

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри теорії функцій і  
функціонального аналізу  
механіко-математичного  
факультету  
Львівського національного  
університету імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 28 серпня 2023р.)



Завідувач кафедри      Скасків О. Б.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Основи математичного аналізу та застосування”,**  
**що викладається в межах ОПІ “Кібербезпека”**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 125 – кібербезпека та захист інформації**

**Львів 2023 р.**

<b>Назва дисципліни</b>	Основи математичного аналізу та застосування
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	12 – інформаційні технології 125 – кібербезпека та захист інформації
<b>Викладачі дисципліни</b>	Християнин Андрій Ярославович, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:andriy.khrystiyany@lnu.edu.ua">andriy.khrystiyany@lnu.edu.ua</a>  Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 373. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://teams.microsoft.com/l/team/19%3awf_84c3o6EarrOW8iFewdPC2bUeSc3FMA10Ht8HJdxU1%40thread.tacv2/conversations?groupId=9d1a63be-fec3-446b-b230-de8c6c97eed5&amp;tenantId=70a28522-969b-451f-bdb2-abfea3aaa5bf">https://teams.microsoft.com/l/team/19%3awf_84c3o6EarrOW8iFewdPC2bUeSc3FMA10Ht8HJdxU1%40thread.tacv2/conversations?groupId=9d1a63be-fec3-446b-b230-de8c6c97eed5&amp;tenantId=70a28522-969b-451f-bdb2-abfea3aaa5bf</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Основи математичного аналізу та застосування” є нормативною дис-ципліною з спеціальності 125 – кібербезпека та захист інформації для освітньої програми Кібербезпека, яка викладається у 1-му семестрі в обсязі 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Курс спрямований на оволодіння класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Оволодіти класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, їх

	використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<p>Основна:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Strang G., Herman E., Calculus, Vol. 1, OpenStax, 2020</li> <li>2. Hartman G., Fitzpatrick S., Jordan A., Vollet C. APEX Calculus, 2023 (<a href="https://opentext.uleth.ca/PDF/apex-novideo.pdf">https://opentext.uleth.ca/PDF/apex-novideo.pdf</a>)</li> <li>3. Thamban-Nair M. Calculus of One Variable, 2nd ed. Springer, 2021.</li> <li>4. Математичний аналіз: Диференціальне числення функцій однієї змінної [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. Ю. Є. Бохонов. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,56 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 162 с.</li> </ol> <p>Додаткова:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>5. Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І. Математичний аналіз, Київ:Знання, 2018</li> <li>6. Заболоцький М.В., Фединяк С.І., Філевич П.В., Червінка К.А. Практикум з математичного аналізу, Львів:Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2009.</li> <li>7. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Основи математичного аналізу, Львів:Видавничий центр ЛНУ імені І.Франка, 2010</li> <li>8. Винницький Б.В та ін. Основи одновимірного аналізу, Ч. 1,2,3,4, Дрогобич, 2008</li> <li>9. Винницький Б.В та ін. Основи багатовимірного аналізу, Ч.1, 2 Дрогобич, 2008</li> <li>10.Тріщ Б.М. Математичний аналіз, Львів:Видавничий центр ЛНУ імені Ф.Франка, 2004</li> <li>11.Кудрик Т. Математичний аналіз, Львів, 2008</li> <li>12. Лянце В., Кудрик Т., Чуйко Г. Вступ до математичного аналізу й основ математики, Львів:Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2008.</li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 16 годин лекцій та 32 годин лабораторних робіт. Самостійної роботи: 72 годин
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Знати: основні поняття математичного аналізу, зокрема: множини і дії над ними, поняття точної верхньої і точної нижньої межі числової множини, принцип точних меж, означення границі послідовності, теорему про єдиність границі, теорему про три послідовності, теорему про арифметичні операції над збіжними послідовностями, поняття монотонної послідовності і теорему про існування границі монотонної послідовності, число</li> </ul>

Ейлера, підпослідовності, часткові границі послідовності, означення фундаментальної послідовності та критерій Коші, означення границі функції в точці за Коші і за Гейне, односторонні границі, критерій Коші існування границі функції в точці, означення неперервної функції в точці і на множині, теореми про арифметичні операції над неперервними функціями, про неперервність суперпозиції, про існування і неперервність оберненої функції, теорему Вейєрштрасса та теорему Больцано-Коші про проміжне значення, рівномірної неперервності і теорему Кантора, точки розриву функцій та їх класифікацію, означення похідної, геометричну зміст похідної, правила обчислення похідних, похідну від складеної та оберненої функції, теореми Ферма, Ролля, Лагранжа і Коші, формулу Лейбніца, формулу Тейлора із залишковими членами в формі Пеано і Лагранжа, правила Лопітала, означення опуклої вниз та вгору на інтервалі функції, критерій опуклості в термінах похідної і похідної другого порядку, точки локального екстремуму функції, необхідні умови локального екстремуму, достатні умови локального екстремуму, означення точок перегину і методи їх знаходження, означення асимптот графіка функції та їх знаходження;

- поняття первісної та невизначеного інтеграла, інтегрування за допомогою підстановки і частинами, розклад раціональної функції на прості дроби методом невизначених коефіцієнтів, інтегрування простих дробів, універсальна тригонометрична підстановка, інтегрування ірраціональних функцій, означення верхньої та нижньої суми Дарбу і інтегральної суми, функція інтегровна за Ріманом на відрізку, теореми про інтегровність неперервної та монотонної функцій, означення інтеграла зі змінною верхньою межею, теорему про існування первісної неперервної, формулу Ньютона-Лейбніца, означення площі криволінійної трапеції і формула для її обчислення, означення довжини дуги кривої і формули для її обчислення, означення об'єму тіла обертання і формула для його обчислення

Вміти:

- виконувати операції над множинами, обчислювати границі послідовностей, обчислювати границі функцій в точці, досліджувати функції на неперервність, обчислювати похідну функції, досліджувати функції за допомогою похідних і будувати їх графіки.
- обчислювати невизначені інтеграли, обчислювати

	<p>інтеграл Рімана, застосовувати інтеграл Рімана до знаходження площ плоских фігур, довжин дуг кривих, об'ємів тіл обертання, площ поверхонь тіл обертання</p> <p>Курс забезпечує набуття таких компетентностей: ІК, КЗ 1-3, КЗ 5, КФ 2 та програмних результатів навчання: ПРН 1-6, ПРН 10-12, ПРН 19.</p>
<b>Ключові слова</b>	Функція, послідовність, границя послідовності, границя функції, неперервні функції, точки розриву функції, похідна, диференціал функції, формула Тейлора, первісна, інтегрування, інтеграл Рімана, інтегральна сума.
<b>Формат курсу</b>	Очний. Проведення лекцій, лабораторних занять і консультацій.
<b>Теми</b>	<p>Елементи математичної логіки. Множини. Множина дійсних чисел. Точні межі множин. Поняття границі послідовності та основні властивості збіжних послідовностей. Монотонні послідовності. Число Ейлера. Підпослідовності та часткові границі. Поняття границі функції в точці та основні властивості функцій, що мають границю в точці. Односторонні границі. Границі монотонних функцій. Найважливіші границі функцій. Порівняння функцій (о-символіка). . Неперервні функції та їх властивості. Класифікація точок розриву. . Властивості функцій неперервних на відрізку. Рівномірна неперервність. . Поняття похідної функції. Геометричний зміст похідної. Похідні основних елементарних функцій. . Арифметичні властивості похідної. Похідна складеної та оберненої функцій. . Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца. . Основні теореми про диференційовні функції. . Розкриття невизначеностей. Правила Лопітала. . Формула Тейлора. . Дослідження функцій за допомогою похідної. . Первісна та невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування. . Інтегрування раціональних функцій. . Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій. . Інтегральні суми. Поняття визначеного інтеграла Рімана. . Критерії інтегровності. Класи інтегровних функцій. . Властивості інтеграла Рімана. . Основна теорема інтегрального числення. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначеному інтегралі Рімана.</p>

	. Геометричні застосування інтеграла Рімана.
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Екзамен в кінці семестру
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань зі шкільного курсу математики (алгебра та початки аналізу) достатніх для сприйняття основних ідей та методів математичного аналізу а також суміжних математичних дисциплін (лінійна алгебра, дискретна математика).
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції, лабораторні заняття.  Перелік тем лабораторних занять:  1. Натуральні числа. Метод математичної індукції. 2. Елементи математичної логіки. Множини. Дії з множинами. 3. Точні межі множин. 4. Границя послідовності. Число Ейлера. 5. Підпослідовності та часткові границі. 6. Знаходження границь раціональних та тригонометричних функцій. 7. Знаходження границь показникових та логарифмічних функцій. 8. Дослідження функцій на неперервність. Класифікація точок розриву. 9. Порівняння функцій. O-символіка.

	<p>10. Знаходження похідних. Правила диференціювання.</p> <p>11. Формула Тейлора. Застосування для знаходження границь.</p> <p>12. Правила Лопітала розкриття невизначеностей. Застосування правил Лопітала для знаходження границь функцій.</p> <p>13. Дослідження функцій на монотонність, опуклість та екстремум.</p> <p>14. Задачі на знаходження екстремумів.</p> <p>15. Метод заміни змінної та інтегрування частинами. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій.</p> <p>16. Визначений інтеграл. Геометричні застосування.</p>
<p><b>Необхідне обладнання</b></p>	<p>Аудиторія обладнана дошкою та засобами написання для аудиторних занять.</p>
<p><b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b></p>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <p>практичні модульні контрольні роботи : 30% семестрової оцінки</p> <p>теоретичні колоквиуми : 20% семестрової оцінки</p> <p>екзамен: 50% семестрової оцінки</p> <p>Підсумкова максимальна кількість балів у семестрі: 100.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при</p>

	<p>поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p><b>Питання до заліку чи екзамену.</b></p>	<p>На екзамен виносяться усі теми курсу (див. пункт Теми).</p> <p>Елементи математичної логіки. Множини.  Множина дійсних чисел. Точні межі множин.  Поняття границі послідовності та основні властивості збіжних послідовностей.  Монотонні послідовності. Число Ейлера.  Підпослідовності та часткові границі.  Поняття границі функції в точці та основні властивості функцій, що мають границю в точці.  Односторонні границі. Границі монотонних функцій.  Найважливіші границі функцій.  Порівняння функцій (о-символіка).  . Неперервні функції та їх властивості. Класифікація точок розриву.  . Властивості функцій неперервних на відрізку. Рівномірна неперервність.  . Поняття похідної функції. Геометричний зміст похідної.  Похідні основних елементарних функцій.  . Арифметичні властивості похідної. Похідна складеної та оберненої функцій.  . Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца.  . Основні теореми про диференційовні функції.  . Розкриття невизначеностей. Правила Лопітала.  . Формула Тейлора.  . Дослідження функцій за допомогою похідної.  . Первісна та невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування.  . Інтегрування раціональних функцій.  . Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій.  . Інтегральні суми. Поняття визначеного інтеграла Рімана.  . Критерії інтегровності. Класи інтегровних функцій.  . Властивості інтеграла Рімана.  . Основна теорема інтегрального числення. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначеному інтегралі Рімана.  . Геометричні застосування інтеграла Рімана.</p>



<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

### Схема курсу

Тиждень	Тема	Форма діяльності	Література	Завдання	Термін виконання
1-3	Дійсні числа	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Три тижні
4-5	Границя числової послідовності	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Два тижні
6-7	Границя функції	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Два тижні
8-9	Неперервні функції	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Два тижні

10-14	Похідна функції та її застосування	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	П'ять тижнів
15	Невизначений інтеграл	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Один тиждень
16	Визначений інтеграл Рімана та його застосування	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Один тиждень