

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**  
**Кафедра теорії оптимальних процесів**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри теорії оптимальних процесів  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 28.08.2024 р.)



проф. Шахно С.М

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Сучасні проблеми оптимізації та ідентифікації”,**  
**що викладається в межах ОПП Системний аналіз**  
**другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 124 – системний аналіз**

Львів 2024 р.

|  |  |
|--|--|
| <b>Назва дисципліни</b>  | Сучасні проблеми оптимізації та ідентифікації  |
| <b>Адреса викладання дисципліни</b>                              | Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка<br>м. Львів, вул. Університетська 1  |
| <b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>       | Факультет прикладної математики та інформатики<br>Кафедра теорії оптимальних процесів  |
| <b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>                 | 12 – інформаційні технології<br>124 – системний аналіз   |
| <b>Викладачі дисципліни</b>                                      | Шахно Степан Михайлович, завідувач кафедри теорії оптимальних процесів, професор,<br>Бартіш Михайло Ярославович, професор кафедри теорії оптимальних процесів, професор,<br>Огородник Наталія Пилипівна, доцент кафедри теорії оптимальних процесів.   |
| <b>Контактна інформація викладачів</b>                           | stepan.shakhno@lnu.edu.ua; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/shahno">https://ami.lnu.edu.ua/employee/shahno</a> ;<br><a href="mailto:Mykhailo.bartish@gmail.com">Mykhailo.bartish@gmail.com</a> <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/bartish">https://ami.lnu.edu.ua/employee/bartish</a><br>nataliya.ohorodnyk@lnu.edu.ua; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/ohorodnyk">https://ami.lnu.edu.ua/employee/ohorodnyk</a><br>Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, ауд. 269.<br>м. Львів, вул. Університетська, 1  |
| <b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b> | Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).   |
| <b>Сторінка курсу</b>  | <a href="https://ami.lnu.edu.ua/course/dvvs-top-suchasni-metody-optymizatsii-ta-identyfikatsii">https://ami.lnu.edu.ua/course/dvvs-top-suchasni-metody-optymizatsii-ta-identyfikatsii</a>  |
| <b>Інформація про дисципліну</b>                                 | Курс розроблено таким чином, щоб надати студентам знання принципів вибору ефективних методів розв'язування задач мінімізації для функцій багатьох змінних та нелінійних задач найменших квадратів (НЗНК), як необхідного інструменту у вигляді програмного забезпечення в інженерному проектуванні, а також у багатьох інших галузях науки та техніки. У курсі представлено застосування методів до розв'язання вищеназваних задач у випадку скінченновимірного простору великої розмірності. Основну частину курсу займає розгляд теоретичних і практичних аспектів методів розв'язування задач оптимізації, НЗНК та їх основних програмних реалізацій. |
| <b>Коротка анотація дисципліни</b>                               | Дисципліна “Сучасні проблеми оптимізації та ідентифікації” є дисципліною за вибором зі спеціальності 124 – системний аналіз для ООП «Системний аналіз», яка викладається в 2-му семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).  |
| <b>Мета та цілі дисципліни</b>                                   | Метою вивчення дисципліни «Сучасні проблеми оптимізації та ідентифікації» є освоєння студентами теоретичних і практичних основ методів мінімізації та НЗНК у спеціальних випадках, побудови ефективних методів розв'язування задач великої розмірності та принципів розробки програмного забезпечення для їх реалізації на робочих станціях і кластерах.   |
| <b>Література для вивчення</b>                                   | 1. Бартіш М.Я. Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. Львів, Вид. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006, 225с.   |

## дисципліни

2. Бартіш М.Я., Дудзяний І.М. Дослідження операцій. Частина 4. Нелінійне програмування. Львів, Вид. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2011, 208с.
3. Бартіш М.Я., Огородник Н.П. Трикрокові ітераційні алгоритми розв'язування систем нелінійних рівнянь. Вісник Львів. ун-ту. Сер. Прикладна математика та інформатика.- 2007. вип.12, с.23-31.
4. Бартіш М.Я., Огородник Н.П., Трикроковий алгоритм мінімізації функцій. Математичні студії. - 2008. - 29, №1, с.108-112.
5. І.В. Бейко, П.М. Зінько, О.Г.Наконечний. Задачі, методи та алгоритми
6. оптимізації.- Київ, ВПЦ "Київський університет", 2012, 711с.
7. Задірака В.К., Семенов В.Ю. Методи розв'язування систем нелінійних рівнянь та задач мінімізації. Елементи теорії та застосування. - Київ. Наукова думка, 2021.
8. J.E. Dennis, Jr., Robert B. Schnabel. Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations // Cambridge University Press, 1987, 394 p.
9. С.М. Шахно. Різницеві та параметричні ітераційні методи для розв'язування нелінійних задач : автореф. дис. ... д-ра фіз.-мат. наук : 01.05.02. — К., 2012.
- 10.S. Shakhno, M. Havdiak, R. Iakymchuk, H. Yarmola Secant type method with approximation of the inverse operator for the nonlinear least square problem // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. та інф. 2022, Вип. 30. С. 93–103
11. Argyros, I.K., Shakhno, S., Iakymchuk, R., Yarmola, H., Argyros, M.I. Gauss–Newton–secant method for solving nonlinear least squares problems under generalized Lipschitz conditions // Axioms, 2021, 10(3), 158
12. I.K. Argyros, R. P. Iakymchuk, S. M. Shakhno and H. P. Yarmola On an improved convergence analysis of a two-step Gauss-Newton type method under generalized Lipschitz conditions // Carpathian J. Math. 36 (2020), no. 3, 365 – 372
13. I.K. Argyros, S. M. Shakhno, H. P. Yarmola . Local convergence analysis of the Gauss-Newton-Kurchatov method // Mathematical Modeling and Computing, Vol. 7, No. 2, pp. 248–258 (2020)
14. S. M. Shakhno, R. P. Iakymchuk, H. P. Yarmola. Convergence of a two-step method for the nonlinear least squares problem with decomposition of operator // Journal of Numerical & Applied Mathematics, 2018, 2 (128) 82-95
15. Ioannis Argyros, Stepan Shakhno, Yurii Shunkin. Improved Convergence Analysis of Gauss-Newton-Secant Method for Solving Nonlinear Least Squares Problems // Mathematics 2019, 7(1), 99; <https://doi.org/10.3390/math7010099>
16. С.М.Шахно, Гнатишин О.П. Застосування методів типу Гауса-Ньютона до нелінійної задачі найменших квадратів з обмеженнями.// Вісник Львів. Ун-ту. Сер. прикл. мат. та інф. Вип. 1. 2000. С.255-258.
17. С.М. Шахно. Застосування методів з послідовною і паралельною апроксимаціями оберненого оператора до нелінійних задач найменших квадратів // Інформаційні технології і системи, 1999, 2, N 1. С. 151-154.
- 18.Iakymchuk R.P., Shakhno S.M., Yarmola H.P. Convergence analysis of a two-step modification of the Gauss-Newton method and its Applications // Журнал обчислювальної та прикладної математики. – 2017. – № 3 (126). – С.61- 74
- 19.Shakhno S.M., Iakymchuk R .Methods with Successive and Parallel Approximations of Inverse Operator for the Nonlinear Least Squares Problem // PAMM · Proc. Appl. Math. Mech.,15, 569-570 (2015) // DOI 10.1002/pamm.201510274.
20. S. M. Shakhno . Gauss–Newton–Kurchatov Method for the Solution of Nonlinear Least-Squares Problems // Journal of Mathematical Sciences 247(1) Journal of Mathematical Sciences volume 247, pages58–72(2020) DOI: 10.1007/s10958-020-04789-y
- 21.Shakhno S.M. , Yarmola H.P. Local convergence of the Gauss-Newton-Kurchatov method under generalized Lipschitz conditions // Карпатські матем. публ. 2021, Т.13, №2, С.305–314
22. Ioannis K. Argyros. The Theory and Applications of Iteration Methods CRC Press, 2022, 470 p.

|   |  |
|---|--|
| <b>Обсяг курсу</b>  | Загальний обсяг: 90 години. Аудиторних занять: 32 год., з них 16 год. лекційних, 16 год. практичних та 58 год. самостійної роботи.   |
| <b>Очікувані результати навчання</b>  | Після завершення цього курсу студент буде :<br>Знати: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ефективність чисельних методів оптимізації та НЗНК в сенсі кількості обчислень для розв'язування конкретної задачі;</li> <li>- Двокрокові та трикрокові числові методи мінімізації.</li> <li>- Чисельні методи мінімізації з порядком збіжності <math>1+\sqrt{2}</math>.</li> <li>- Чисельні методи для мінімізації функцій з особливостями.</li> <li>- Методи розв'язування нелінійних задач найменших квадратів (НЗНК).</li> <li>- Методи з послідовною і паралельною апроксимацією для НЗНК.</li> <li>- Однокрокові та двокрокові методи Гаусса-Ньютона та їх різницеві модифікації.</li> <li>- Комбіновані методи Гаусса-Ньютона-хорд, Гаусса-Ньютона-Курчатова, Гаусса-Ньютона-Потра для НЗНК з декомпозицією оператора.</li> </ul> Вміти: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Здійснити вибір ефективного методу, в сенсі кількості обчислень, для розв'язування конкретної задачі мінімізації чи НЗНК.</li> <li>- Реалізовувати ітераційні методи розв'язування задач мінімізації та НЗНК.</li> <li>- Використовувати позитивні властивості алгоритму для його реалізації.</li> </ul> |
| <b>Ключові слова</b>  | Мінімізація функцій однієї і багатьох змінних. Чисельні методи мінімізації. Двокрокові і трикрокові методи мінімізації. Різницеві методи для задач безумовної мінімізації. Нелінійна задача найменших квадратів. Метод Гаусса-Ньютона. Різницеві методи для НЗНК. Комбіновані методи для НЗНК з декомпозицією оператора. Ефективність алгоритму в сенсі кількості обчислень.   |
| <b>Формат курсу</b>   | Очний, дистанційний<br>Проведення лекцій, практичних занять і консультацій.<br>Ознайомлення з Internet курсами   |
| <b>Теми</b>   | Подано нижче в таблиці «Схема курсу»   |
| <b>Підсумковий контроль, форма</b>  | Залік у кінці семестру   |
| <b>Пререквізити</b>   | Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з <ul style="list-style-type: none"> <li>- Чисельних методів,</li> <li>- Програмування;</li> <li>- Функціонального аналізу,</li> <li>- Диференціальних рівнянь,</li> <li>- Методів оптимізації,</li> </ul> достатніх для сприйняття категоріального апарату методів нелінійної оптимізації та НЗНК.   |
| <b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання</b> | Лекції, презентації, практичні заняття.<br>Індивідуальні завдання.   |

|  |  |
|--|--|
| <b>курсу</b>   |  |
| <b>Необхідне обладнання</b>  | Комп'ютер, доступ до Internet мережі   |
| <b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b> | <p>Оцінювання в семестрі проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• індивідуальні завдання : 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50, невчасна здача завдання знижує кількість балів на 2 щотижня.</li> <li>• колоквиум з виконанням індивідуальних завдань: 25% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 25.</li> <li>• робота на заняттях: 25% семестрової оцінки; макс. кількість балів 25.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p><b>Індивідуальні роботи:</b> Очікується, що студенти виконають по 2 індивідуальних завдання з відповідним захистом.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p> |
| <b>Питання до заліку.</b>  | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Постановка задачі оптимізації. Класифікація алгоритмів.</li> <li>2. Числові методи мінімізації з порядком збіжності <math>1+\sqrt{2}</math></li> <li>3. Двокрокові числові методи мінімізації градієнтного типу.</li> <li>4. Трикрокові числові методи мінімізації градієнтного типу.</li> <li>5. Трикрокові числові методи мінімізації на основі методу Ньютона.</li> <li>6. Трикрокові числові методи мінімізації на основі квазіньютонівських методів.</li> <li>7. Трикрокові числові методи мінімізації на основі різницевих аналогів методу Ньютона.</li> <li>8. Деякі методи безумовної мінімізації функцій багатьох змінних. Метод типу Стеффенсена для безумовної мінімізації.</li> <li>9. Квазіньютонівські методи безумовної мінімізації.</li> <li>10. Ітераційно-різницеві методи розв'язування задач безумовної мінімізації.</li> <li>11. Методи розв'язування нелінійних задач найменших квадратів. Метод Гаусса-Ньютона.</li> <li>12. Різницеві методи типу хорд, типу Курчатова, типу Потра для задач</li> </ol>  |

|                   |   |
|-------------------|---|
|                   | <p>найменших квадратів та їх локальна збіжність.</p> <p>13. Метод типу хорд для нелінійних задач найменших квадратів.</p> <p>14. Різницевий метод з надквадратичною збіжністю.</p> <p>15. Параметричні методи розв'язування нелінійних задач найменших квадратів.</p> <p>16. Методи з послідовною та паралельною апроксимацією оберненого оператора для нелінійних задач найменших квадратів.</p> <p>17. Комбіновані ітераційні процеси для НЗНК з декомпозицією оператора.</p> |
| <b>Опитування</b> | Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.  |

### Схема курсу «Сучасні проблеми оптимізації та ідентифікації»

| Тиж-день | Тема, план, короткі тези   | Форма діяльності (заняття) | Література. Ресурси в інтернеті | Завдання, год.                                   | Термін виконання |
|----------|--|----------------------------|---------------------------------|--|------------------|
| 1        | Постановка задачі оптимізації. Класифікація алгоритмів. Класика. Двокрокові числові методи мінімізації градієнтного типу. Числові методи мінімізації з порядком збіжності $1+\sqrt{2}$ | Лекція<br>(2 год.)         | [1, 2,3, 4,5,7]                 | Опрацювання лекційного матеріалу<br><br>(4 год.) | 1 тиждень        |
| 2        | Двокрокові числові методи мінімізації.<br>Завдання №1. Реалізація двокрокових та трикрокових методів мінімізації   | Лабораторна<br>(2 год.)    | [ 3, 4, 5]                      | Підготовка матеріалу<br><br>(3 год.)             | 1 тиждень        |
| 3        | Трикрокові числові методи мінімізації на основі методу Ньютона, модифікацій методу Ньютона та квазіньютонівських методів.  | Лекція<br>(2 год.)         | [1, 3, 4]                       | Опрацювання лекційного матеріалу (4год.)         | 1 тиждень        |
| 4        | Трикрокові числові методи мінімізації на основі різницевих аналогів методу Ньютона, методів Стеффенсена та хорд.   | Лабораторна                | [1, 3, 4]                       | Підготовка матеріалу (4 год)                     | 1 тиждень        |
| 5        | Трикрокові числові методи мінімізації градієнтного типу.   | Лекція<br>(2 год.)         | [5]                             | Опрацювання лекційного матеріалу (3год.)         | 1 тиждень        |
| 6        | Трикрокові числові методи мінімізації.<br>Задача завдання №1   | Лабораторна<br>(2 год.)    | [5]                             | Підготовка матеріалу (4год.)                     | 1 тиждень        |
| 7        | Ітераційно-різницеві методи  | Лекція                     | [8,9,16]                        | Опрацювання                                      | 1 тиждень        |

|    |   |                         |               |  |           |
|----|---|-------------------------|---------------|--|-----------|
|    | розв'язування задач безумовної мінімізації.<br>Методи розв'язування нелінійних задач найменших квадратів. Метод Гаусса-Ньютона.     | (2 год.)                |               | лекційного матеріалу (3год.)                     |           |
| 8  | Алгоритми методу Гаусса-Ньютона.  | Лабораторна<br>(2 год.) | [8,9,16]      | Підготовка матеріалу (4год.)                     | 1 тиждень |
| 9  | Різницеві методи типу хорд, типу Курчатова, типу Потра для задач найменших квадратів та їх локальна збіжність.                      | Лекція<br>(2 год.)      | [9,10,11]     | Опрацювання лекційного матеріалу (3год.)         | 1 тиждень |
| 10 | Різницеві методи типу хорд, типу Курчатова, типу Потра для задач найменших квадратів. Видача завдання № 2                           | Лабораторна<br>(2 год.) | [9,10,11]     | Підготовка матеріалу (4год.)                     | 1 тиждень |
| 11 | Різницевий метод з надквадратичною збіжністю. Параметричні методи розв'язування нелінійних задач найменших квадратів.               | Лекція<br>(2 год.)      | [12,13,14,18] | Опрацювання лекційного матеріалу<br><br>(3 год.) | 1 тиждень |
| 12 | Різницевий метод з надквадратичною збіжністю.   | Лабораторна<br>(2 год.) | [12,13,14,18] | Підготовка матеріалу (4год.)                     | 1 тиждень |
| 13 | Методи з послідовною та паралельною апроксимацією оберненого оператора для нелінійних задач найменших квадратів.                    | Лекція<br>(2 год.)      | [17,19]       | Опрацювання лекційного матеріалу (3год.)         | 1 тиждень |
| 14 | Методи з послідовною та паралельною апроксимацією оберненого оператора для нелінійних задач найменших квадратів. Здача завдання № 2 | Лабораторна<br>(2 год.) | [17,19]       | Підготовка матеріалу (4год.)                     | 1 тиждень |
| 15 | Комбіновані ітераційні процеси для НЗНК з декомпозицією оператора.  | Лекція<br>(2 год.)      | { 11,20,21}   | Опрацювання лекційного матеріалу (3год.)         | 1 тиждень |
| 16 | Колоквіум   | Лабораторна<br>(2 год.) | [1-21]        | Підготовка матеріалу (5год.)                     | 1 тиждень |