МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра дискретного аналізу та інтелектуальних систем

Затверджено
На засіданні
кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем
факультету прикладної математики та інформатики
Львівського національного університету імені Івана Франка
(протокол № 24/23 від 30 серпня 2023 р.)

Завідувач кафедри Микола ПРИТУЛА

Силабус з навчальної дисципліни "Застосування теорії ймовірностей в кібербезпеці", що викладається в межах ОПП Кібербезпека першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з спеціальності 125 – кібербезпека та захист інформації

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Застосування теорії ймовірностей в кібербезпеці
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра дискретного аналізу та інтелектуальних систем
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	12 – інформаційні технології 125 – кібербезпека та захист інформації
Викладачі дисципліни	Притула Микола Миколайович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем (лекції), Пелюшкевич Ольга Володимирівна, доцент кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем, канд. фіз.-мат. наук (лабораторні заняття)
Контактна інформація викладачів	mykola.prytula@lnu.edu.ua; https://ami.lnu.edu.ua/employee/prytula; olga.peliushkevych@lnu.edu.ua;https://ami.lnu.edu.ua/employee/pelushkevych; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 360. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (а також за розкладом консультацій кафедри).
Сторінка курсу	https://ami.lnu.edu.ua/course/teoriia-ymovirnosti-kiberbezpeka
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Застосування теорії ймовірностей в кібербезпеці” є нормативною дисципліною для спеціальності 125 – кібербезпека та захист інформації для освітньої програми Кібербезпека, яка викладається в 3-му семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	***Метою*** *навчальної дисципліни є формування у студентів системи теоретичних знань і практичних навичок ймовірнісного дослідження між масовими випадковими явищами та процесами.* ***Завданням*** *вивчення навчальної дисципліни є сформувати у студентів теоретичні знання та практичні навички в області випадкових процесів; надати студентам уявлення про основні ймовірнісні методи та способи їх обґрунтування та практичні рекомендації щодо їх використання.*
Коротка анотація дисципліни	Курс “Застосування теорії ймовірностей в кібербезпеці” розроблено таким чином, щоб надати учасникам необхідні знання, які дозволять у подальшому засвоювати спеціальні дисципліни, що базуються на ймовірнісних моделях. При цьому значна увага надається виробленню практичних навичок при розв'язуванні конкретних задач, вмінні застосовувати ймовірнісні методи для дослідження реальних технічних та економічних процесів. Студенти після вивчення дисципліни повинні вміти застосовувати набуті знання у своїй практичній діяльності.
Література для вивчення дисципліни	Основна література 1. Бакун В.В. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика : підручник. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 286 с. 2. Теорія ймовірностей [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Інженерія програмного забезпечення

	інтелектуальних кіберфізичних систем і веб-технологій» спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: О. В. Барабаш, А. П. Мусієнко, О. В. Свинчук. Електронні текстові дані (1 файл: 3,7 Мбайт). Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 193с. 3. Васильків І.М. Основи теорії ймовірностей і математичної статистики: навч. посібник. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2020. 184 с. 4. Dembo Amir. Probability theory. Department of Mathematics, Stanford University, Stanford. 2021. 409 p. URL: http://statweb.stanford.edu/~adembo/stat-310b/lnotes.pdf 5. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Михалін Г.О. Теорія ймовірностей і математична статистика: Підручник для студентів фізико-математичних та інформатичних спеціальностей педагогічних університетів. Видання четверте, доповнене. – Київ. НПУ імені М.П. Драгоманова, 2020 – 750 с. Додаткова література 6. Квасниця Г.А., Притула М.М., Прядко О.Я. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посібник : у 2 ч. – Ч. 1. Теорія ймовірностей – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2019. – 150 с. 7. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. 5-те видання. Київ : Центр навчальної л-ри, 2019.– 424 с. 8.Кузик А.Д., Меньшикова О.В., Чмир О.Ю. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посібник – Львів : Сполом, 2012. – 192 с. 9. Руденко В.М. Математична статистика. Навч. посіб. – К.: Центр учбової літератури, 2012. – 304 с. 10. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика – К.:Знання, 2007. –556 с. 11. Бобик О. І., Берегова Г.І., Копитко Б.І. Терія ймовірностей та математична статистика: підручник. _ К.: ВД “Профісіонал”, 2007. – 560 с. 12. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: навч.-метод. Посібник : у 2 ч. – К.: КНЕУ, 2000, – 304 с.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 16 год. лекцій та 32 години лабораторних занять. Самостійної роботи: 42 год.
Очікувані результати навчання	У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен ***знати***: - класичне означення ймовірності; - основні методи ймовірнісних подій і процесів; - головні етапи ймовірнісного дослідження; - граничні теореми; - пуассонівські процеси. ***вміти:*** - застосовувати вивчені методи до конкретних прикладних і ймовірнісних задач; - застосовувати критерії, основані на порівнюванні ймовірностей та відносних частот; - здійснювати аналіз випадкових процесів; - давати кількісну і якісну оцінку досліджуваних випадкових явищ і процесів; - використовувати закони розподілу дискретних та неперервних випадкових величин; - використовувати числові характеристики випадкових величин до розв’язування ймовірнісних задач. **Курс забезпечує набуття таких компетентностей: ІК, КЗ 1-3, КЗ 5, КФ 2 та програмних результатів навчання: ПРН 1-6, ПРН 10-13, ПРН 17, ПРН 19.**
Ключові слова	Комбінаторика, випадкова величина, ймовірнісні методи, числові характеристики.
Формат курсу	Очний.

	Проведення лекцій, лабораторних занять і консультацій.
Теми	Теми подані у Схемі курсу нижче
Підсумковий контроль, форма	3-й семестр – іспит.
Пререквізити	Для вивчення дисципліни студенти потребують базові знання з курсів: *“Моделі та методи дискретної математики”, “Основи математичного аналізу та їх застосування”, “Основи кібербезпеки”, “Обчислювальна геометрія та алгебра”.*
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, модульний контроль. Індивідуальні завдання
Необхідне обладнання	Комп’ютер, Internet, Office 365.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Поточний (поточне усне опитування, модульний контроль, тестування) та підсумковий контроль – іспит. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: - модульний контроль, тестування, усне опитування: 30% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 30; - індивідуальні завдання 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 20; - екзамен 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 50. Підсумкова максимальна кількість балів – 100. **Академічна доброчесність**: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахуванння викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. **Відвідування занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом. **Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих. **Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при модульному контролі, тестуванні, усному опитуванню, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов’язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов’язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

Питання до екзамену	1. Предмет і методи теорії ймовірностей. 2. Правило додавання в комбінаториці. Правило множення в комбінаториці. 3. Протилежна подія. Сума і добуток подій. Еквівалентність подій. 4. Класичний спосіб обчислення ймовірності. Властивості ймовірності. 5. Правило додавання ймовірностей (несумісні події). 6. Правило додавання ймовірностей в загальному випадку. 7. Умовна ймовірність. Правило множення. 8. Виведення формули повної ймовірності. 9. Виведення формули Байєса. 10. Незалежні події. Незалежність в сукупності. 11. Теорема про ймовірність появи хоча би однієї події. 12. Залежні події. Коефіцієнти регресії та кореляції. 13. Послідовність незалежних спроб. Схема Бернуллі. 14. Біномний розподіл. Найімовірніше число появ події. 15. Асимптотика для схеми Бернуллі. Локальна теорема Муавра-Лапласа. 16. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. 17. Теорема Бернуллі закону великих чисел. Практичний висновок. 18. Геометрична ймовірність. Задача Бюффона. 19. Аксіоми теорії ймовірностей. 20. Випадкові змінні та функції розподілу. 21. Властивості функції розподілу. 22. Випадкові вектори та їх властивості. 23. Класи випадкових векторів. Властивості n-вимірної щільності розподілу. 24. Незалежні випадкові вектори. Випадкові змінні незалежні в сукупності. 25. Перетворення розподілу ймовірностей. 26. Математичне сподівання дискретної випадкової величини. Приклади. 27. Математичне сподівання абсолютно неперервної випадкової величини. 28. Властивості математичного сподівання. 29. Механічна та геометрична інтерпретації сподівання. 30. Дисперсія та її властивості. 31. Робоча формула для обчислення дисперсії. 32. Нерівності Маркова та Чебишова закону великих чисел. 33. Теорема Чебишова та часткові випадки теореми Чебишова. 34. Правило обґрунтування середніх арифметичних. Теорема Маркова. 35. Ланцюг Маркова. Графічне представлення ланцюга Маркова. Приклади. 36. Ймовірність переходу системи зі стану в стан за *n* кроків. 37. Стаціонарний розподіл для ланцюга Маркова. 38. Характеристична функція, її властивості. 39. Взаємно-однозначна відповідність між функцією розподілу та характеристичною функцією. Знак функція, обмежники. 40. Теорема про зворотну функцію, її наслідки. 41. Теореми про суми незалежних випадкових змінних 42. Стохастичні процеси. Пуассонівський процес. Опис процесу, рівняння процесу, розподіл Пуассона. 43. Процес розмноження та вимирання. Опис процесу, граф процесу, рівняння процесу. 44. Процес чистого розмноження з незалежними від часу інтенсивностями. 45. Процес чистого розмноження з незалежними від стану інтенсивностями. 46. Процес чистого вимирання з незалежними від часу інтенсивностями. 47. Процес чистого вимирання з незалежними від стану інтенсивностями.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

Тиж.	**Тема, план, короткі тези**	**Форма діяльності (заняття)**	**Література. Ресурси в інтернеті**	**Завдання, год.**	**Термін виконання**
1	**Тема 1. Предмет і методи теорії ймовірностей. Правило додавання і множення подій. Умовна ймовірність** *(Історія виникнення і розвитку та*	лекція, самостійна робота	[1-5]	2 5	1 тиждень

	основні сфери використання теорії ймовірностей. Основні визначення. Алгебра подій. Сумісні і несумісні події. Повна група подій. Ймовірність суми несумісних подій та довільних подій, умовні ймовірності*).*				
	Тема 1. Елементи комбінаторики (*Сполуки, розміщення, перестановки. Правило додавання і множення*)	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
2	**Тема 2. Класичний метод обчислення ймовірностей.** (Класифікація випадкових подій. Властивості ймовірності. Приклади на правила додавання і множення ймовірностей)	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
3	**Тема 2. Формула повної ймовірності та формула ймовірності гіпотез. Залежність подій**. **Послідовності незалежних випробувань** (Формула повної ймовірності та формула Байєса. Незалежні події та незалежність в сукупності. Залежні події. Найпростіша послідовність незалежних випробувань. Формула Бернуллі. Найімовірніше число успіхів у схемі Бернуллі. Розподіл ймовірностей у схемі Бернуллі)	лекція, самостійна робота	[1-5]	2 6	1 тиждень
	Тема 3. Приклади на обчислення ймовірностей за класичним методом.	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
4	**Тема 4. Приклади на обчислення ймовірностей за формулою повної ймовірності та формулою Байєса.** (Індивідуальне завдання №1)	лаб.,	[1-5]	2	1 тиждень
5	**Тема 3. Геометрична ймовірність Асимптотика для схеми Бернуллі. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа** (Геометрична інтерпретація суті рівноможливих подій. Формула геометричної ймовірності. Геометрична інтерпретація задачі Бюффона. Результати експериментального визначення числа π за допомогою відповідних кидань голки. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа, теорема Пуассона. Теоретичні та практичні висновки із цих теорем)	лекція, самостійна робота	[1-5]	2 5	1 тиждень
	Тема 5. Приклади на обчислення ймовірностей за формулою Бернуллі та практичним висновком із локальної теореми Муавра-Лапласа	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
6	**Тема 6. Приклади на обчислення ймовірностей за схемою Бернуллі**	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
7	**Тема 4. Випадкові величини. Випадкові вектори** (Характеристики розподілів випадкових змінних. Властивості функції розподілу випадкової змінної. Класи випадкових	лекція, самостійна робота	[1-5]	2 5	1 тиждень

	змінних. Багатовимірні випадкові змінні. Властивості багатовимірних функцій розподілу. Класи випадкових векторів. Властивості густини розподілу випадкового вектора. Незалежні випадкові вектори)				
	Тема 7. Приклади на обчислення ймовірностей за практичним висновком із локальної теореми Муавра-Лапласа	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
8	**Тема 8. Приклади на обчислення ймовірностей за практичним висновком із інтегральної теореми Муавра-Лапласа**	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
9	**Тема 5. Перетворення розподілу ймовірностей. Числові характеристики випадкових змінних** (Анаморфоза розподілів для абсолютно неперервних і дискретних випадкових змінних. Математичне сподівання випадкової змінної. Середнє значення дискретної випадкової змінної. Сподівання абсолютно неперервної змінної. Механічна та геометрична інтерпретація математичного сподівання. Властивості математичного сподівання)	лекція, самостійна робота	[1-5]	2 5	1 тиждень
	Тема 9. Приклади на обчислення геометричних ймовірностей	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
10	**Тема 10. Приклади на обчислення функцій розподілу ймовірностей**	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
11	**Тема 6. Дисперсія випадкової змінної. Моменти випадкової змінної** (Означення дисперсії для дискретної та абсолютно неперервної випадкових змінних. Робоча формула для обчислення дисперсії. Моменти порядку *k* для дискретної та абсолютно неперервної випадкових змінних. Квантиль і тентиль)	лекція, самостійна робота	[1-5]	2 6	1 тиждень
	Тема 11. Приклади на обчислення математичного сподівання (Індивідуальне завдання №2)	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
12	**Тема 12. Приклади на обчислення дисперсії випадкової змінної**	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
13	**Тема 7. Закон великих чисел. Характеристичні функції випадкових змінних** (Закон великих чисел у формі Чебишова. Нерівності Маркова та Чебишова. Теорема Чебишова. Частинні випадки теореми Чебишова. Теорема Маркова. Характер дискретної та абсолютно неперервної випадкових змінних. Властивості характеристичної функції. Зворотна формула)	лекція, самостійна робота	[1-5]	2 5	1 тиждень
	Тема 13. Приклади на обчислення моментів випадкових змінних	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
14	**Тема 14. Приклади на використання закону великих чисел**	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
15	**Тема 8. Ланцюг Маркова. Стохастичні процеси. Процес**	лекція, самостійна	[1-5]	2 5	1 тиждень

	Пуассона (Опис і зображення ланцюга Маркова. Ймовірність переходу системи зі стану в стан за *n* кроків. Ймовірність перебування системи в заданому стані на *n*-ому кроці та в далекому майбутньому. Процес розмноження і вимирання. Процес чистого розмноження та вимирання.)	робота			
	Тема 15. Приклади на обчислення характеристичних функцій	лаб.	[1-5]	2	1 тиждень
16	**Модульний контроль**	лаб.	-	2	