

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет**  
**імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**  
**Кафедра дискретного аналізу та інтелектуальних систем**

**Затверджено**

на засіданні кафедри дискретного аналізу  
та інтелектуальних систем  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1/23 від 28 серпня 2023 р.)

Завідувач кафедри проф. Притула М. М.



**Силабус навчальної дисципліни**  
**“Дискретна математика”,**  
що викладається в межах  
**ОПП «Середня освіта (Інформатика)»**  
*для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти*  
з предметної спеціальності **014.09 Середня освіта (Інформатика)**  
галузі знань **01 Освіта/Педагогіка**

Львів 2023 р.

<b>Назва дисципліни</b>	<b>Дискретна математика</b>
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. Івана Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра дискретного аналізу та інтелектуальних систем
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	Галузь знань <b>01 Освіта/Педагогіка</b> Предметна спеціальність <b>014.09 Середня освіта (Інформатика)</b>
<b>Викладачі дисципліни</b>	Щербина Юрій Миколайович, професор кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки. Прядко Ольга Ярославівна, асистент кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем.
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:yuriy.shcherbyna@lnu.edu.ua">yuriy.shcherbyna@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/scherbyna">https://ami.lnu.edu.ua/employee/scherbyna</a> <a href="mailto:olha.pryadko@lnu.edu.ua">olha.pryadko@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/priadko-2">https://ami.lnu.edu.ua/employee/priadko-2</a> Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 360. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні</b>	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://ami.lnu.edu.ua/course/discrete-mathematics-csit-ei">https://ami.lnu.edu.ua/course/discrete-mathematics-csit-ei</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Курс “Дискретна математика” є нормативною дисципліною з освітньо-професійної програми «Середня освіта (Інформатика)» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти з предметної спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика), його викладають у 1-му семестрі в обсязі 4-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Дискретна математика є теоретичною основою комп’ютерних наук. Розглядаються такі розділи: функції алгебри логіки, множини і відношення, комбінаторний аналіз, теорія графів, дерева та їхні застосування, основи теорії кодування, теорія чисел і основи криптографії, формальні мови, граматики і автомати, машини Тьюрінга. З кожного розділу розглядаються можливі застосування, в основному до проблем інформатики. В усіх розділах значна увага приділяється доведенню теорем, опису алгоритмів розв’язування дискретних задач. Висвітлюються питання обчислювальної складності.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення нормативної дисципліни “Дискретна математика” є систематичне викладення засобів дискретної математики як інструментарію для подання та обробки інформації в комп’ютерах. Цілями дисципліни є вивчення дискретних математичних моделей та алгоритмів із прикладами застосувань.

<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<p>Основна</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина.</i> Дискретна математика (у серії „Інформатика”). Київ: Видавнича група ВНУ, 2006, 2007.</li> <li>2. <i>Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина.</i> Дискретна математика (у серії „Комп’ютинг”), видання 7-ме, виправлене та доповнене Львів: Магнолія 2006 та ЛНУ ім. Івана Франка, 2023.</li> <li>3. <i>Ю.М. Щербина, Н.М. Колос, О.Я. Прядко.</i> Математична логіка для комп’ютерних наук. Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2023.</li> </ol> <p>Додаткова</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>4. <i>Ю.В. Капітонова, С.Л. Кривий, О.А. Лещевський, М.К. Печурін.</i> Основи дискретної математики. К.: Наукова думка, 2002.</li> <li>5. <i>Kenneth H. Rosen.</i> Discrete Mathematics and Its Applications. Eighth Edition. McGraw-Hill, Inc, 2019.</li> <li>6. <i>Richard Crandall, Carl Pomerance.</i> Prime Numbers. A Computational Perspective. Second Edition. Springer, 2005.</li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	<p>4 кредити ЄКТС – 120 годин. З них 32 години лекцій, 32 години лабора-торних занять та 56 годин самостійної роботи</p>
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- булеві функції та їх застосування;</li> <li>- основні поняття теорії множин;</li> <li>- основні поняття й методи комбінаторного аналізу;</li> <li>- основні означення та теореми теорії графів;</li> <li>- алгоритми на графах.</li> </ul> <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- будувати кон’юнктивні, диз’юнктивні нормальні форми та поліном Жегалкіна для булевих функцій;</li> <li>- розв’язувати типові задачі з множинами;</li> <li>- обчислювати кількість комбінаторних об’єктів;</li> <li>- розв’язувати рекурентні рівняння та застосовувати принцип коробок Діріхле й принцип включення – виключення;</li> <li>- використовувати властивості графів для розв’язування задач на графах; використовувати властивості плоских і планарних графів, знаходити хроматичне число графа.</li> </ul>
<b>Компетентності</b>	<p>Для спеціальності 014 – середня освіта (інформатика) курс забезпечує набуття таких компетентностей:  <b>ЗК-1, ФК-1, ПК-1, ПК-2, ПК-6</b></p>
<b>Програмні результати навчання</b>	<p><b>та програмних результатів навчання: ПРН-7, ПРН-14</b></p>

<b>Ключові слова</b>	Булева функція, повнота, мінімізація, відношення, алгоритм Воршалла, вибірка, розміщення, сполучення, перестановка, дискретна ймовірність, рекурентне рівняння, граф, ізоморфізм графів, найкоротший шлях у графі, алгоритм Дейкстри, алгоритм Флойда, мінімальний каркас, алгоритм Краскала, дерево, польський запис, дерево рішень, червоно- чорне дерево, подільність, просте число, конгруенція, китайська теорема про остачі, шифросистема RSA, алфавітне кодування, рівномірне кодування, код Фано, код Гаффмана, код Геммінга, формальна мова, скінченний автомат, машина Тьюрінга, алгоритмічно нерозв'язна проблема.
<b>Формат курсу</b>	Очний.
<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Булеві функції. Реалізація функцій формулами.</li> <li>2. Алгебри булевих функцій.</li> <li>3. Повнота й замкненість.</li> <li>4. Мінімізація булевих функцій.</li> <li>5. Відношення та їхні властивості.</li> <li>6. Замикання відношень.</li> <li>7. Відношення еквівалентності. Відношення часткового порядку.</li> <li>8. Застосування відношення часткового порядку в інформаційних технологіях.</li> <li>9. Основні поняття й теореми комбінаторного аналізу.</li> <li>10. Генерування комбінаторних об'єктів. Дискретна ймовірність.</li> <li>11. Розвинута техніка підрахунку.</li> <li>12. Поняття графа.</li> <li>13. Зв'язність графів.</li> <li>14. Ейлерів і гамільтонів цикли.</li> <li>15. Планарність. Розфарбування графів. Незалежність і покриття.</li> </ol> <p><i>Докладну схему курсу подано нижче</i></p>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Екзамен
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базові знання з математики в обсязі середньої школи, достатні для сприйняття категоріального апарату моделей і методів дискретної математики.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції Індивідуальні завдання Групові проекти
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер, Internet.

<p><b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b></p>	<p><b>Оцінювання</b> проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховують за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• поточне тестування: 40% семестрової оцінки; всього чотири тестування по 10 балів, максимальна кількість балів 40;</li> <li>• індивідуальні завдання: 10% семестрової оцінки; два завдання по 5 балів, максимальна кількість балів 10;</li> <li>• екзамен: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх самостійними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідування занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів, визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, отримані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
---	--

<b>Питання до екзамену.</b>	<p>Означення булевої функції, алгебри булевих функцій.          Теорема Поста про повноту системи булевих функцій.          Мінімізація булевих функцій.          Множина. КORTEЖ. Декартів добуток множин.          Бінарні відношення. Композиція відношень.          Транзитивне замикання відношення, алгоритм Воршалла.          Відношення еквівалентності.          Відношення часткового порядку. Діаграма Гассе. Решітка.          Правило суми і правило добутку в комбінаториці.          Вибірка. Розміщення, перестановки, сполучення.          Принцип коробок Діріхле, принцип включення-вилучення.          Розв'язування рекурентних рівнянь.          Неорієнтовані та орієнтовані графи. Способи подання графів.          Шляхи та цикли. Зв'язність.          Ізоморфізм графів.          Ейлерів і гамільтонів цикли в неорієнтованих графах.          Планарні графи. Теорема Куратовського.          Розфарбування графів.          Незалежні множини вершин і кліки.          Паросполучення у двочастковому графі. Теорема Голла.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

#### Схема курсу

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література	Завдання, год.	Термін виконання
1	<b>Тема 1. Булеві функції.</b> (Означення булевої функції, реалізація функцій формулами. Еквівалентність формул. Двоїстість)	лекція, самостійна робота	[1,2,4,5]	2 3	1 тиждень
	<b>Тема 1. Булеві функції.</b> (Табличне задання булевої функції. Реалізація функцій формулами. Еквівалентність формул. Двоїстість)	лаб.	[1,2,4,5]	2	
2	<b>Тема 2. Алгебри булевих функцій.</b> (Алгебра Буля, алгебра Жегалкіна. Диз'юнктивні й кон'юнктивні нормальні форми. Поліном Жегалкіна)	лекція, самостійна робота	[1,2,4,5]	2 4	1 тиждень
	<b>Тема 2. Алгебри булевих функцій.</b> (Побудова диз'юнктивних, кон'юнктивних нормальних форм і полінома Жегалкіна)	лаб.	[1,2,4,5]	2	
3	<b>Тема 3. Повнота системи булевих функцій.</b> (Функціонально повні системи. Замкнені класи. Критерій функціональної повноти системи булевих функцій. Джордж Буль. Аугустус де Морган)	лекція, самостійна робота	[1,2,4,5]	2 4	1 тиждень
	<b>Тема 3. Повнота системи булевих функцій.</b> (Функціонально повні системи. Замкнені класи. Критерій функціональної повноти системи булевих функцій)	лаб.	[1,2,4,5]	2	
4	<b>Тема 4. Мінімізація булевих функцій.</b> (Мінімальні диз'юнктивні нормальні форми. Скорочена диз'юнктивна нормальна форма. Алгоритм Квайна. Алгоритм Мак-Класкі. Тупикові диз'юнктивні нормальні форми та імплікантна таблиця. Алгоритм Петріка знаходження всіх тупикових диз'юнктивних нормальних форм)	лекція, самостійна робота	[1,2,4,5]	2 4	1 тиждень
	<b>Тема 4. Мінімізація булевих функцій.</b> (Мінімальні диз'юнктивні нормальні форми.	лаб.	[1,2,4,5]	2	

	Скорочена диз'юнктивна нормальна форма. Алгоритм Квайна. Алгоритм Мак-Класкі. Тупикові диз'юнктивні нормальні форми та імплікантна таблиця. Алгоритм Петріка знаходження всіх тупикових диз'юнктивних нормальних форм)				
5	<b>Тема 5. Множини. Поняття відношення</b> (Поняття множини й кортежу. Декартів добуток. Булева алгебра множин. Доведення рівностей з множинами. Поняття відношення на множині)	лекція, самостійна робота	[1,2,4,5]	2 3	1 тиждень
	<b>Тема 5. Множини. Поняття відношення.</b> (Булева алгебра множин. Доведення рівностей з множинами. Відношення на множині)	лаб	[1,2,4,5]	2	
6	<b>Тема 6. Замикання відношень</b> (Поняття замикання відношення. Рефлексивне, симетричне та рефлексивне замикання відношення, алгоритм Воршалла)	лекція, самостійна робота	[1,2,4,5]	2 3	1 тиждень
	<b>Тема 6. Замикання відношень</b> (Поняття замикання відношення. Рефлексивне, симетричне та рефлексивне замикання відношення, алгоритм Воршалла)	лаб	[1,2,4,5]	2	
7	<b>Тема 7. Відношення еквівалентності. Відношення часткового порядку.</b> (Властивості бінарних відношень на множині. Відношення еквівалентності. Конгруентність за модулем $m$ . Класи еквівалентності. Відношення часткового порядку)	лекція, самостійна робота	[1,2,4,5]	2 3	1 тиждень
	<b>Тема 7. Відношення еквівалентності. Відношення часткового порядку</b> (Відношення еквівалентності. Конгруентність за модулем $m$ . Класи еквівалентності. Відношення часткового порядку)	лаб.	[1,2,4,5]	2	
8	<b>Тема 8. Застосування відношення часткового порядку в інформаційних технологіях</b> (Діаграма Гассе. Мінімальні й максимальні елементи. Решітки. Решіткова модель інформаційного потоку. Топологічне сортування)	лекція, самостійна робота	[1,2,4,5]	2 3	1 тиждень
	<b>Тема 8. Застосування відношення часткового порядку в інформаційних технологіях</b> (Побудова діаграми Гассе. Знаходження мінімальних і максимальних елементів. Решітки. Топологічне сортування)	лаб.	[1,2,4,5]		
9	<b>Тема 9. Основні правила комбінаторного аналізу. Розміщення та сполучення.</b> (Правило суми та правило добутку. Поняття вибірки. Основні комбінаторні об'єкти: розміщення та сполучення. Обчислення кількості розміщень і сполучень. Перестановки. Біном Ньютона. Поліноміальна теорема. Задача про цілочислові розв'язки)	лекція, самостійна робота	[1,2,4-6]	2 4	1 тиждень
	<b>Тема 9. Основні правила комбінаторного аналізу. Розміщення та сполучення.</b> (Обчислення кількості розміщень і сполучень. Перестановки. Біном Ньютона. Поліноміальна теорема. Задача про цілочислові розв'язки)	лаб.	[1,2,4-6]	2	
10	<b>Тема 10. Числа Стірлінга другого роду та числа Белла. Генерування комбінаторних об'єктів. Дискретна ймовірність.</b> (Задача підрахунку кількості розбиттів множини на непорожні частини. Числа Стірлінга другого роду та числа Белла, їх обчислення. Генерування перестановок, сполучень, розміщень.	лекція, самостійна робота	[1,2,4-6]	2 4	1 тиждень

	Генерування розбиттів множини. Дискретна ймовірність: означення та приклади)				
	<b>Тема 10. Числа Стірлінга другого роду та числа Белла. Генерування комбінаторних об'єктів. Дискретна ймовірність.</b> (Підрахунок кількості розбиттів множини на непорожні частини. Числа Стірлінга другого роду та числа Белла, їх обчислення. Генерування перестановок, сполучень, розміщень. Генерування розбиттів множини. Дискретна ймовірність, приклади)	лаб.	[1,2,4-6]	2	
11	<b>Тема 11. Розвинута техніка підрахунку.</b> (Рекурентні рівняння, числа Фібоначчі, розв'язування лінійних однорідних і неоднорідних рекурентних рівнянь. Принцип коробок Діріхле, Принцип включення – виключення, принцип включення – виключення в альтернативній формі)	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 4	1 тиждень
	<b>Тема 11. Розвинута техніка підрахунку.</b> (Розв'язування лінійних однорідних і неоднорідних рекурентних рівнянь. Принцип коробок Діріхле, Принцип включення – виключення, принцип включення – виключення в альтернативній формі)	лаб.	[1,2,4]	2	
12	<b>Тема 12. Поняття графа.</b> (Основні означення й властивості. Деякі спеціальні класи простих графів. Способи подання графів. Ізоморфізм графів)	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 4	1 тиждень
	<b>Тема 12. Поняття графа.</b> (Основні означення й властивості. Деякі спеціальні класи простих графів. Способи подання графів: матриця інцидентності та матриця суміжності. Ізоморфізм графів)	лаб.	[1,2,4]	2	
13	<b>Тема 13. Зв'язність графів.</b> (Шляхи та цикли, термінологія. Зв'язність. Шляхи в графах та ізоморфізм. Оцінка кількості ребер простого графа. Критерій двочастковості графа. Поняття дерева. Обходи графів)	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 4	1 тиждень
	<b>Тема 13. Зв'язність графів.</b> (Шляхи та цикли. Зв'язність. Шляхи в графах та ізоморфізм. Оцінка кількості ребер простого графа. Критерій двочастковості графа. Поняття дерева. Обходи графів)	лаб.	[1,2,4]	2	
14	<b>Тема 14. Ейлерів і гамільтонів цикли.</b> (Ейлерів цикл у графі. Критерій наявності ейлерового циклу. Гамільтонів цикл у графі. Теорема Дірака та Оре)	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 4	1 тиждень
	<b>Тема 14. Ейлерів і гамільтонів цикли.</b> (Ейлерів цикл у графі. Критерій наявності ейлерового циклу. Гамільтонів цикл у графі. Теорема Дірака та Оре)	лаб.	[1,2,4]	2	
15- 16	<b>Тема 15. Планарність. Розфарбування графів. Незалежність і покриття. Задача про найкоротший шлях.</b> (Означення планарного графа. Розфарбування графів. Незалежні множини вершин та кліки. Паросполучення, теорема Голла. Задача про найкоротший шлях: алгоритм Дейкстри. Поняття про задачу комівояжера)	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	4 5	2 тижні
	<b>Тема 15. Планарність. Розфарбування графів. Незалежність і покриття. Задача про</b>	лаб.	[1,2,4]	4	

	<b>найкоротший шлях.</b> (Означення планарного графа. Розфарбування графів. Незалежні множини вершин та кліки. Паросполучення, теорема Голла. Задача про найкоротший шлях: алгоритм Дейкстри.)				
--	---	--	--	--	--