <li>9. Сеньо П.С. Випадкові процеси: підручник / П.С. Сеньо. – Львів. – Компакт-ЛВ. – 2006. – 288 с. – ISBN 966-96414-7-0.</li> <li>10. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: підручник / П.С. Сеньо. – Київ. – Знання. – 2007. – 557 с. – ISBN 966-346-284-1.</li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 150 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 86 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	Після завершення цього курсу студент буде : Знати: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Характеристики випадкових процесів;</li> <li>- Експериментальне визначення числових характеристик випадкового процесу;</li> <li>- Основні класи випадкових процесів;</li> <li>- Перетворення випадкових процесів;</li> <li>- Граничну теорему для середнього значення стохастичного процесу. Загальну ергодичну теорему;</li> <li>- Однорідні ланцюги Маркова з дискретним часом;</li> <li>- Марковські випадкові процеси з неперервним часом;</li> </ul>

- Стаціонарні випадкові процеси;
- Гіллясті випадкові процеси;
- Рівняння Колмогорова - Чепмена та диференціальні рівняння Колмогорова.

Вміти:

- Будувати реалізації випадкового процесу;
- Зображати процес графічно;
- Експериментально визначати числові характеристики випадкового процесу;
- Перевіряти існування тренду часового ряду;
- Виділяти тренд часового ряду;
- Обчислювати автотокореляції та авторегресії часового ряду;
- Додавати, диференціювати та інтегрувати випадкові процеси;
- Здійснювати аналіз випадкових процесів методом генератрис;
- Робити канонічний розклад випадкового процесу.

**Курс забезпечує набуття таких компетентностей:**

інтегральна компетентність (ІК) –

- ІК. Здатність розв'язувати задачі дослідницького та/або інноваційного характеру у галузі системного аналізу,

загальні компетентності (ЗК) –

- ЗК3. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

спеціальні (фахові, предметні компетентності) (СК) –

- СК2. Здатність проєктувати архітектуру інформаційних систем
- СК3. Здатність розробляти системи підтримки прийняття рішень та рекомендаційні системи.
- СК4. Здатність оцінювати ризики, розробляти алгоритми управління ризиками в складних системах різної природи.
- СК6. Здатність застосовувати теорію і методи Data Science для здійснення інтелектуального аналізу даних з метою виявлення нових властивостей та генерації нових знань про складні системи.
- СК11. Здатність досліджувати математичні моделі та методи їх розв'язування.
- СК12. Здатність застосовувати сучасні інформаційні технології при розв'язанні задач системного аналізу.

та програмних результатів навчання (ПРН) –

- РН1 Спеціалізовані концептуальні знання, що включають сучасні наукові здобутки у сфері системного аналізу та інформаційних технологій і є основою для оригінального мислення та проведення досліджень.
- РН3 Застосовувати методи розкриття невизначеностей в задачах системного аналізу, розкривати ситуаційні невизначеності та невизначеності в задачах взаємодії, протидії та конфлікту стратегій, знаходити компроміс при розкритті концептуальної невизначеності.
- РН4 Розробляти та застосовувати методи, алгоритми та інструменти прогнозування розвитку складних систем і процесів різної природи.
- РН7 Розробляти інтелектуальні системи в умовах слабо

	<p>структурованих даних різної природи.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• РН8 Здійснювати ідентифікацію та оцінювання параметрів математичних моделей об'єктів керування.</li> <li>• РН13 Здійснювати обробку, аналіз, систематизацію науково-технічної інформації, узагальнювати передовий вітчизняний та зарубіжний досвід з питань системного аналізу.</li> </ul>																																				
<b>Ключові слова</b>	Випадковий процес, часовий ряд, ергодична теорема, тренд, мартиггал, генератриса, ланцюг Маркова, Марковські процеси.																																				
<b>Формат курсу</b>	Очний																																				
<b>Теми</b>	Теми подані у Схемі курсу нижче																																				
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Екзамен																																				
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з <ul style="list-style-type: none"> <li>- Математичного аналізу;</li> <li>- Алгебри та геометрії;</li> <li>- Диференціальних рівнянь</li> <li>- Функціонального аналізу</li> </ul> достатніх для сприйняття категоріального апарату випадкових процесів.																																				
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції Індивідуальні завдання Групові проекти, менторство																																				
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із програмним забезпеченням пакетів Mathematica та Maple, Internet доступ до обчислювального кластера, проектор, сканер, обладнання спеціалізованої лабораторії математичного та комп'ютерного моделювання (офіс 365). Для організації відеоконференцій використовується програма Zoom (безкоштовна ліцензія Zoom Meetings Education) і MS Teams (ліцензія Microsoft 365 A5)																																				
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Оцінка ЄКТС</th> <th rowspan="2">Оцінка в балах</th> <th colspan="2">Оцінка за національною шкалою</th> <th rowspan="2">Залік</th> </tr> <tr> <th colspan="2">Екзамен, диференційований залік</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>90-100</td> <td>5</td> <td>відмінно</td> <td rowspan="4">зараховано</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>81-89</td> <td rowspan="2">4</td> <td>дуже добре</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>71-80</td> <td>добре</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>61-70</td> <td rowspan="2">3</td> <td>задовільно</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>51-60</td> <td>достатньо</td> </tr> <tr> <td>FX</td> <td>21-50</td> <td>2</td> <td>незадовільно</td> <td>не зараховано</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>0-20</td> <td>2</td> <td>незадовільно (без права перездачі)</td> <td>не зараховано (без права перездачі)</td> </tr> </tbody> </table>	Оцінка ЄКТС	Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		Залік	Екзамен, диференційований залік		A	90-100	5	відмінно	зараховано	B	81-89	4	дуже добре	C	71-80	добре	D	61-70	3	задовільно	E	51-60	достатньо	FX	21-50	2	незадовільно	не зараховано	F	0-20	2	незадовільно (без права перездачі)	не зараховано (без права перездачі)
Оцінка ЄКТС	Оцінка в балах			Оцінка за національною шкалою			Залік																														
		Екзамен, диференційований залік																																			
A	90-100	5	відмінно	зараховано																																	
B	81-89	4	дуже добре																																		
C	71-80		добре																																		
D	61-70	3	задовільно																																		
E	51-60		достатньо																																		
FX	21-50	2	незадовільно	не зараховано																																	
F	0-20	2	незадовільно (без права перездачі)	не зараховано (без права перездачі)																																	

- Бали нараховуються за наступним співвідношенням:  
– індивідуальні завдання : 50% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 50, всіх індивідуальних завдань 4, максимальна кількість балів:  
за перше індивідуальне завдання – 15 балів,  
за друге індивідуальне завдання – 10 балів,  
за третє індивідуальне завдання – 10 балів,  
за четверте індивідуальне завдання – 15 балів;  
– екзамен: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50.  
Підсумкова максимальна кількість балів 100.

• Індивідуальні завдання  
Кожен(на) студент(а) отримує окреме (персональне) завдання, для розв'язування якого потрібно використати один чи декілька із розглянутих на лекціях алгоритмів. Кожне індивідуальне завдання відповідає блоку питань, відображених у Схемі курсу.

Алгоритми необхідно запрограмувати на мові високого рівня, відлагодити програми і отримати результати тестових прикладів.

Різна максимальна кількість балів при оцінюванні індивідуальних завдань породжена різною складністю алгоритмів і, відповідно, різним обсягом зусиль та часу необхідних для розв'язання поставлених задач.

- Критерії оцінювання індивідуальних завдань

Максимальна кількість балів		Критерій оцінювання
Завдання 2, 3 10 балів	Завдання 1, 4 15 балів	
10 - 9	15 - 13	Студент(ка) повністю виконав(ла) умови завдання без використання відповідних комп'ютерних пакетів, алгоритми реалізовано правильно, відповідає на всі запитання, пов'язані з тематикою завдання, проводить чіткий аналіз та порівняння отриманих результатів.
8 - 7	12 - 10	Студент(ка) повністю виконав(ла) умови завдання без використання відповідних комп'ютерних пакетів, алгоритми, які пов'язані з тематикою завдання, реалізовано правильно, на деякі запитання, відповідає з незначними неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з незначними неточностями.
6 - 5	9 - 7	Студент(ка) виконав(ла) завдання лише з використанням відповідних комп'ютерних пакетів з незначними помилками, але самостійно їх виправляє, якщо на них вкаже викладач, на деякі запитання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з неточностями.
4 - 3	6 - 4	Студент(ка) виконав(ла) завдання частково і лише з використанням

		відповідних комп'ютерних пакетів, алгоритм реалізовано з помилками, які частково може виправити, якщо на них вкаже викладач, на запитання відповідає з помилками, проводить аналіз отриманих результатів з помилками.
2 - 1	3 - 1	Студент(ка) виконав(ла) завдання частково, або з грубими помилками, які самостійно не може виправити, переважно не відповідає на запитання.
0	0	Студент(ка) не виконав(ла) завдання.

Для кожного завдання встановлено терміни здачі. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються меншою кількістю балів. Запізнення до 7 днів зменшує максимальну кількість балів на 25%, від 8 до 14 днів – на 50 %, від 15 до 21 днів – на 75 %, більше 21 днів – на 90%.

- В кінці семестру – іспит: форма іспиту – письмове опитування. Максимальна кількість балів 50. На іспиті студенту пропонується відповісти на 3 питання, відповідь на кожне з яких оцінюється максимально 15 балами (за 1 та 2 питання), або 20 балами (за 3 питання), якщо відповідь правильна, чи 0 балів, якщо відповідь неправильна. На виконання завдань виділяється 60 хвилин.

Підсумкова максимальна кількість балів 100.

**Письмові роботи:** Очікується, що студенти виконають одну письмову роботу (тест з теоретичних завдань) і подадуть письмові звіти про виконання індивідуальних завдань.

**Академічна добросовісність:** Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недобросовісності. Виявлення ознак академічної недобросовісності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

**Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.

**Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

**Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.

	Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
<b>Питання до екзамену.</b>	<p>Процес. Випадковий процес. Основні поняття теорії випадкових процесів. Класифікація випадкових процесів. Скінченновимірні розподіли випадкового процесу.</p> <p>Математичне сподівання та дисперсія випадкового процесу. Властивості. Кореляційна функція, нормована кореляційна функція випадкового процесу; взаємна кореляційна функція, нормована взаємна кореляційна функція двох випадкових процесів. Властивості.</p> <p>Знаходження реалізацій випадкового процесу та його графічне зображення.</p> <p>Експериментальне визначення числових характеристик випадкового процесу.</p> <p>Алгоритми виявлення тренду часового ряду.</p> <p>Згладжування часового ряду та побудова його тренду.</p> <p>Основні класи випадкових процесів.</p> <p>Перетворення випадкових процесів.</p> <p>Числові характеристики суми випадкових процесів.</p> <p>Теорема про математичне сподівання та кореляційну функцію похідної випадкового процесу.</p> <p>Теорема про існування математичного сподівання та кореляційної функції інтеграла від випадкового процесу.</p> <p>Однорідні ланцюги Маркова з дискретним часом.</p> <p>Ймовірність переходу системи зі стану в стан за <math>n</math> кроків. Формула Колмогорова-Чепмена.</p> <p>Ймовірність перебування системи у заданому стані на <math>n</math>-ому кроці.</p> <p>Стационарний розподіл ймовірностей для ергодичного ланцюга Маркова.</p> <p>Марковські випадкові процеси з неперервним часом. Співвідношення для перехідних ймовірностей процесу.</p> <p>Диференціальні рівняння для перехідних ймовірностей Марковського процесу.</p> <p>Процес Пуассона.</p> <p>Процеси розмноження та вимирання у загальному.</p> <p>Канонічний розклад випадкового процесу.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

Ти ж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література . Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	<p><b>Тема 1. Структура випадкового процесу.</b></p> <p>(Випадкові процеси. Їх класифікація. Перетини, реалізації випадкового процесу. Скінченновимірні розподіли стохастичного процесу. Умовні функції розподілу і умовні густини розподілу ймовірностей).</p>	Лекція, самостійна робота.	[1, 2, 3, 4, 5, 9, 10]	2 2	1 тиждень



	<b>Тема 1. Моделювання та розігрування випадкових змінних</b> (Таблиці випадкових чисел. Алгоритм фон Неймана. Генератори (датчики) випадкових чисел. Оператор RANDOM та його опції. Моделювання та розігрування дискретних і абсолютно неперервних випадкових змінних).	Лабораторна, самостійна робота.	[3, 8, 10]	2 3	1 тиждень
1	<b>Тема 2. Характеристики випадкових процесів.</b> (Математичне сподівання випадкового процесу. Дисперсія випадкового процесу. Центрований випадковий процес. Кореляційна функція випадкового процесу. Нормована кореляційна функція випадкового процесу. Взаємна кореляційна функція двох стохастичних процесів. Нормована взаємна кореляційна функція двох стохастичних процесів. Експериментальне визначення характеристик випадкового процесу).	Лекція, самостійна робота.	[1, 3, 5, 9, 10]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 2. Зображення випадкових процесів</b> (Табличне зображення значень реалізацій випадкового процесу, отриманих експериментально. Зображення елементарних випадкових процесів. Використання характеристик випадкових процесів для їх зображень).	Лабораторна, самостійна робота.	[3, 8, 9, 10]	Індивідуальне завдання №1 2 3	1 тиждень
2	<b>Тема 3. Аналіз часових рядів</b> (Перевірка гіпотези про існування тренду. Метод Ф. Фостера та А. Стюарта. Виділення тренду часового ряду. Метод ковзного середнього. Метод найменших квадратів. Визначення степеня тренду часового ряду. Автокореляція та авторегресія часового ряду).	Лекція, самостійна робота	[2, 3, 9]	2 3	1 тиждень
	<b>Тема 3. Виділення тренду часового ряду</b> (Перевірка гіпотези про існування тренду. Виділення тренду часового ряду методом ковзного середнього. Виділення тренду часового ряду у	Лабораторна, самостійна робота	[3, 9]	2 3	1 тиждень

	<p>вигляді алгебраїчного многочлена методом найменших квадратів. Визначення степеня тренду часового ряду. Аналітичне виділення тренду часового ряду. Автокореляція та авторегресія часового ряду).</p>				
2	<p><b>Тема 4. Основні класи випадкових процесів</b> (Процеси з незалежними приростами. Вінерівський процес. Загальні пуасонівські процеси. Загальні процеси броунівського руху. Ланцюги Маркова. Процеси з незалежними значеннями. Марковські випадкові процеси. Мартингалі. Стаціонарні випадкові процеси).</p>	Лекція, самостійна робота	[1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10]	2 2	1 тиждень
	<p><b>Тема 4. Визначення характеристик основних класів випадкових процесів</b> (Визначення характеристик процесів з незалежними приростами. Визначення характеристик вінерівського процесу. Визначення характеристик ланцюгів Маркова. Визначення характеристик процесів з незалежними значеннями. Визначення характеристик марковських випадкових процесів. Визначення характеристик мартингалів. Визначення характеристик стаціонарних випадкових процесів).</p>	Лабораторна, самостійна робота	[3, 6, 7, 9]	2 3	1 тиждень
3	<p><b>Тема 5. Перетворення випадкових процесів</b> (Додавання стохастичних процесів. Характеристики суми стохастичних процесів. Збіжність у середньому квадратичному. Границя у середньому квадратичному. Диференціювання стохастичного процесу. Теореми про збіжність характеристик послідовності випадкових процесів до відповідних характеристик граничного випадкового процесу. Теореми про співпадіння характеристик похідної випадкового процесу з</p>	Лекція, самостійна робота	[1, 2, 3, 9]	2 4	1 тиждень

	<p>похідною відповідних характеристик цього випадкового процесу. Необхідна і достатня умова існування похідної випадкового процесу.</p> <p>Інтегрування випадкових процесів. Теореми про співпадіння характеристик інтегралу від випадкового процесу з інтегралом відповідних характеристик цього випадкового процесу. Необхідна і достатня умова існування інтегралів від математичного сподівання випадкового процесу та від його кореляційної функції).</p>				
	<p><b>Тема 5. Перетворення випадкових процесів</b> (Додавання стохастичних процесів. Диференціювання стохастичного процесу. Інтегрування випадкових процесів).</p>	Лабораторна, самостійна робота	[1, 2, 3, 9]	Індивідуальне завдання №2 2 4	1 тиждень
3	<p><b>Тема 6. Граничні теореми випадкових процесів</b> (Гранична теорема для середнього значення стохастичного процесу. Необхідна і достатня умова того, що середнє значення кореляційної функції випадкового процесу прямує до нуля при необмеженому розширенні інтервала осереднення. Загальна ергодична теорема. Спрощена достатня умова того, що середнє значення кореляційної функції випадкового процесу прямує до нуля при необмеженому розширенні інтервала осереднення).</p>	Лекція, самостійна робота	[2, 3, 4, 9]	2 2	1 тиждень
	<p><b>Тема 6. Зображення похідних та інтегралів від випадкових процесів</b> (Зображення характеристик похідних та інтегралів випадкових процесів. Використання зображень характеристик похідних та інтегралів випадкових процесів для побудови зображення похідних та інтегралів від випадкових процесів, відповідно).</p>	Лабораторна, самостійна робота	[2, 3, 9]	2 3	1 тиждень

4	<b>Тема 7. Рекурентні події та ланцюги Маркова</b> (Опис та зображення ланцюгів Маркова. Типові приклади ланцюгів Маркова. Рекурентні події та ланцюги Маркова. Основне рівняння рекурентних подій. Зв'язок між станами системи в ланцюзі Маркова та рекурентними подіями).	Лекція, самостійна робота.	[3, 9]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 7. Рекурентні події та ланцюги Маркова</b> (Опис та зображення ланцюгів Маркова. Класифікація станів ланцюга Маркова. Рекурентні події та ланцюги Маркова. Основне рівняння рекурентних подій).	Лабораторна, самостійна робота.	[3, 9]	2 3	1 тиждень
4	<b>Тема 8. Аналіз однорідних ланцюгів Маркова з дискретним часом</b> (Генератриса. Властивості. Генератриса хвостів функції розподілу випадкової змінної. Генератриса згортки послідовностей. Відтворення розподілу за його генератрисою. Стаціонарний розподіл для ергодичного ланцюга Маркова. Імовірність перебування системи у заданому стані в далекому майбутньому).	Лекція, самостійна робота	[3, 4, 9, 10]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 8. Аналіз однорідних ланцюгів Маркова з дискретним часом</b> (Генератриса. Властивості. Генератриса хвостів функції розподілу випадкової змінної. Генератриса згортки послідовностей. Відтворення розподілу за його генератрисою. Стаціонарний розподіл для ергодичного ланцюга Маркова. Імовірність перебування системи у заданому стані в далекому майбутньому).	Лабораторна, самостійна робота	[3, 4, 9, 10]	Індивідуальне завдання №3 2 3	1 тиждень

5	<b>Тема 9. Динаміка переходів у ланцюзі Маркова з одного стану у інший стан</b> (Замкнені множини станів. Імовірність переходу системи зі стану в стан за $n$ кроків. Імовірність перебування системи в заданому стані на $n$ – ому кроці. Імовірність перебування системи у заданому стані в далекому майбутньому).	Лекція, самостійна робота.	[3, 9, 10]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 9. Динаміка переходів у ланцюзі Маркова з одного стану у інший стан</b> (Імовірність переходу системи зі стану в стан за $n$ кроків. Імовірність перебування системи в заданому стані на $n$ – ому кроці. Імовірність перебування системи у заданому стані в далекому майбутньому).	Лабораторна, самостійна робота.	[3, 9, 10]	Індивідуальне завдання №4 2 3	1 тиждень
5	<b>Тема 10. Аналіз марковських випадкових процесів з неперервним часом</b> (Співвідношення для перехідних ймовірностей процесу. Диференціальні рівняння для перехідних ймовірностей. Прямата зворотна (обернена) системи диференціальних рівнянь Колмогорова - Чепмена).	Лекція, самостійна робота.	[3, 4, 9]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 10. Аналіз марковських випадкових процесів з неперервним часом</b> (Співвідношення для перехідних ймовірностей процесу. Диференціальні рівняння для перехідних ймовірностей. Прямата зворотна (обернена) системи диференціальних рівнянь Колмогорова - Чепмена).	Лабораторна, самостійна робота.	[3, 4, 9]	2 3	1 тиждень
6	<b>Тема 11. Процес Пуасона</b> (Опис та граф процесу. Різницеві та диференціальні рівняння процесу. Імовірність перебування процесу у вказаному стані у вказаний момент часу).	Лекція, самостійна робота	[3, 4, 9, 10]	2 3	1 тиждень
	<b>Тема 11. Процес Пуасона</b> (Граф процесу. Різницеві та диференціальні рівняння процесу. Імовірність перебування процесу у вказаному стані у вказаний	Лабораторна, самостійна робота	[3, 4, 9, 10]	2 3	1 тиждень

	момент часу).				
6	<b>Тема 12. Процеси розмноження та вимирання</b> (Опис і граф процесів розмноження та вимирання. Математична модель процесів розмноження та вимирання. Процеси чистого розмноження з незалежними від часу інтенсивностями. Теорема Феллера. Процеси чистого розмноження з незалежними від станів інтенсивностями. Процеси чистого вимирання з незалежними від часу інтенсивностями. Процеси чистого вимирання з незалежними від станів інтенсивностями. Процеси розмноження та вимирання в системах масового обслуговування).	Лекція, самостійна робота	[3, 9, 10]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 12. Процеси розмноження та вимирання</b> (Граф процесів розмноження та вимирання. Математична модель процесів розмноження та вимирання. Процеси чистого розмноження з незалежними від часу інтенсивностями. Процеси чистого розмноження з незалежними від станів інтенсивностями. Процеси чистого вимирання з незалежними від часу інтенсивностями. Процеси чистого вимирання з незалежними від станів інтенсивностями. Процеси розмноження та вимирання в системах масового обслуговування).	Лабораторна, самостійна робота	[3, 9, 10]	2 3	1 тиждень
7	<b>Тема 13. Виразення випадкового процесу через елементарні випадкові процеси</b> (Зображення випадкового процесу у вигляді суми елементарних випадкових процесів. Зображення випадкового процесу у вигляді інтегралу від елементарних випадкових процесів).	Лекція, самостійна робота	[3, 9]	2 3	1 тиждень

	<b>Тема 13. Вираження випадкового процесу через елементарні випадкові процеси</b> (Зображення випадкового процесу у вигляді суми елементарних випадкових процесів. Зображення випадкового процесу у вигляді інтегралу від елементарних випадкових процесів).	Лабораторна, самостійна робота	[3, 9]	2 3	1 тиждень
7	<b>Тема 14. Канонічний розклад випадкового процесу</b> (Знаходження координатних функцій канонічного розкладу випадкового процесу. Теорема про побудову оптимальних координатних функцій. Знаходження коефіцієнтів розкладу в дискретній множині точок. Теорема про побудову точного зображення даного центрованого випадкового процесу при всіх значеннях його аргументу. Знаходження коефіцієнтів розкладу в заданій області зміни аргументу. Побудова канонічного розкладу випадкового процесу за канонічним розкладом його кореляційної функції).	Лекція, самостійна робота	[3, 9]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 14. Канонічний розклад випадкового процесу</b> (Знаходження координатних функцій канонічного розкладу випадкового процесу. Побудова оптимальних координатних функцій. Знаходження коефіцієнтів розкладу в дискретній множині точок. Побудова точного зображення даного центрованого випадкового процесу при всіх значеннях його аргументу. Знаходження коефіцієнтів розкладу в заданій області зміни аргументу. Побудова канонічного розкладу випадкового процесу за канонічним розкладом його кореляційної функції).	Лабораторна, самостійна робота	[3, 9]	2 3	1 тиждень
8	<b>Тема 15. Кореляційна теорія стабілізованих режимів випадкових процесів</b> (Стаціонарні випадкові процеси. Характеристики стаціонарних	Лекція, самостійна робота.	[2, 3, 9]	2 2	1 тиждень

	стохастичних процесів. Властивість ергодичності стаціонарних випадкових процесів).				
	<b>Тема 15. Кореляційна теорія стабілізованих режимів випадкових процесів</b> (Характеристики стаціонарних стохастичних процесів. Властивість ергодичності стаціонарних випадкових процесів).	Лабораторна, самостійна робота.	[2, 3, 9]	2 3	1 тиждень
8	<b>Тема 16. Розклад стаціонарних випадкових процесів</b> (Спектральний розклад стаціонарних випадкових процесів. Спектральний розклад на скінченому інтервалі. Спектр дисперсій. Спектральний розклад на нескінченому інтервалі. Спектральна густина. Нормована спектральна густина. Стохастичні процеси, які зводяться до стаціонарних випадкових процесів. Визначення характеристик ергодичного стаціонарного випадкового процесу по одній його реалізації).	Лекція, самостійна робота	[1, 2, 3, 9]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 16. Розклад стаціонарних випадкових процесів</b> (Спектральний розклад стаціонарних випадкових процесів. Спектральний розклад на скінченому інтервалі. Спектр дисперсій. Спектральний розклад на нескінченому інтервалі. Спектральна густина. Нормована спектральна густина. Стохастичні процеси, які зводяться до стаціонарних випадкових процесів. Визначення характеристик ергодичного стаціонарного випадкового процесу по одній його реалізації).	Лабораторна, самостійна робота	[1, 2, 3, 9]	2 3	1 тиждень