

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра обчислювальної математики

Оновлено та затверджено
на засіданні
кафедри обчислювальної математики
факультету прикладної математики та
інформатики
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 6 від 21 лютого 2023 р.)



Завідувач кафедри

 Роман ХАПКО

Силабус з навчальної дисципліни
«Ньютонівські методи в нелінійних задачах»,
що викладається в межах ОНП Прикладна математика
другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 113 – прикладна математика

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Ньютонівські методи в нелінійних задачах
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра обчислювальної математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 Математика та статистика 113 Прикладна математика
Викладачі дисципліни	Ярмола Галина Петрівна, доцент кафедри обчислювальної математики
Контактна інформація викладачів	halyna.yarmola@lnu.edu.ua ; https://ami.lnu.edu.ua/employee/yarmola ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 262, 361. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://ami.lnu.edu.ua/course/niutonivski-metody-v-neliniynykh-zadachakh-prykladna-matematyka-1-9
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Ньютонівські методи в нелінійних задачах» є вибірковою дисципліною з спеціальності 113 – прикладна математика для ОНП «Прикладна математика», яка викладається в 2-му семестрі (3 кредити ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс розроблено таким чином, щоб ознайомити студентів з підходами до побудови чисельних методів для розв’язування різних класів нелінійних задач, аналізом їх збіжності та похибки та роз’яснити нюанси реалізації алгоритмів розглянутих методів.
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення вибіркової дисципліни «Ньютонівські методи в нелінійних задачах» є освоєння студентами основ чисельних методів для розв’язування різних нелінійних задач, аналізу збіжності цих методів та принципів програмної реалізації алгоритмів вивчених методів.
Література для вивчення дисципліни	Основна література 1. Argyros I.K. On the Semi-Local Convergence of Two Competing Sixth Order Methods for Equations in Banach Space/ I.K. Argyros, S. Shakhno, S. Regmi, H. Yarmola // Algorithms. –2023. – 16(1), 2 2. Шахно С. М. Диференціально-різницевий метод з апроксимацією оберненого оператора / С.М. Шахно, Г.П. Ярмола // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2021. – Випуск 33. – С. 186-190. 3. Argyros I.K., Magrenán Á.A. Iterative Methods and Their Dynamics with Applications: A Contemporary Study. – CRC Press, 2017. 4. Dennis J.E., Schnabel Robert B. Numerical methods for unconstrained

	<p>optimization and nonlinear equations. – SIAM, Philadelphia, 1996.</p> <p>5. Ortega J.M., Poole W.G. An Introduction to Numerical Methods for Differential Equations. – Pitman Publishing, 1981.</p> <p>6. Ortega J.M., Rheinboldt W.C. Iterative solution of nonlinear equations in several variables. – Academic Press, 1970. – 592 p.</p> <p>7. Shakhno S.M. Convergence of the Newton-Kurchatov method under weak conditions / S.M. Shakhno, Н.Р. Yarmola // Journal of Mathematical Sciences. – 2019. – Vol. 243, №. 1. – P. 1-10.</p> <p>8. Traub J.F. Iterative Methods for the Solution of Equations. – Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964.</p> <p>9. Григоренко Я.М., Панкратова Н.Д. Обчислювальні методи в задачах прикладної математики: Навч. посібник – К.: Либідь, 1995.</p> <p>Допоміжна література:</p> <p>1. More, J.J., Garbow, B.S. and Hillstom, K.E. Testing Unconstrained Optimization Software // ACM Transactions on Mathematical Software. – 1981. – 7. – P.17-41.</p> <p>2. Шахно С.М., Дудикевич А.Т., Левицька С.М. Практикум з чисельних методів. Навчальний посібник. – Видав. центр ЛНУ ім. І.Франка, 2013.</p>
Обсяг курсу	<p>Загальний обсяг: 90 годин (аудиторних занять: 32 год., з них 16 год. лекцій та 16 год. лабораторних робіт; самостійної роботи: 58 год).</p>
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p>Знати основні чисельні методи розв’язування:</p> <ul style="list-style-type: none"> – нелінійних рівнянь та систем; – нелінійних задач про найменші квадрати та задач мінімізації; – нелінійних інтегральних та крайових задач. <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> – застосовувати вказані вище методи до розв’язування задач; – реалізовувати (програмно) алгоритми вивчених методів.
Ключові слова	<p>Нелінійне рівняння, похідна Фреше, поділені різниці оператора, метод Ньютона, різницевий метод, методи з апроксимацією оберненого оператора, методи з декомпозицією оператора, методи для задач безумовної мінімізації, нелінійна задача про найменші квадрати, метод лінеаризації, квазілінійна задача теплопровідності.</p>
Формат курсу	<p>Очний Проведення лекцій, лабораторних занять і консультацій.</p>
Теми	<p>Подано нижче у таблиці Схема курсу «Ньютонівські методи в нелінійних задачах».</p>
Підсумковий контроль, форма	<p>Залік.</p>
Пререквізити	<p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з</p> <ul style="list-style-type: none"> - алгебри; - чисельних методів розв’язування систем лінійної алгебри; - чисельного диференціювання та інтегрування; - чисельних методів розв’язування лінійних крайових задач; - програмування.
Навчальні ме-	<p>Презентації, лекції (лекції-бесіди, лекції-розповіді).</p>

<p>тоди та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</p>	<p>Індивідуальні завдання.</p>																																									
<p>Необхідне обладнання</p>	<p>Комп'ютер із програмним забезпеченням GNU Octave, Visual Studio, доступ до Internet мережі.</p>																																									
<p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.</p> <table border="1" data-bbox="453 495 1485 1059"> <thead> <tr> <th colspan="2" data-bbox="453 495 815 636">Оцінка за шкалою ECTS</th> <th data-bbox="815 495 967 636">Оцінка в балах</th> <th colspan="3" data-bbox="967 495 1485 533">Оцінка за національною шкалою</th> </tr> <tr> <td colspan="2"></td> <td></td> <th colspan="2" data-bbox="967 533 1297 636">Екзамен, диференційований залік</th> <th data-bbox="1297 533 1485 636">залік</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="453 636 587 696">A</td> <td data-bbox="587 636 815 696">Відмінно</td> <td data-bbox="815 636 967 696">100 - 90</td> <td data-bbox="967 636 1200 696">Відмінно</td> <td data-bbox="1200 636 1297 696">5</td> <td data-bbox="1297 636 1485 947" rowspan="5">зараховано</td> </tr> <tr> <td data-bbox="453 696 587 757">B</td> <td data-bbox="587 696 815 757">Дуже добре</td> <td data-bbox="815 696 967 757">81- 89</td> <td colspan="2" data-bbox="967 696 1200 757" rowspan="2">Добре</td> <td data-bbox="1200 696 1297 757" rowspan="2">4</td> </tr> <tr> <td data-bbox="453 757 587 817">C</td> <td data-bbox="587 757 815 817">Добре</td> <td data-bbox="815 757 967 817">71 -80</td> </tr> <tr> <td data-bbox="453 817 587 878">D</td> <td data-bbox="587 817 815 878">Задовільно</td> <td data-bbox="815 817 967 878">61 - 70</td> <td data-bbox="967 817 1200 878" rowspan="2">Задовільно</td> <td data-bbox="1200 817 1297 878" rowspan="2">3</td> </tr> <tr> <td data-bbox="453 878 587 947">E</td> <td data-bbox="587 878 815 947">Достатньо</td> <td data-bbox="815 878 967 947">51- 60</td> </tr> <tr> <td data-bbox="453 947 587 1059">FX (F)</td> <td data-bbox="587 947 815 1059">Незадовільно</td> <td data-bbox="815 947 967 1059">0 - 50</td> <td data-bbox="967 947 1200 1059">Незадовільно</td> <td data-bbox="1200 947 1297 1059">2</td> <td data-bbox="1297 947 1485 1059">не зараховано</td> </tr> </tbody> </table> <p>Впродовж семестру студент може отримати 100 балів. З них:</p> <ul style="list-style-type: none"> - за роботу на лабораторних заняттях: максимальна кількість – 50 балів (5 програм (індивідуальні завдання) по 10 балів); для кожного завдання встановлено терміни здачі. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (кожне лабораторне заняття на 2бали менше). - колоквіум: максимальна кількість – 50 балів (30 тестових завдань по 1б. та 4 практичні завдання по 5б). <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p>Критерії оцінювання індивідуальних завдань:</p> <p>10 балів – студент повністю виконав умови завдання, алгоритм реалізовано правильно, відповідає на всі запитання, пов'язані з тематикою завдання, проводить чіткий аналіз та порівняння отриманих результатів, пропонує інші підходи до вирішення поставленого завдання;</p> <p>8-9 балів – студент повністю виконав умови завдання, на деякі запитання, алгоритм реалізовано правильно, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з незначними неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з незначними неточностями;</p> <p>6-7 балів – студент виконав завдання з незначними помилками, але самостійно їх виправляє, якщо на них вкаже викладач, на деякі запитання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з</p>	Оцінка за шкалою ECTS		Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою						Екзамен, диференційований залік		залік	A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	зараховано	B	Дуже добре	81- 89	Добре		4	C	Добре	71 -80	D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3	E	Достатньо	51- 60	FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2	не зараховано
Оцінка за шкалою ECTS		Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою																																							
			Екзамен, диференційований залік		залік																																					
A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	зараховано																																					
B	Дуже добре	81- 89	Добре			4																																				
C	Добре	71 -80																																								
D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3																																						
E	Достатньо	51- 60																																								
FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2	не зараховано																																					

неточностями;

4-5 бали – студент виконав завдання частково, алгоритм реалізовано з помилками, які частково може виправити, якщо на них вкаже викладач, на запитання відповідає з помилками, проводить аналіз отриманих результатів з помилками;

2-3 бали – студент виконав завдання частково, алгоритм реалізовано з помилками, які самостійно не може виправити, переважно не відповідає на запитання;

1 бал – студент виконав завдання частково з грубими помилками, які самостійно не може виправити, демонструє незнання матеріалу;

0 балів – студент не виконав завдання.

Критерії оцінювання тестових завдань (колоквіум):

1 бал: відповідь на завдання правильна;

0 балів: відповідь на завдання неправильна.

Критерії оцінювання практичних завдань (колоквіум):

5 балів: студент правильно виконав практичне завдання;

4 балів: студент виконав завдання з незначними помилками (на кінцевому етапі), але алгоритм розв'язування знає і вміє його застосовувати;

3 бали: студент виконав завдання з помилками, алгоритм розв'язування, в основному, знає;

1-2 бали: студент виконав лише частину завдання або повністю, але зі значними помилками;

0 балів: студент не володіє навчальним матеріалом і не виконав завдання.

Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх індивідуальних завдань, передбачених курсом.

Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані за індивідуальні завдання та за колоквіум. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними

	пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
Питання до колоквіуму.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Нелінійні задачі: класифікація та характеристика. 2. Поняття похідної Фреше та Гато. Поділені різниці оператора. 3. Методи розв'язування нелінійних задач: класифікація та характеристика. 4. Дослідження збіжності. Локальна та напівлокальна збіжність. Порядок збіжності, область збіжності. 5. Методи типу Ньютона та їх модифікації. Дослідження збіжності методів. 6. Різницеві методи розв'язування нелінійних рівнянь. Дослідження збіжності методів. Оцінки апостеріорної похибки методів. 7. Методи вищих порядків: принципи побудови та дослідження збіжності. 8. Методи з апроксимацією оберненого оператора: послідовна, паралельна та асинхронна апроксимація. 9. Методи з параметрами для розв'язування нелінійних рівнянь. 10. Методи розв'язування нелінійних рівнянь з декомпозицією операторами: принципи побудови та дослідження збіжності. 11. Методи розв'язування нелінійних задач найменших квадратів. Локальна збіжність методів для задач найменших квадратів. 12. Деякі методи безумовної мінімізації функцій багатьох змінних. 13. Двопараметричні методи типу хорд для нелінійних інтегральних рівнянь 14. Різницевий метод та метод лінеаризації для граничних задач. 15. Квазілінійна задача теплопровідності.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу «Ньютонівські методи в нелінійних задачах»

Тиждень	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	Тема 1. Нелінійні задачі: класифікація та характеристика. Поняття похідної Фреше та Гато. Поділені різниці оператора. Умови Ліпшиця та Гьольдера. Методи розв'язування нелінійних задач: класифікація та характеристика. Дослідження збіжності. Локальна та напівлокальна збіжність. Порядок та область збіжності.	лекція (2 год.)	[3,4,6]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень

2	<p>Тема 1. Похідна Фреше та поділені різниці оператора. Особливості реалізації алгоритмів методів для розв'язування нелінійних рівнянь. Вибір початкового наближення.</p> <p><i>(Індивідуальне завдання №1. Реалізувати метод Ньютона та різницевий метод для розв'язування системи нелінійних рівнянь великої розмірності)</i></p>	лабораторне (2 год.)	[3,4,6]	Виконання індивідуального завдання №1 (6 год.)	під час заняття 2 тижні
3	<p>Тема 2. Методи типу Ньютона та різницеві методи розв'язування нелінійних рівнянь. Дослідження збіжності методів. Методи з апроксимацією оберненого оператора.</p>	лекція (2 год.)	[4,6,8]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
4	<p>Тема 2. Методи з апроксимацією оберненого оператора. Випадок систем нелінійних рівнянь. Здача індивідуального завдання №1.</p> <p><i>(Індивідуальне завдання №2. Реалізувати методи з послідовною та паралельною апроксимацією оберненого оператора)</i></p>	лабораторне (2 год.)	[2,4,6,8]	Виконання індивідуального завдання №2 (6 год.)	під час заняття 2 тижні
5	<p>Тема 3. Методи розв'язування нелінійних рівнянь з декомпозицією оператора: принципи побудови та дослідження збіжності.</p>	лекція (2 год.)	[2,3,7]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
6	<p>Тема 3. Методи з декомпозицією оператора. Здача індивідуального завдання №2</p> <p><i>(Індивідуальне завдання №3. Реалізувати диференціально-різницеві методи)</i></p>	лабораторне (2 год.)	[2,3,7]	Виконання індивідуального завдання №3 (6 год.)	під час заняття 2 тижні
7	<p>Тема 4. Методи розв'язування нелінійних задач найменших квадратів. Деякі методи безумовної мінімізації функцій багатьох змінних.</p>	лекція (2 год.)	[4,6,8]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
8	<p>Тема 4. Методи для розв'язування нелінійних задач найменших квадратів. Особливості реалізації алгоритмів.</p>	лабораторне (2 год.)	[4,6,8]	Виконання індивідуального завдання №4 (6 год.)	під час заняття

	Здача індивідуального завдання №3 <i>(Індивідуальне завдання №4. Реалізувати метод Гауса-Ньютона та різницевий метод для задач з нульовим та ненульовим відхилом)</i>				2 тижні
9	Тема 5. Багатокрокові методи та методи вищих порядків.	лекція (2 год.)	[1,3,8]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
10	Тема 5. Особливості реалізації багатокрокових методів. Здача індивідуального завдання №4	лабораторне (2 год.)	[1,3,8]		під час заняття
11	Тема 6. Методи з параметрами для розв'язування нелінійних рівнянь	лекція (2 год.)	[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
12	Тема 6. Різницевий метод для крайових задач. Зведення крайової задачі до системи нелінійних рівнянь. Способи апроксимації крайових умов. <i>(Індивідуальне завдання №5. Реалізувати різницевий метод для крайових задач)</i>	лабораторне (2 год.)	[5]	Виконання індивідуального завдання №5 (6 год.)	під час заняття 2 тижні
13	Тема 7. Нелінійні інтегральні рівняння. Різницевий метод та метод лінеаризації для крайових задач.	лекція (2 год.)	[3,5,9]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
14	Тема 7. Побудова ітераційних процесів Ньютона та різницевих методів для інтегральних рівнянь. Здача індивідуального завдання №5	лабораторне (2 год.)	[3]	Розв'язування вправ (2 год.)	під час заняття
15	Тема 8. Квазілінійна задача теплопровідності.	лекція (2 год.)	[5]	Опрацювання лекційного матеріалу (5 год.)	1 тиждень
16	Колоквіум	лабораторне (2 год.)			під час заняття