МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

Факультет прикладної математики та інформатики

Кафедра прикладної математики

Дипломна робота

АНАЛІЗ ДВОВИМІРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ТЕОРІЇ ФРАКТАЛІВ

Виконав: студент групи ПМП-42
спеціальності
113 - прикладна математика

Візничак О.А.
(прізвище та ініціали)

Керівник Дяконюк Л.М.
(прізвище та ініціали)

Рецензент
(прізвище та ініціали)

Львів - 2023

ЗМІСТ

ВСТУП

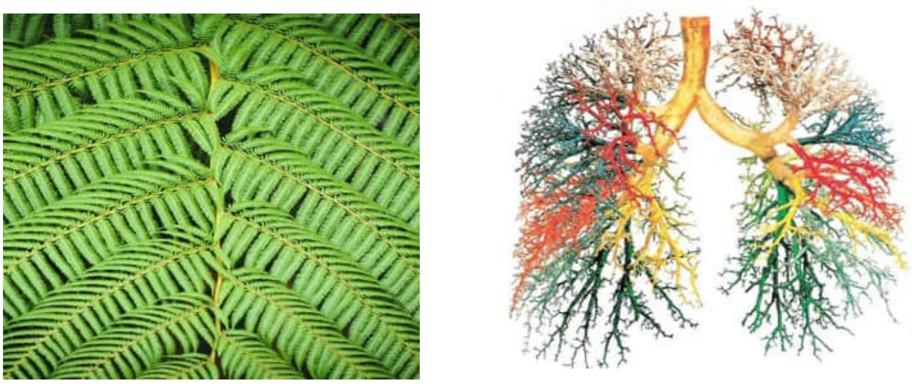
Актуальність роботи. Протягом всього існування людства людина здійснює аналіз інформації на підсвідомому рівні. Цей процес відбувається завдяки центрально-нервовій системі людині. За допомогою рецепторів-аналізаторів нейрони провідними шляхами передають до кори великих півкуль головного мозку сигнали наших сенсорних систем (зору, слуху, нюху, смаку, тактильного чуття), де здійснюється процес обробки та сприймання інформації. Здатність до аналізу ситуацій, явищ, подій була необхідністю та потребою завжди. В давні часи це було звичайною метою для визначення стану небезпеки.

У тлумачному словнику української мови подається визначення "аналізу" як "методу наукового дослідження предметів, явищ, ін., шляхом розкладу, розчленування їх у думці на складові частини". Та з розвитком людства та науки мета аналізу ставала все більшою та потребувала різних методів. Кожне дослідження, кожна теорема та отримані результати потребували детального аналізу. З епохою виникнення комп'ютерів підхід до аналізу також піднявся на новий рівень. Почався розвиток технологій, відбулось становлення та розвиток нових наук, нових можливостей з отриманням нових результатів, що вимагали нових методів аналізу.

Серед сенсорних систем виділимо систему сприймання інформації за допомогою наочного сприйняття. Людське око сприймає навколишній світ довкола того, що його оточує, переглядає різні телепередачі, фотографії і т.д. Велику роль у цьому відіграють зображення.

Зображення відносяться до графічного представлення певної інформації. Вони виступають як і результат дослідження, так і як об'єкт, що необхідно дослідити. Із розвитком сучасного світу та його цифровізації обробка цифрових зображень становить значну частину досліджень в різних галузях науки. З появою цифрових зображень з'явилась потреба в методі, за допомогою якого ці зображення можна дослідити. Одним з таких перспективних шляхів добування інформації є метод фрактального дослідження зображень. Аналізуючи зображення, ми можемо досліджувати весь об'єкт, а також – окремі його частини. Теорія фракталів відкриває великі можливості у дослідженні інформації. Вона дає змогу відтворити об'єкти, визначити довжину берега. Фрактали дозволяють досить точно відтворити різні об'єкти сучасного світу, оскільки сучасні дослідження свідчать, що велика кількість природних об'єктів характеризується фрактальною структурою. До прикладу, таку структуру мають бронхіальне дерево дихальної системи і артеріальне дерево серцево-судинної системи людини, корені, листки та гілля дерев, хмари, сніжинки.

а) б)



“Рисунки - а) листя папороті - природній фрактал; б) бронхіальне дерево дихальної системи людини”.

Одним із важливих напрямків аналізу є дослідження у галузі медицини. Останні десятиліття ми спостерігаємо суттєвий приріст захворювань у всьому світі. Велику частину з них займають онкологічні захворювання. Такі новоутворення в організмі людини як пухлини становлять одну з найголовніших та актуальних проблем у медицині, які потребують нових можливих шляхів вирішення. Рак є другою найпоширенішою причиною смерті після серцево-судинних захворювань. За даними Центру громадського здоров'я МОЗ України, ми посідаємо друге місце в Європі за темпами поширення ракових захворювань. В Україні новоутворення входять до основних 5 причин смерті населення. З кожним роком кількість хворих збільшується приблизно на 3% і очікується, що з наступними роками цей показник зростатиме все більше. На жаль, смертність від онкологічних хворіб в Україні становить приблизно 11.4% [1]. Українці втрачають понад 2,6 млн років здорового життя через новоутворення в організмі. У порівнянні з сусідніми країнами, цей показник займає досить високе місце. Переважною причиною у більшості випадків є несвоєчасне діагностування проблеми.

Розширення методів діагностики та покращення форм скринінгу уможливить значне підвищення виживаності хворих. Адже це надасть змогу виявлення новоутворень навіть за відсутності симптомів. Окрім того, потрібно не забувати, що лікарям не завжди вдається помітити патологію, нерідко через її розміри та фактор людської помилки. Автоматизована діагностика та аналіз медичних зображень можуть стати одними з найбільш корисних методів скринінгу. Це значно підвищить ефективність обробки відносно великих обсягів інформації та зменшить ризики пропустити патологію. В останні роки розглядають переваги використання фрактальної геометрії в медицині. Вона є теоретичною основою для вивчення та моделювання нерегулярних структур. Разом з певними дослідженнями, це вказує на високий потенціал фрактального аналізу як характеристики патологій. Запропонований підхід, заснований на виявленні наявності властивостей самоподібності, вартий уваги для використання у попередніх клінічних дослідженнях для діагностики онкологічних захворювань на початкових стадіях шляхом аналізу цифрових зображень. Тому застосування методу фракталів варте та актуальне для звернення у медичних дослідженнях, наприклад, для виявлення можливих патологій. Для визначення наявності патологій на медичних зображеннях є доцільним використання фрактальних характеристик в якості діагностичних. За діагностичну характеристику при встановленні діагнозу з використанням медичних зображень доцільно використовувати фрактальну розмірність.

Мета роботи полягає у розробці комп'ютерної програми, що проводить аналіз зображень, розраховує фрактальну розмірність на основі різних методів; в оцінці методу фрактального аналізу для дослідження медичних зображень.

Означена мета потребує виконання таких **завдань:**

- Проаналізувати теоретичні відомості. Дослідити теорію фракталів, а саме: поняття фракталу, фрактальної розмірності, методів для визначення розмірності.
- СтворитиWPF застосунок як основу для програмної реалізації. Вивчити та підключити потрібні бібліотеки.
- Здійснити пошук та вибір відповідних зображень різних типів, потрібних для дослідження, зокрема, медичних зображень двох типів, які повинні містити типове здорове зображення та патологію для порівняння майбутніх результатів.
- Здійснити вибір алгоритму для розрахунку фрактальної розмірності, відповідно до зображень, які використовуватимуться при дослідженні.
- Провести розрахунок фрактальної розмірності зображень.
- Провести аналіз зображень на основі отриманих результатів.
- Виконати порівняльний аналіз медичних зображень через застосування різних методів.

Методи дослідження. У методологічну основу роботи покладено основні принципи теорії фракталів та фрактальної розмірності, алгоритми реалізації методу. Для розрахунку фрактальної розмірності були використані такі методи як ємнісна розмірність, розмірність Мінковського, спектр Реньї та мультифрактальна розмірність.

Для практичної реалізації використано пакет програмного забезпечення Microsoft Visual Studio, а саме WPF(.Net Framework). З великою кількістю бібліотек, пакет дозволив нам створити WPF застосунок, де ми розмістили цифрове зображення, обробили його та на основі отриманих результатів провели аналіз.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Постановка задачі дослідження потребує виокремлення двох її частин. Перша частина полягає в наступному.

1. Нехай в нас є певний набір двовимірних зображень. Цей набір містить в собі різні типи зображень: однотонні, чорно-білі, багатоколірні, тощо. За допомогою теорії фракталів та відповідних методів проведемо дослідження фрактальної розмірності зображень залежно від типу обраного зображення.

Друга частина завдання полягає в застосуванні теорії фракталів для аналізу конкретного прикладу — скринінгу медичних зображень.

2.Нехай в результаті певних досліджень отримано медичні зображення. Для цієї роботи було здійснено пошук та обрано зображення МРТ головного мозку людини, легень, молочних залоз. На основі теорії фракталів дослідимо фрактальну розмірність медичних зображень щонайменше двома методами. Порівняємо результати методів та дослідимо відмінність фрактальної розмірності між зображеннями здорової людини та людини, у якої виявлена патологія.

Отже, задача цієї роботи розкривається в наступному: методами фрактального аналізу дослідити фрактальну розмірність різних типів зображень. Дослідити можливість застосування теорії фракталів у практичних цілях: для проведення медичного скринінгу. Провести порівняльний аналіз медичних зображень. На основі отриманих показників виявити різницю у досліджених об'єктах.

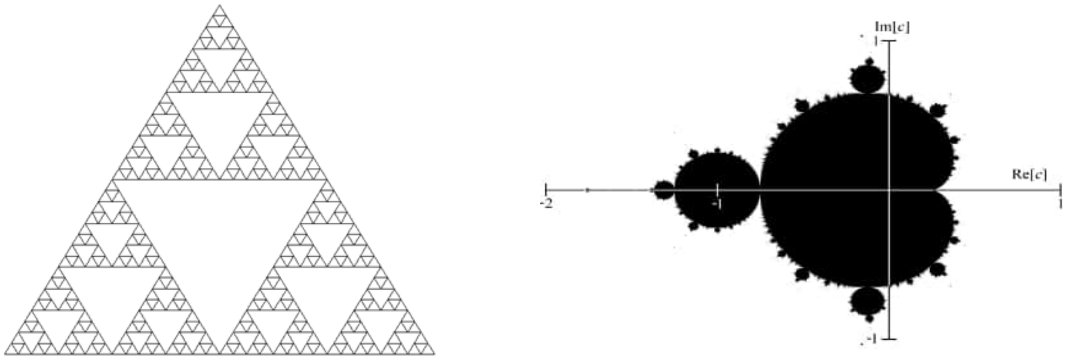
2 ТЕОРІЯ ФРАКТАЛІВ

Теорія фракталів як наука виникла досить давно. Багато науковців довгий час використовували основні властивості фракталів. Слово “фрактал” було запропоноване в 1977 році французьким математиком Бенуа Мандельбротом . Саме його вважають “батьком” теорії фракталів, який є автором книги “The Fractal Geometry of Nature”(“Фрактальна геометрія природи”).

Єдиного визначення, що ж таке фрактал, не існує. Фрактал розуміється як об’єкт (множина точок), розмірність якого менше розмірності простору, в яке він вкладений. За іншим визначенням, фрактал - це геометричний об'єкт, який можна розділити на частини, кожна з яких схожа на вихідний об'єкт. Фрактальний об'єкт має нескінченну довжину, що істотно виділяє його на тлі об'єктів традиційної геометрії Евкліда. Фрактали складаються з нескінченної кількості деталей і часто є самоподібними та масштабованими. Вкладемо розуміння, що фрактали виступають як множини з високим степенем геометричної складності. Існують різні методи, які дозволяють створити фрактали. Серед них:

- метод з використанням ітераційних функцій: через відповідні геометричні заміщення ми отримуємо геометричні фрактали, такі як сніжинка Коха, трикутник Серпинського та інші;
- інший спосіб: рекурентні співвідношення, через які визначається фрактал в кожній точці простору. Прикладом таких фракталів є множина Мандельброта;
- фрактали, що генеруються випадковими стохастичними процесами — гори, елементи живої природи.

а) б)



“Рисунок 2.1 - а) Трикутник Серпинського; б) Множина Мандельброта”.

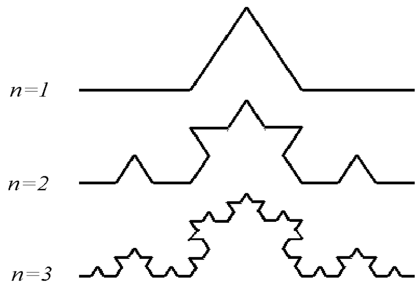
Фрактальний аналіз зображення визначається обчисленням певних фрактальних характеристик для цього зображення. Основу такої характеристики становить фрактальна розмірність.

Фрактальна розмірність D – це поняття фрактальної геометрії, що означає статистичну величину, яка показує наскільки повно фрактал заповнює простір, коли його збільшують до найдрібніших деталей. При цьому його розмірність строго більше топологічної розмірності (звичайної евклідової розмірності, рівній 0 для точки, 1 для лінії, 2 для площини і 3 для об’єму). Інколи, розрахунок розмірності зазнає труднощів, оскільки існує декілька методів, за допомогою яких можна її отримати. Серед цих методів є схожі між собою за алгоритмом, а є досить відмінні. Окрім того, значення фрактальної розмірності для одного і того ж зображення, розраховане декількома методами, може відрізнятися між собою. Найпоширенішим поняттям фрактальної розмірності є розмірність Хаусфорда. В класичному визначенні вона визначається за рівнянням :

$$D = -\log_{\varepsilon} N = -\log N / \log \varepsilon , \tag{2.1}$$

де N — кількість частин, на які ми розбиваємо досліджуваний об'єкт, ε- коефіцієнт масштабу, D — фрактальна розмірність. Такий спосіб розрахунку найчастіше застосовують для визначення розмірності регулярних фракталів.

Регулярні фрактали, інша назва — класичні, - самоподібні структури. Тобто, при змінні масштабу вони співпадають з частиною самих себе. Прикладом регулярного фрактала є крива Коха.



“Рисунок 2.2- Крива Коха”.

Якщо для кривої Коха визначити фрактальну розмірність за формулою (2.1), то ми отримаємо таке значення: D=log4/log3=1,26186. При кожному зменшенні масштабу в 3 рази довжина кривої Коха збільшується в 4 рази, тому при ε=1/3 маємо N = 4.

Зазначимо, що, однак, зустрічаються випадки, коли одна фрактальна розмірність не здатна цілісно охарактеризувати об'єкт. Фрактальна розмірність реального об'єкта не є абсолютною константною, найчастіше вона є дробовою і залежить від масштабу, з яким ми його розглядаємо та від структури об'єкта. Тому складні структури необхідно розглядати як певну композицію різних характеристик. Такі структури називаються мультифракталами. Саме вони зустрічаються в природі. Мультифрактал може бути побудований за допомогою декількох послідовно змінних один одного алгоритмів.

Розрахунок фрактальної розмірності здійснюватимемо за допомогою чотирьох методів, якими ми послуговуємося у цьому дослідженні. Це такі методи, як метод ємнісної розмірності, розмірність Мінковського, спектр Реньї та мультифрактальна розмірність. Надалі розкриємо кожен з цих методів.

2.1 Ємнісна розмірність

Суть методу ємнісної розмірності зводиться до того, що досліджуваний об'єкт покривається сіткою з розміром комірки ε. Тоді підраховується кількість комірок сітки N(e), що покриває об'єкт. Із зменшенням розміру ε кількість комірок збільшується. Ємнісна розмірність вираховується за формулою:

$$D = -\lim_{\varepsilon \to 0} \lg N(\varepsilon) / \lg \varepsilon \,. \cdot \qquad (2.2)$$

Проте наш випадок потребує внесення деяких змін. Для того, аби отримати оцінку фрактальної розмірності застосуємо числовий алгоритм. Потрібно отримати число залежності покриття фрактала комірками від розміру комірки, виділення на ній лінійної ділянки та апроксимації залежності на цій ділянці лінійною функцією. Параметри прямої вираховуються через ітераційний метод найменших квадратів, а ємнісна розмірність фрактала визначається кутовим коефіцієнтом прямої.

2.2 Розмірність Мінковського

Розмірність Мінковського постає ще одним способом розрахунку фрактальної розмірності. В деяких випадках значення ємнісної розмірності та розмірності Мінковського можуть співпадати, але не завжди.

Метод Мінковського складається з побудови функції градації сірого для обраного зображення. Надалі для цієї функції будується спеціальне δ -паралельне тіло. В різних джерелах це тіло називають “покривалом”. Для нього вираховують об'єм, наближення поверхні до площі та саму фрактальну розмірність. Для узагальнення опишемо алгоритм методу, який має такий вигляд:

1. Зображення розбиваються на n квадратних осередків.

2. Будуємо функцію градації сірого F.

3. Будуємо нижню b_δ та верхню u_δ поверхню для δ - паралельного тіла за формулами:

$$u_\delta(i,j)=max\,u_{\delta-1}(i,j)+1\,,max_{(m,n)-(i,j)<1}u_{\delta-1}(m,n)\,, \quad (2.3)$$

$$b_\delta(i,j)=min\,u_{\delta-1}(i,j)-1\,,min_{(m,n)-(i,j)<1}u_{\delta-1}(m,n)\,. \quad (2.4)$$

4. Вираховуємо об'єм δ - паралельного тіла за формулою:

$$V_\delta=\Sigma_{i,j}(u_\delta(i,j)-b_\delta(i,j))\,. \quad (2.5)$$

5. Знаходимо площу, використовуючи формулу

$$A_\delta=(V_\delta-V_{\delta-1})/2\,. \quad (2.6)$$

6. Знаходимо фрактальну розмірність, за допомогою формули

$$D=2-(log_2 A_\delta/log_2\delta)\,. \quad (2.7)$$

2.3 Спектр Реньї

Розпочнемо характеристику спектру Реньї, для якого нехай N — це множинна, яка характеризує певний фрактальний об'єкт. Вона більша за 1. Як і при звичайній фрактальній розмірності, розіб'ємо її на комірки зі стороною ε. $N(\varepsilon)$- це кількість зайнятих комірок, тобто таких комірок, які містять в собі, хоча б, одну точку, $n_i(\varepsilon)$- кількість точок у відповідній комірці. В нашому дослідженні замість точки ми будемо приймати піксель. Величина μ- це певна міра, яка характеризує заповненість певної комірки. Тепер розглянемо узагальнену статистичну суму:

$$Z(q,\varepsilon)=\Sigma^{N(e)}\mu_i^q(e),-\infty<q<+\infty\,. \quad (2.8)$$

Звідси, спектр узагальнених фрактальних розмірностей — мультифрактальний спектр, D_q визначається за співвідношенням:

$$D_q=(1/q-1)\,lim_{\varepsilon\to 0}(log\,Z(q,\varepsilon)/log\,\varepsilon)\,. \quad (2.9)$$

D_q також в різних джерелах називають спектром фрактальних розмірностей Реньї, а $\tau(\varepsilon)=lim_{\varepsilon\to 0}(log Z(q,\varepsilon)/log\varepsilon)$ - функція, яка визначає поведінку узагальненої статистичної суми $Z(q,\varepsilon), при \varepsilon\to 0.$ Тому, D_q можна записати у вигляді:

$$D(q)=\tau(\varepsilon)/(1-q)\cdot \tag{2.10}$$

З цього співвідношення випливають деякі важливі наслідки, які пов'язані із значенням q. Так при q = 0, значення D_q збігається із значенням D – фрактальною розмірністю, так як $Z(0,\varepsilon)=N(\varepsilon)\cdot$

При q=1 формула фрактальної розмірності має наступний вигляд:

$$D_I=lim_{\varepsilon\to 0}((\Sigma^{N(\varepsilon)} p_i ln p_i)/ln\varepsilon), \tag{2.11}$$

де чисельник являє собою ентропію фрактальної множини:

$$S(\varepsilon)=\Sigma_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i ln p_i \cdot \tag{2.12}$$

Тому, співвідношення (2.9) можна подати у наступному вигляді:

$$D_I=-lim_{\varepsilon\to 0}(S(\varepsilon)/ln\varepsilon)\cdot \tag{2.13}$$

Для цих співвідношень ентропія являє собою міру кількості інформації. Тому при q=1, узагальнену фрактальну розмірність називають інформаційною розмірністю.

Важливою властивістю фрактальної розмірності D_q є те, що при побудові графіка , де D_q являє собою функцію, помітимо, що ця функція є монотонно спадаюча. Звідси максимальне значення функції буде при $q=-\infty$, а мінімальне - $q=+\infty\cdot$

2.4 Мультифрактальний спектр

Такі методи визначення фрактальної розмірності, як мультифрактальний спектр та спектр Реньї дуже близько пов'язані між собою. В багатьох джерелах вони постають як дві назви одного і того ж самого методу, які ми розкривали в попередніх підрозділах. Та все таки, існують певні методи, які дозволяють помітити цю відмінність. Цей спосіб також називають прямим методом вичислення мультифрактального спектру. В його основі потрібно обрахувати певну функцію щільності. Ця функція визначається через міру — кількість комірок, на яку ми розбиваємо зображення.

Нехай
$$\mu(B(x,r)) = k r^{d(x)}, \tag{2.14}$$

де k — константа, d(x) – функція щільності, μ - міра інтенсивності пікселів, B(x,r) – квадрат з центром x і стороною r. Функція щільності визначається з такого співвідношення:

$$d(x) = lim_{r \to 0} log \mu(B(x,r)) / log r \cdot \tag{2.15}$$

Фрактальну розмірність ми розраховуємо за допомогою ємнісної розмірності:

$$D(E_\alpha) = lim_{\delta \to 0} log N(\delta, E_\alpha) / (-log \delta), \tag{2.16}$$

де $N(\delta, E_\alpha)$- число комірок з діаметром менше δ для покриття E_α, яке визначається $x \in R^2 : d(x) = \alpha$ - множинна точок з щільністю α.

3 АНАЛІЗ ЗОБРАЖЕНЬ

У другому розділі нашого дослідження ми проводили розрахунок фрактальної розмірності зображень, використовуючи чотири методи. У цьому розділі наша увага звернена на проведення аналізу значень розмірностей обраних нами зображень, для яких ми застосовували ці підходи.

3.1 Аналіз ємнісної розмірності

Для проведення аналізу значень фрактальної розмірності через метод ємнісної розмірності було обрано чорно-білі зображення та зображення в градаціях сірого. Отримані результати наведено в таблиці 3.1.

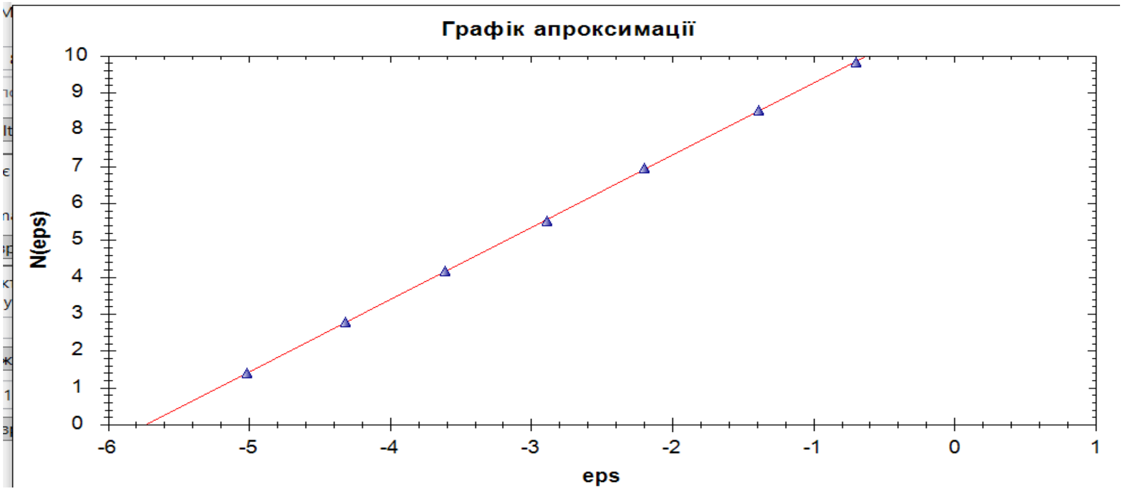
Таблиця 3.1

Номер зображення	Результат
1	1,99
2	1,95
3	1,93
4	1,98
5	1,96
6	1,95
7	1,99
8	1,74
9	1,13
10	1,27

Поглянувши на перші 7 зображень (див. Дод. А), ми зауважимо, що вони за результатами найбільш наближені до 2. Результати зображення 9 та 10 — ближчі за своїм значенням до 1. Суттєва різниця в значенні фрактальної розмірності пояснюється тим, що перші зображення за своєю насиченістю містять в собі більше чорних пікселів, тобто на зображенні переважає чорний колір. В останніх зображеннях це виходить навпаки — домінуючим кольором є білий.

Отже, доходимо до висновку, що чим більше комірок, які є заповнені — ті, що містять в собі чорний піксель, тим більшою є фрактальна розмірність зображення.

Графік апроксимації залежності покриття фрактала комірками від розміру комірок:



“Рисунок 3.1 - Графік апроксимації”.

3.2 Аналіз розмірності Мінковського

Наступний метод — це розрахунок фрактальної розмірності Мінковського. Цей метод приймає напівтонові зображення, монотонні. В таблиці 3.2 наведено результати при розміру осередка розбиття ε =8.

Таблиця 3.2

Номер експерименту	Результат
1	10559,27
2	1,95
3	475,45
4	17462,07

5	541,03
6	7440,41
7	476,16
8	3144,82
9	7251,571
10	0

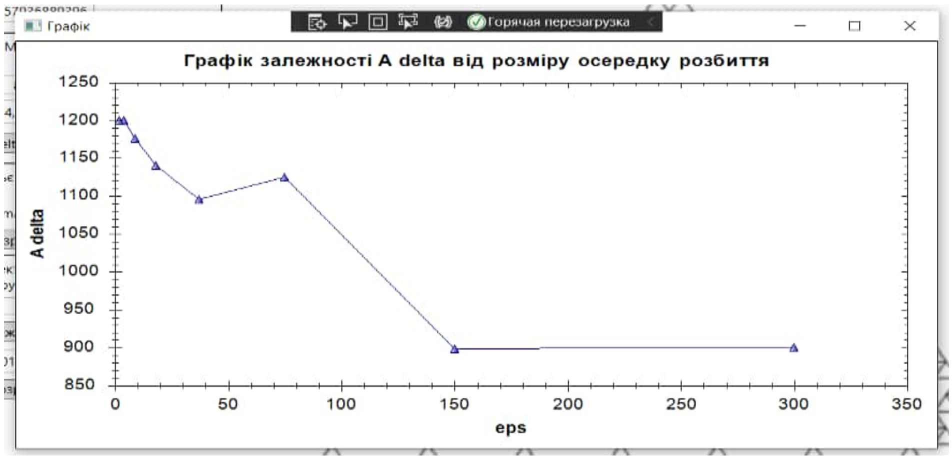
В таблиці 3.3 виділено результати при розміру осередка розбиття $_\varepsilon$=99.

Таблиця 3.3

Номер експерименту	Результат
1	9410,91
2	1176,37
3	327,39
4	16278,6
5	392,12
6	6929,1
7	210,63
8	3529,1
9	6273,95
10	2450,76

Спостерігаємо, що отримані результати суттєво відрізняються між собою. Тому розглянемо дані в межах однієї з таблиць. Результат для кожного зображення є різним. Розглянувши зображення, які було використано для аналізу, припустимо, що така очевидна різниця є результатом залежності розмірності від розміру зображення.

Взявши для порівняння в загальному таблицю 3.2 та 3.3, ми побачимо, що результати дослідження в таблиці 3.3 по кожному зображенню є менші, аніж в таблиці 3.2. Це пов'язано з тим, що дані в таблиці 3.3 були отримані при більшому осередку розбиття. Тобто, чим більший осередок розбиття, тим менше значення розмірності. Це добре простежується на графіку залежності:



“Рисунок 3.2 - Графік залежності A delta від розмірку осередку розбиття”.

3.3 Аналіз залежності спектру Реньї від q

Спектр фрактальних розмірностей Реньї відрізняється від попередніх насамперед тим, що в ньому ми досліджуємо мультифрактали. Окрім цього, цей метод дозволяє нам дослідити, як змінюється розмірність в залежності від значення параметра q. Також для аналізу результатів спектру Реньї можна використати і багатоколірні, і чорно-білі зображення, та зображення в градаціях сірого. У таблиці 3.4 подано результати дослідження при q min=1, q max =10. Так як q min=1, то відповідно до означень, які ми наводили в розділі 2.3 — результат для q min — є інформаційною розмірністю.

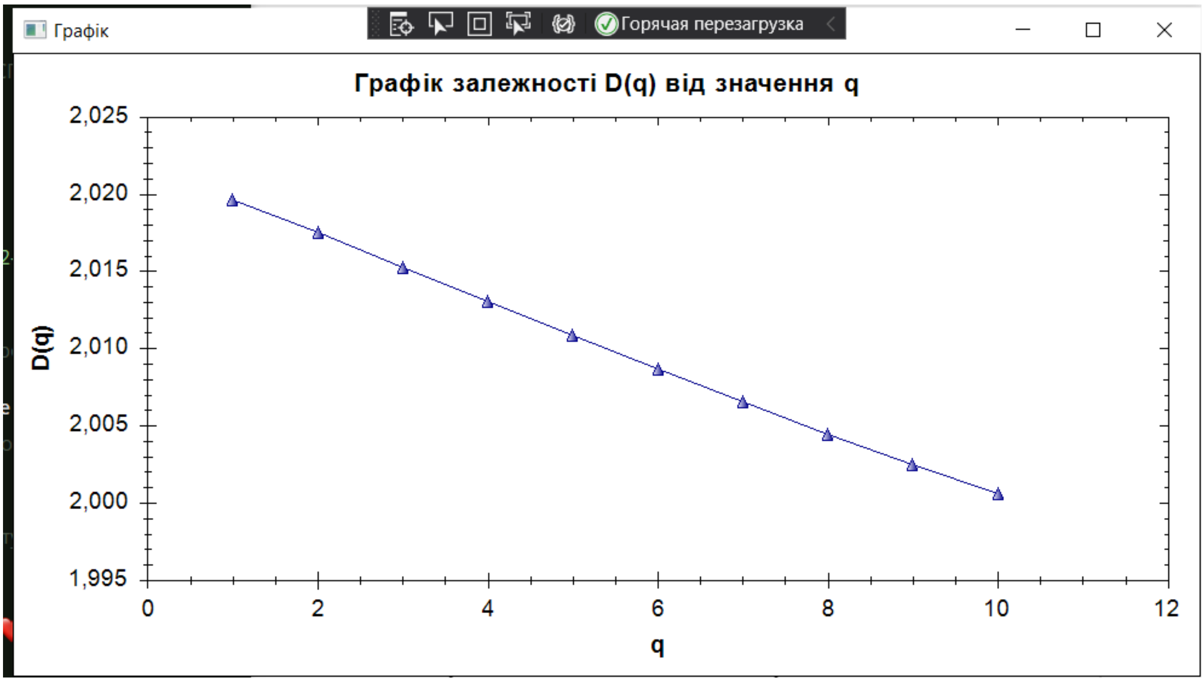
Таблиця 3.4

Номер зображення	D_I	D_q
1	1,44	1,41
2	1,66	1,62
3	1,98	1,92
4	1,93	1,96

5	1,93	1,91
6	2,01	2
7	1,89	1,86
8	2,02	2
9	2,04	2,02
10	2,045	2,03

Звернемо увагу, що результати, подані в таблиці 3.4, свідчать про те, що інформаційна розмірність є більшою за розмірність спектру Реньї. Також значення розмірності є більшим для багатоколірних зображень, аніж для чорно-білих.

Вивчення проблеми показує, якщо взяти залежність спектру Реньї від параметра q, то з отриманих даних отримуємо, що при збільшенні значення q, значення фрактальної розмірності зменшується. Це вдало демонструється на графіку 3.3 :



“Рисунок 3.3. - Графік залежності D (q) від значення q”.

3.4 Мультифрактальний спектр

"Рисунок 3.4 - Графік гістограми спектрів чорно-білого зображення".

На графіку 3.4 вказано гістограму спектрів для чорно-білого зображення. Діапазон α тут від 0 до 0,741 - це множинна точок функції щільності.

"Рисунок 3.5 - Графік гістограми спектрів різно-кольорового зображення".

На графіку 3.5 — діапазон α становить від 1,295 до 3,047. Цей мультифрактальний спектр було застосовано до різнокольорового зображення з досить яскравими кольорами.

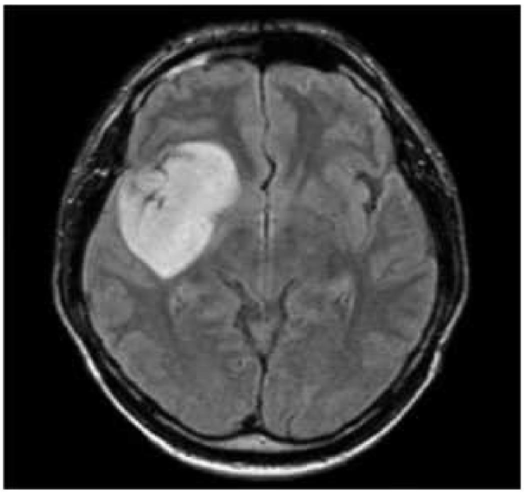
У процесі дослідження узагальнимо, що для різнокольорових зображень сума насиченості для кожної точки є більшою, аніж для чорно-білих. Множинна точок функції щільності відповідно також збільшується.

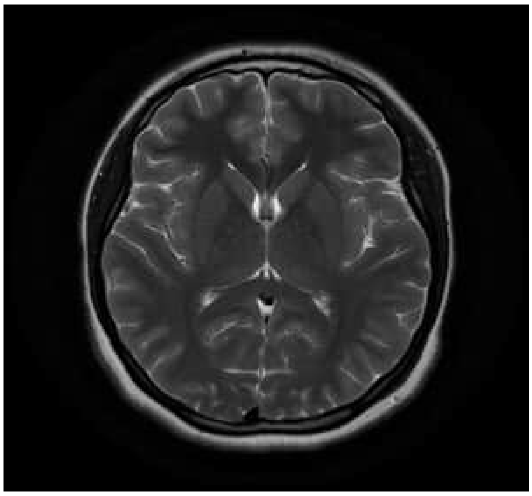
4 ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕДИЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

У попередньому розділі ми дослідили результати різних методів розрахунку фрактальної розмірності. Постає запитання, як ці методи можна застосувати для реального випадку в житті. Тому звернемо увагу до розгляду фрактального аналізу як можливості скринінгу медичних зображень. Для цього було обрано метод ємнісної розмірності та спектр Реньї.

Для тестування програми було використано медичні зображення розміром 300x300. Наша мета полягає в їхньому дослідженні, тому у вибірці містяться медичні зображення здорової людини та з наявною патологією. За міру патології було дібрано злоякісне утворення - пухлину.

а) б)





“Рисунки 4.1- а) МРТ людини хворої на рак головного мозку; б) МРТ здорової людини”.

В таблиці 4.1 подано результати фрактальної розмірності шляхом застосування методу ємнісної розмірності. Для проведення аналізу було обрано зображення МРТ головного мозку.

Таблиця 4.1

Номер експерименту	Результат	Тип зображення
1	1,99	Без патології
2	1,95	З патологією
3	1,93	З патологією
4	1,98	Без патології
5	1,96	З патологією
6	1,95	З патологією
7	1,99	Без патології.
8	1,99	Без патології
9	1,98	Без патології
10	1,95	З патологією

Отримані результати дослідження свідчать про те, що для медичного зображення здорової людини фрактальна розмірність становить приблизно більше 1,98. При патології — фрактальна розмірність є меншою.

Звернемося до таблиці 4.2, у якій наведено результати для тих же зображень, які розраховано методом спектру Реньї. Зазначимо, що порядок зображень збігається з номерами таблиці 4.1.

Таблиця 4.2

Номер експерименту	Результат	Тип зображення
1	1,86	Без патології
2	1,83	З патологією
3	1,82	З патологією
4	1,91	Без патології
5	1,82	З патологією
6	1,83	З патологією
7	1,91	Без патології.
8	1,94	Без патології

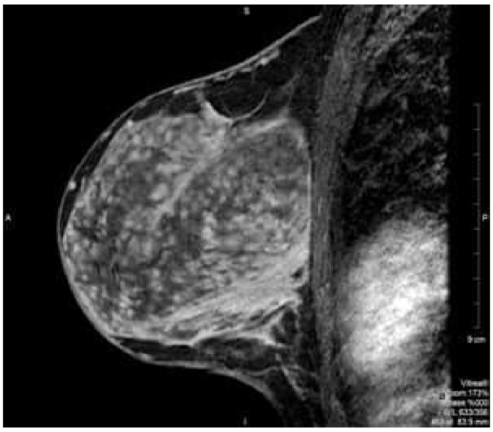
9	1,87	Без патології
10	1,84	З патологією

Згідно отриманих результатів випливає, що фрактальна розмірність МРТ зображень головного мозку здорової людини є більшою, за розмірність зображення з пухлиною.

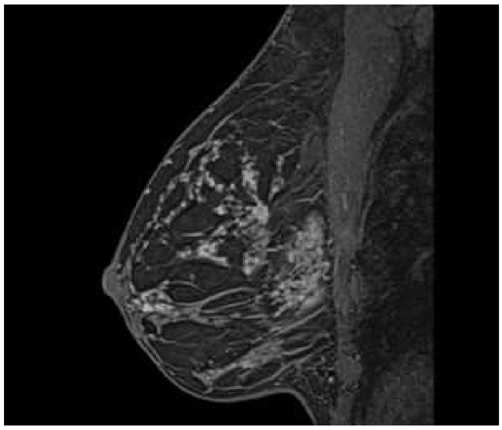
Результати, отримані методом спектру Реньї, є менші за розмірність, яку розраховували через ємнісний метод. Однак проведення аналізу обох таблиць дає змогу сказати, що обидва способи мають спільну характеристику - результат зображення здорової людини є більший, аніж з патологією.

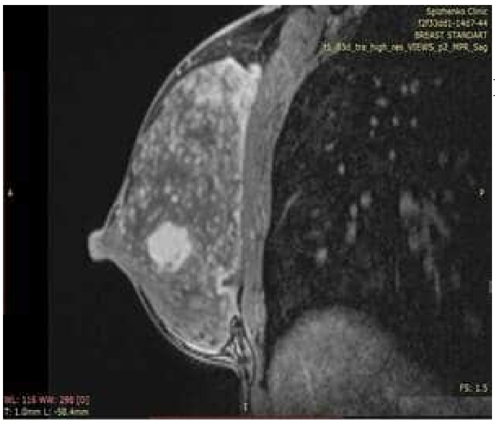
Такі ж дослідження провели для іншого типу медичних зображень — МРТ молочних залоз. Обрали три цифрові зображення - здорові молочні залози, невелика патологія (1-2 стадія раку) та 4 стадія раку.

а)



б)





в)

“Рисунки 4.2 - а) МРТ молочної залози на 4 стадії раку; б) МРТ здорової залози; в) МРТ залози на 2 стадії раку”.

Результати, отримані для цих зображень, розраховані методом ємнісної розмірності - D, та спектру Реньї - Dq, фіксуємо у таблиці 4.3:

Таблиця 4.3

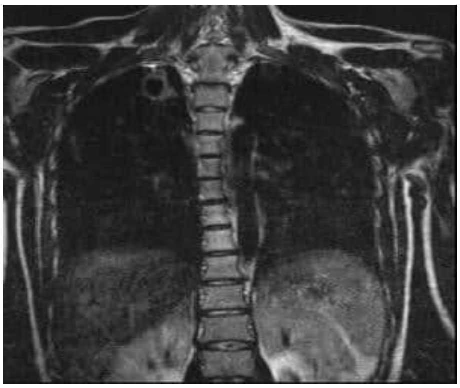
Зображення	D	Dq	Тип зображення
1	1,99	1,85	Здорова
2	1,96	1,43	2 стадія
3	1,95	0,6	4 стадія

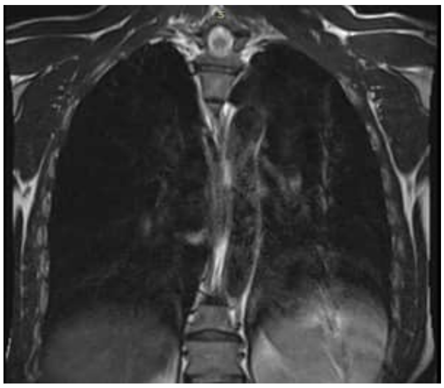
З отриманих даних стверджуємо, що результати мають однакове значення, як і в зображеннях МРТ головного мозку. Фрактальна розмірність зображення здорової молочної залози є більшою, аніж із патологією. Ємнісна розмірність, як і в попередньому випадку, є більшою за спектр Реньї. Отже, значення розмірності збігаються.

Такий підхід з проведенням аналізу можна застосувати і для інших МРТ зображень. Звернемо увагу на таблицю 4.4, де висвітлено результати дослідження зображень легень людини.

Таблиця 4.4

Зображення	D	Dq
1	1,97	1,88
2	1,98	1,89
3	1,98	1,89





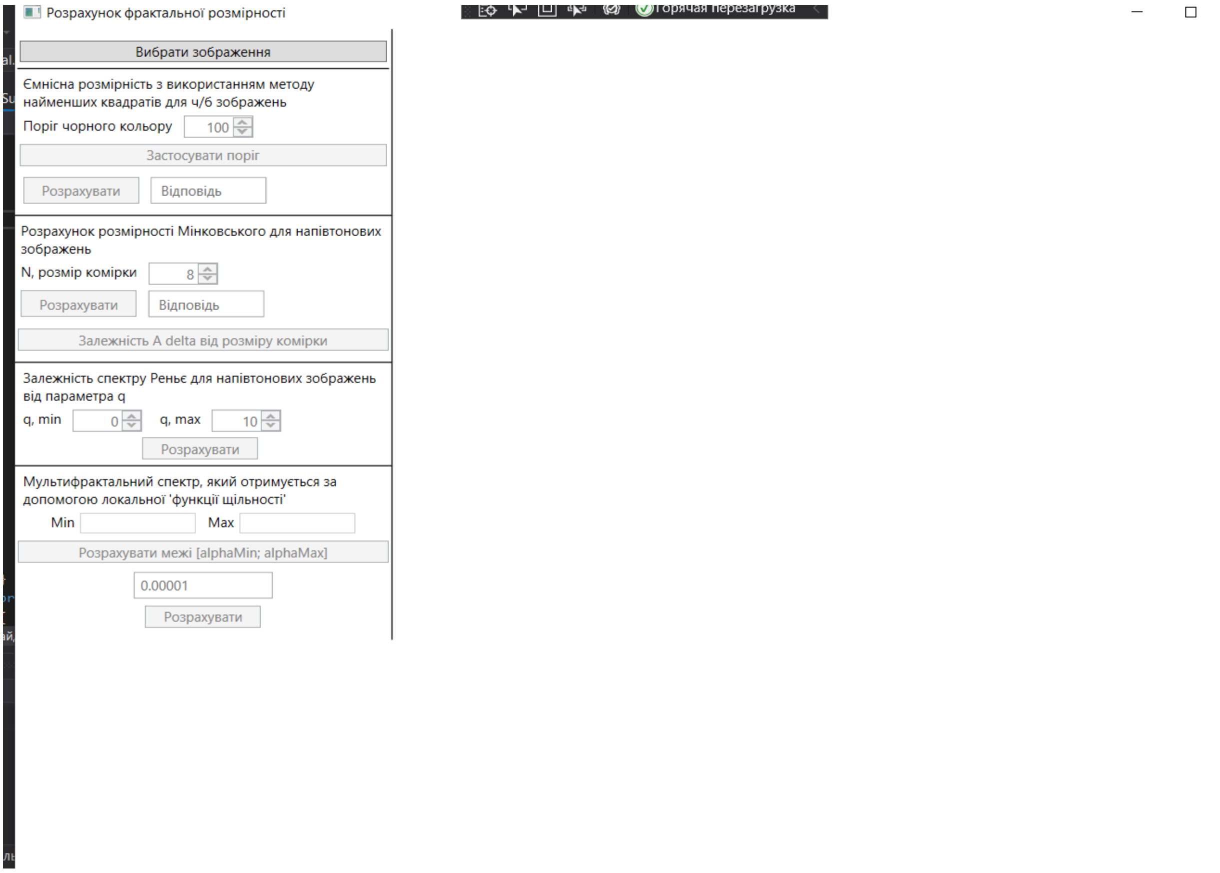
“Рисунки 4.3 - МРТ легень людини”.

Провівши дослідження та отримавши результати для різних типів медичних зображень, підсумуємо, що метод ємнісної розмірності та спектр Реньї можна використовувати для скринінгу медичних зображень.

Беручи за основу фрактальну розмірність як характеристику дозволить завдяки дослідженням реалізувати та отримати нові можливості у сфері медицини. Застосування цього підходу на сучасному етапі розвитку допоможе попереджати патології, що призведе у майбутньому до покращення та полегшення виявлення захворювань і забезпечить ранній початок лікування, а разом і з тим зменшить показники смертності серед людей. Тому звернення до цього підходу є особливо актуальним на сьогоднішній день.

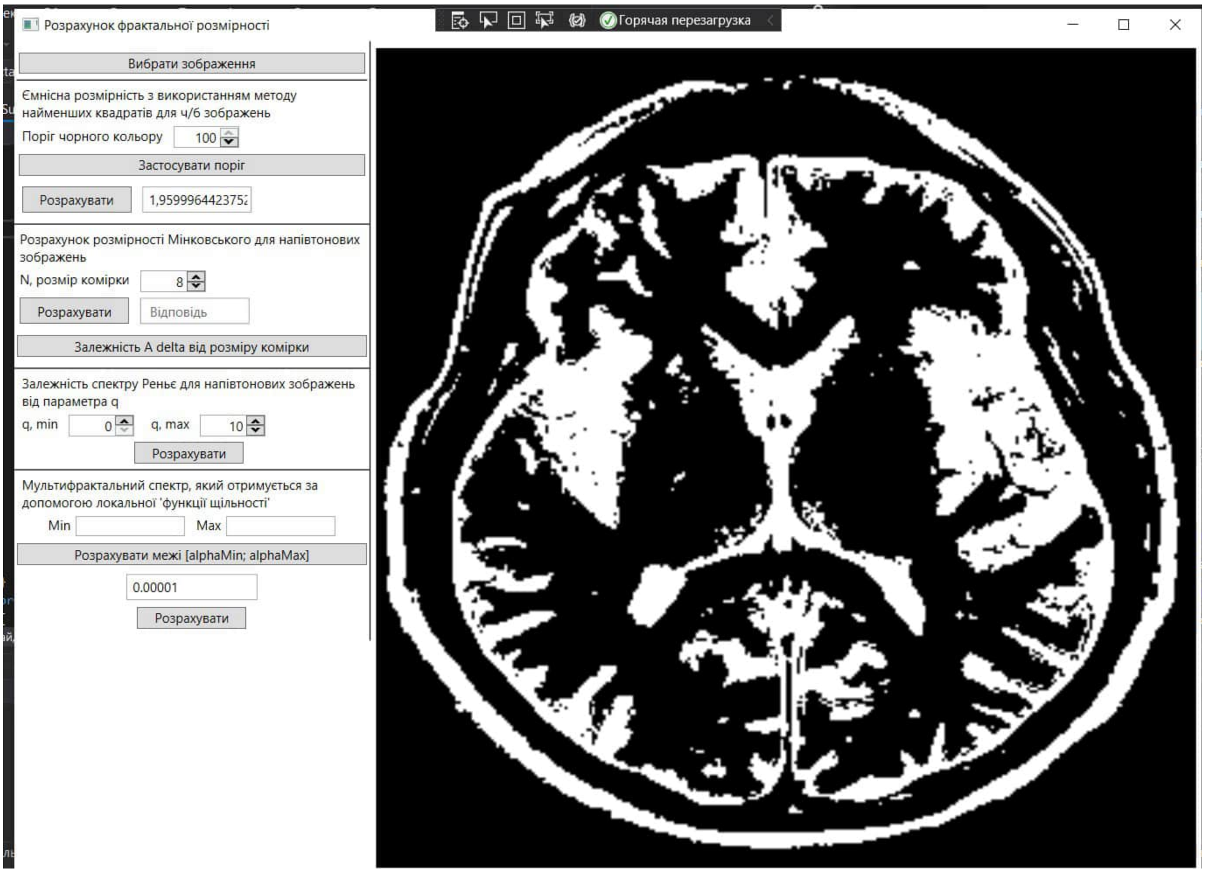
5 ОСОБЛИВОСТІ ПРОГРАМНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ

Для забезпечення програмної реалізації дослідження було створено програмний комплекс на мові C# з використанням WPF технологій, який проводить аналіз зображень, що вираховує фрактальну розмірність.



“Рисунок 5.1 - WPF застосунок для розрахунку фрактальної розмірності зображення”.

Надалі розкриємо етапи роботи програми. Перш за все, обираємо зображення, для якого будемо визначати фрактальну розмірність. Наступний крок — налаштовуємо умови відповідно до методу, який проводитиме розрахунок. Для кожного з методів створено свою панель. В ході виконання програми на екран виводиться відповідне значення розмірності у текстовому полі на панелі, яка належить відповідному методу, або ж відповідний графік.



“Рисунок 5.2 - Приклад виконання програми”.

Цикл роботи із зображенням полягає в його завантаженні у програму, попередній обробці зображення для підготовки до розрахунку і обчисленню його фрактальних характеристик - фрактальної розмірності.

Далі розглянемо основні класи та функції, які ми створили для реалізації застосунку.

MainWindow.xaml — візуальний інтерфейс нашого застосунку. Тут ми задаємо всі графічні елементи, які відображаються при запуску програми — кнопки, текстові поля, їх розміщення, панелі та розміри.

MainWindow.xaml.cs – файл логіки на мові C#, пов'язаний з MainWindow.xaml. У ньому описано методи, які обробляють натиск кнопок — завантажують зображення, запускають розрахунок розмірності, виводять графіки.

FractalDimension.cs – це клас, де описано методи для знаходження фрактальної розмірності.

Для розрахунку ємнісної розмірності ми створили наступні методи.

CalculateCapacitiveDimension() - метод, що розраховує ємнісну розмірність для чорно-білих зображень.

GetAproximationByLessSquareMethod() - апроксимація методом найменших квадратів.

GetPoin() - метод, що отримує кортеж комірок, які покривають клітину. Містить в собі метод, що шукає фрактал в комірці та метод, що шукає чорний піксель.

Створено окремий клас LessSquare з єдиним методом GetCoefficient(), що реалізує метод найменших квадратів.

Для розрахунку розмірності Мінковського створили декілька основних методів.

CreateBlanket() - метод, який створює "покривало" над зображенням - спеціальне δ- паралельне тіло.

CalculateVDelta() - розраховує значення δ.

ComputeADeltaWithApproximation() - метод для розрахунку площі покривала.

CalculateMinkowskiDimensionForGrayscaleImages() - метод розрахунку розмірності Мінковського в залежності від розміру осередка розбиття.

Спектр Реньї для розрахунку фрактальної розмірності в залежності від параметра q містить наступні методи.

CalculateRenyiSpectre() – метод, який виводить результат — значення фрактальної розмірності.

GetRenyiSpectre() - вираховує значення спектру Реньї, в залежності від параметра q .

GetSumOfStandardizedMeasures() – метод, який визначає узагальнену статистичну суму.

GetSaturatutionSumList() - список сум, які визначають заповненість кожної комірки.

GetSaturationSumInCell() - метод, що визначає, наскільки повно пікселі заповняють комірку.

CalculateEntrop() - метод, який розраховує інформаційну розмірність, тобто, коли значення параметра становить q=1.

GetSumOfStandardizedMeasuresForEntropy() - розраховує узагальнену статистичну суму для інформаційної розмірності.

Мультифрактальний метод з використанням локальної функції щільності. Для нього також створили окремі методи.

PrecalculateAlpaMinAlpaMax() - метод, який вираховує мінімальне та максимальне значення альфа — межі функції щільності для відповідного зображення.

CalculateMultifractalDimension() вираховує мультифрактальну розмірність на основі ємнісної розмірності.

CalculateAlphaMinAlphaMax() формує список d(x) і вираховує мінімальне та максимальне значення альфа.

CalculateAlpha() обчислює суму насиченості пікселів в точці.

GraphWindow.xaml — візуальний інтерфейс, створений для виведення графіків.

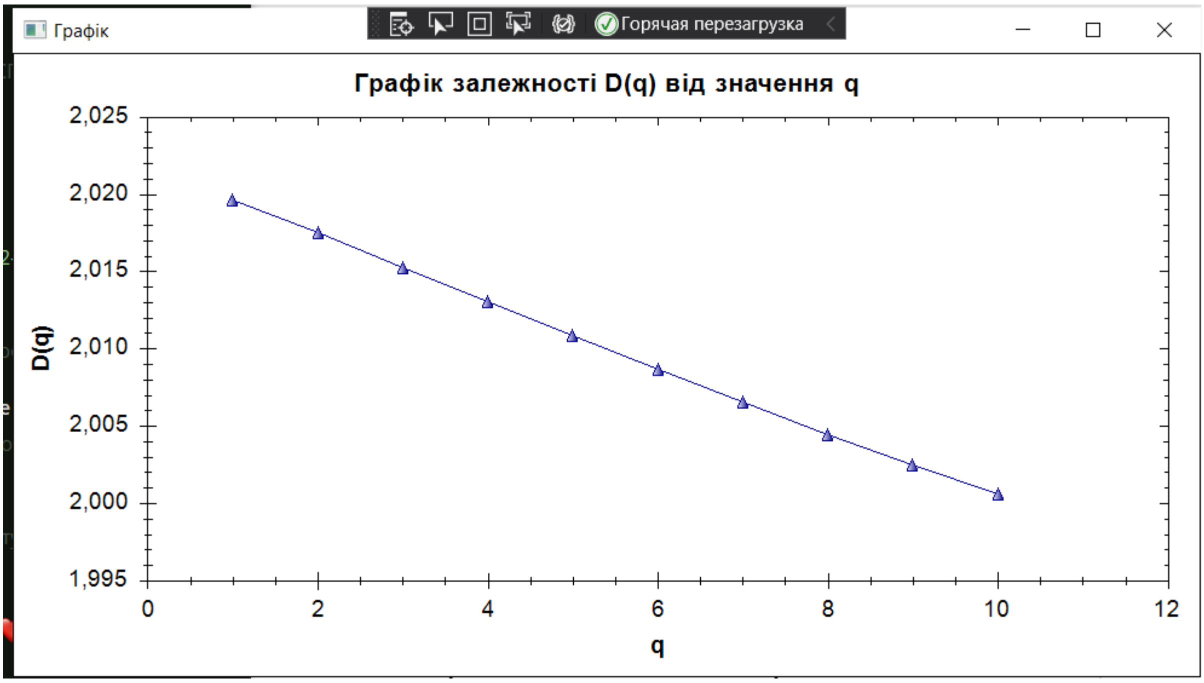
GraphWindow.xaml.cs — файл логіки, пов'язаний з GraphWindow.xaml. Тут описані методи, які відповідають за побудову відповідних графіків.

DrawApproximation() - графік апроксимації для методу ємнісної розмірності.

DrawRelation() - графік залежності A delta від розміру осередку розбиття.

DrawLayers() - графік для мультифрактального спектру, діапазону альфа для фукнції щільності.

Варто зазначити, що метод DrawRelation() використовується не лише для розмірності Мінковського. Також він застосований при побудові графіка залежності спектру Реньї від параметра q.



“Рисунок 5.3 - Приклад інтерфейсу GraphWindow”.

ВИСНОВКИ

Сучасний світ поглинув у епоху глобалізації та цифровізації численної кількості інформації. День за днем обробляється та аналізується такий об'єм інформації, який людське око не здатне збагнути та осягнути. Усе відбувається за допомогою автоматизованих програм обробки та аналізу.

Дослідження теми розпочали із вивчення теоретичних відомостей теорії фракталів: описали визначення поняттю “фрактал” та фрактальної розмірності. Аби реалізувати мету роботи було обрано певний набір двовимірних зображень. Для її вирішення ми розглянули методи аналізу зображень, де за основну характеристику взяли фрактальну розмірність. Для обчислення цієї характеристики застосували метод ємнісної розмірності, розмірність Мінковського, спектр Реньї та мультифрактальний спектр. Окрему увагу звернули на те, як певні параметри впливають на результат аналізу.

Одним із аспектів розкриття обраної нами теми полягало у практичному застосуванні поданих методів у реальному житті. Тому для цього вирішення було розглянуто метод фрактального аналізу як один із методів скринінгу медичних зображень. Отже, ми провели аналіз зображень МРТ головного мозку, МРТ молочних залоз та МРТ легень методом ємнісної розмірності та спектром Реньї. В результаті проведених аналізів ми виявили, що значення основної характеристики - фрактальної розмірності, відрізняється для зображення здорової людини та людини, у котрої виявлено онкологію. Різниця полягає у тому, що при аналізі медичного зображення МРТ-знімка здорової людини значення фрактальної розмірності є більшим, ніж у тому зображенні, де виявлено патологію.

Створена програма дозволяє проводити аналіз зображень, вибраних користувачем. Застосунок є досить простим у використанні, що дозволяє користувачеві без проблем ним скористатись. Використання цього застосунку, у подальшому при певному покращенні програми, дозволило б вийти на новий рівень діагностичній методиці у медичній галузі. Аналіз зображень та виявлення новоутворень за допомогою програми уможливлює запобігання та протидію онкологічним захворюванням, подає можливість зменшити показники смертності серед населення та збільшити тривалість життя людини, що є основною цінністю суспільства.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ЛІТЕРАТУРИ

Джерела

1. Смертність в Україні. Ковід посідає третє місце серед причин смертності [Електронний ресурс] — Режим доступу: https://opendatabot.ua/analytics/death-in-september-2021.
2. Словник української мови: в 11 томах: академічний тлумачний словник. - Том I, 1970. - С. 41. - Режим доступу: http://sum.in.ua/s/analiz.

Література

3. Грінченко В. Т. Мультифрактальні властивості випадкових процесів і випадкові хвильові поля: навчальний посібник / В.Т. Грінченко, Курилко О.Б., Маципура В.Т. - К.: ВПЦ "Київський університет", 2021. - 248 с.
4. Ампилова Н.Б. Алгоритмы фрактального анализа изображений / Н.Б. Ампилова, Соловьев И.П. // Компьютерные инструменты в образовании. - 2012. - №2. - с.19-24. - Режим доступа: http://ipo.spb.ru/journal/index.php?article/1443/.
5. Игудесман К.Б. Фрактальная геометрия [Електронный ресурс] : курс лекций / К.Б. Игудесман ; - Казанский федеральный университет. - Казань, 2010. - Режим доступа: https://dspace.kpfu.ru/xmlui/handle/net/21564.
6. Щуплецов Ю.В. Алгоритм вычисления размерности Минковского для полутоновых изображений / Ю.В. Щуплецов, Н.Б. Ампилова. - Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/algoritm-vychisleniya-razmernosti-minkovskogo-dlya-polutonovyh-izobrazheniy.
7. Falconer K.J. Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications / K.J. Falconer. - 2-nd ed. - Chichester: John Wiley&Sons Ltd, 2003.- 337 p.
8. Ishida T. Trabecular Pattern Analysis Using Fractal Dimension / K. Yamashita,

A. Takigawa, K. Kariya, H. Itoh // Japanese Journal of Applied Physics. - 1993. - Vol. 32.- №4R. - p.1867-71.

9. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature / B.B. Mandelbrot. - San Francisco: W.H. Freeman and Company, 1982. - 460 p.

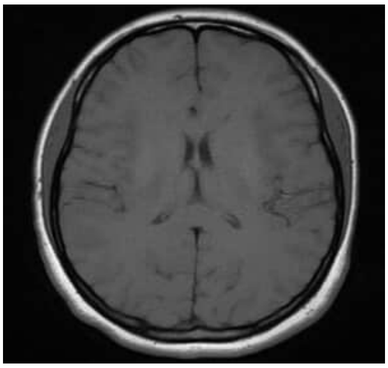
10. Reljin I.S. Fractal geometry and multifractals in analyzing and processing medical data and images / I.S. Reljin, Reljin B.D. // Archive of Oncology.- 2002. - 10(4) — P.283–293. - Available from: https://www.researchgate.net/publication/47366904_Fractal_geometry_and_multifractals_in_analyzing_and_processing_medical_data_and_images.

11. Tayurskii D.A., Rusanova I.A. The Fractal Analysis of the Images in Medical Diagnostics / edited by F. Brambila // Fractal Analysis – Applications in Health Sciences and Social Sciences. - 2017. - Available from: https://www.intechopen.com/chapters/55028.

ДОДАТКИ

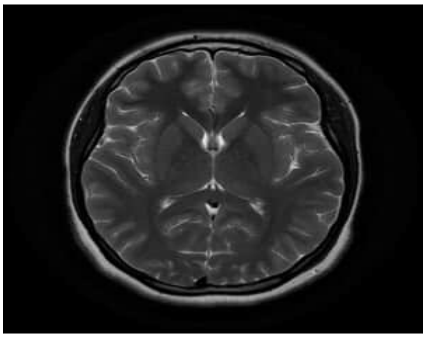
Додаток А. Зображення МРТ, що використовувались у тестуванні програми.

Рисунок А.1 Зображення МРТ (магнітно-резонансної томографії) головного мозку - норма.



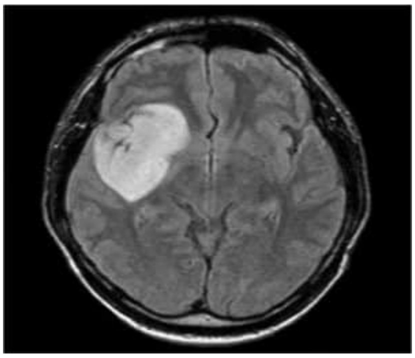
Джерело доступу: https://med24krd.ru/wp-content/uploads/2020/03/rasshifrovka- mrt-golovnogo-mozga-2.jpg

Рисунок А.2 Типове зображення МРТ головного мозку.



Джерело доступу: https://mrtprioritet.ru/photos/1/мрт изображение головного мозга.jpg

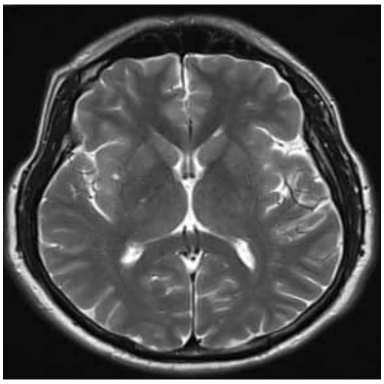
Рисунок А.3 Зображення МРТ головного мозку — відхилення (виявлено новоутворення).



Джерело доступу:

https://secondopinions.ru/wp-content/uploads/2017/07/primer_3-300x300.jpg

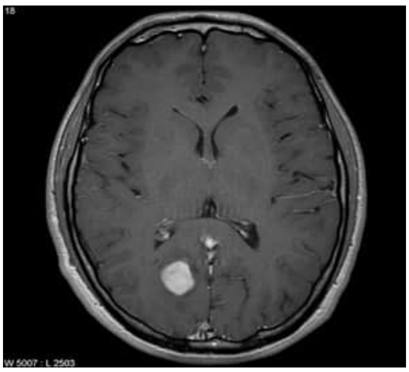
Рисунок А.4 Зображення МРТ головного мозку — норма.



Джерело доступу:

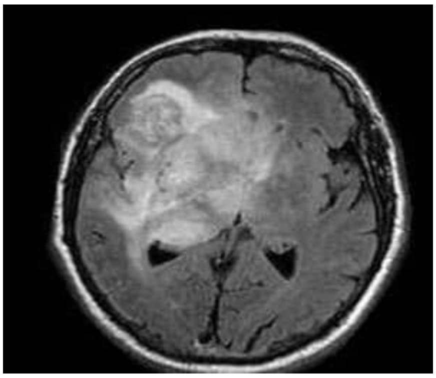
https://lifescan.ua/wp-content/uploads/2021/02/mrt-golovnogo-mozga-3-890x1024.jpg

Рисунок А.5 Зображення МРТ головного мозку із патологією (наявна пухлина).



Джерело доступу: https://mrt24.spb.ru/laravel-filemanager/photos/1/МРТ_головного_мозга глиома.jpg

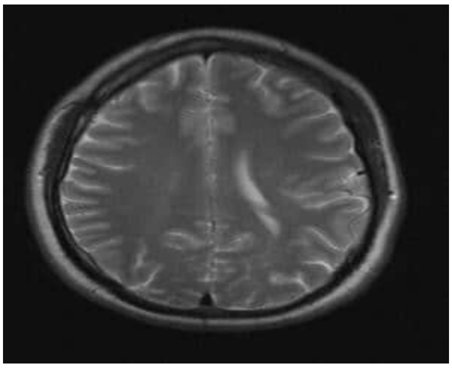
Рисунок А.6 Зображення МРТ головного мозку — виявлено відхилення (наявна пухлина).



Джерело доступу:

https://www.mri-kholin.ru/wp-content/uploads/-фл-e1445966793503.jpg

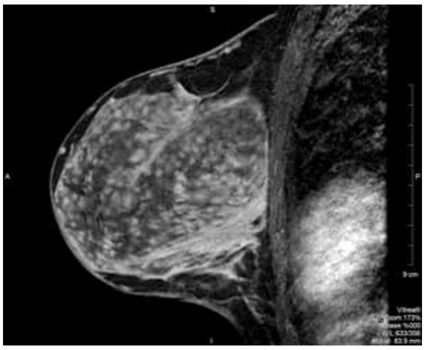
Рисунок А.7 Зображення МРТ головного мозку — норма.



Джерело доступу:

https://secondopinions.ru/wp-content/uploads/2018/09/TV-VI-izobrazheniya-osnovaniya-mozga-na-urovne-mozzhechka.jpg

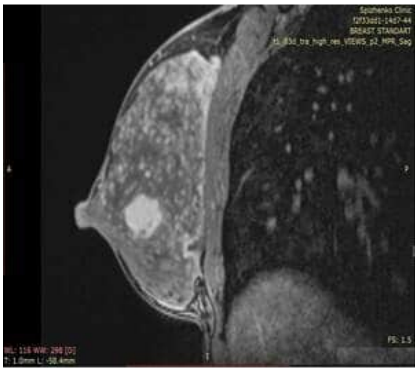
Рисунок А.8 Атипове зображення МРТ молочних залоз — 4 стадія раку.



Джерело доступу:

https://www.novo.lviv.ua/userfiles/images/MRT/MRI_breast_03.jpg

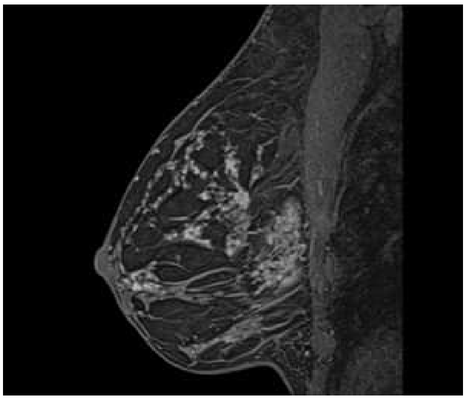
Рисунок А.9 Зображення МРТ молочних залоз з відхиленням — 2 стадія раку.



Джерело доступу:

https://spizhenko.clinic/wp-content/uploads/2020/03/breast_tumor.jpg

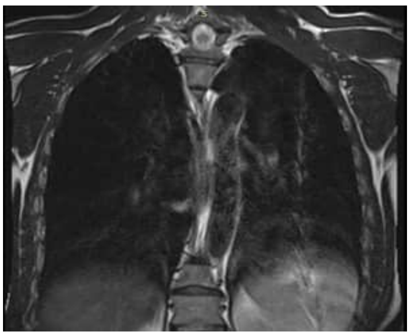
Рисунок А.10 Зображення МРТ молочних залоз — норма.



Джерело доступу:

https://mrt- rus.info/upload/iblock/5d6/5d669d37775e2caba0d751ef6eb398ac.jpg

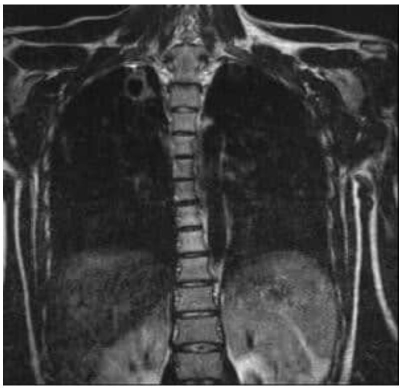
Рисунок А.11 Зображення МРТ легень — типове.



Джерело доступу:

https://spb24mrt.ru/images/mrt-legkih-i-bronhov-1.jpg

Рисунок А.12 Зображення МРТ легень — типове.



Джерело доступу:

https://s3.amazonaws.com/mrct.ru.articles/legkie.jpg

Додаток Б. Різнокольорові зображення, що використовувались у тестуванні програми.

Рисунок Б.1

Джерело доступу:
https://st4.depositphotos.com/6504442/25689/v/600/depositphotos_256895170-stock-illustration-light-purple-pink-vector-blurred.jpg

Рисунок Б.2

Джерело доступу:
https://static.vecteezy.com/system/resources/previews/001/888/295/non_2x/light-purple-pink-gradient-blur-drawing-vector.jpg

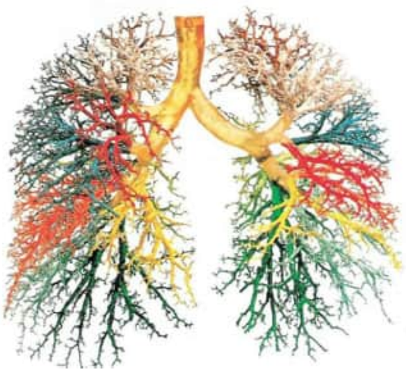
Додаток В. Приклади фракталів

Рисунок В.1 Приклад фракталів у природі — листя папороті.

Джерело доступу:

https://i1.wp.com/epochtimes.com.ua/upload/medialibrary/39b/39b5087c159a9cbd90413d8e0b5ca286.jpg

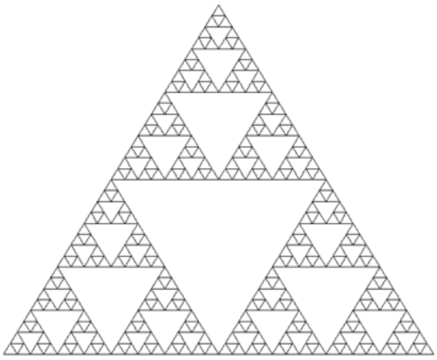
Рисунок В.2 Приклад фракталів у природі — бронхіальне дерево дихальної системи людини.



Джерело доступу:

https://uchis.com.ua/wp-content/uploads/812081.jpg

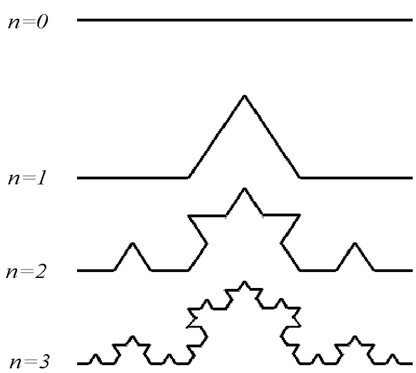
Рисунок В.3 Приклад геометричного фракталу — трикутник Серпинського.



Джерело доступу:

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/34/Fractal_serp.png

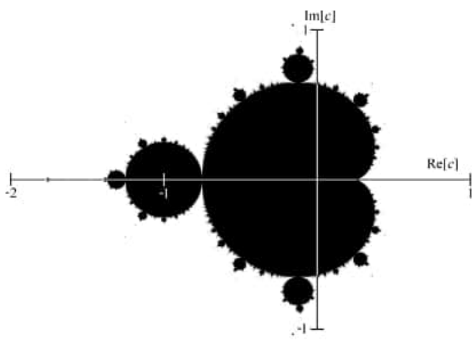
Рисунок В.4 Приклад геометричного фракталу — крива Коха.



Джерело доступу:

https://studfile.net/html/2706/53/html_EWvdar3zwH.9QHu/htmlconvd-XMGMyW_html_87e48eca5c3ce335.png

Рисунок В.5 Приклад фракталу — множина Мандельброта.



Джерело доступу:

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/56/Mandelset_hires.png

Додаток Г. Програмна реалізація

Код розроблений для програмної реалізації можна переглянути за посиланням, поданим нижче:

https://github.com/kpm-lnu/student-applications/tree/develop/2022-2023/PMP-42/coursework/Oksana Viznychak