

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**  
**Кафедра обчислювальної математики**

Оновлено та затверджено  
на засіданні  
кафедри обчислювальної математики  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 6 від 21 грудня 2023 р.)



Завідувач кафедри

Роман ХАПКО

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**«Методи функціонального аналізу**  
**у прикладних наукових дослідженнях»,**  
**що викладається в межах ОНП Прикладна математика**  
**другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 113 – прикладна математика**

Львів 2023 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Методи функціонального аналізу у прикладних наукових дослідженнях
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра обчислювальної математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – математика і статистика 113 – прикладна математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Недашковська Анастасія Миколаївна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри обчислювальної математики (лекції і лабораторні); Власюк Марія Володимирівна, асистент кафедри обчислювальної математики (лабораторні);
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:anastasiya.nedashkovska@lnu.edu.ua">anastasiya.nedashkovska@lnu.edu.ua</a> , <a href="mailto:mariia.vlasiuk@lnu.edu.ua">mariia.vlasiuk@lnu.edu.ua</a> Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 262. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://ami.lnu.edu.ua/course/metody-funktsionalnoho-analizu-u-prykladnykh-naukovykh-doslidzhenniakh-prykladna-matematyka-1-9">https://ami.lnu.edu.ua/course/metody-funktsionalnoho-analizu-u-prykladnykh-naukovykh-doslidzhenniakh-prykladna-matematyka-1-9</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна «Методи функціонального аналізу у прикладних наукових дослідженнях» є нормативною дисципліною зі спеціальності 113 – прикладна математика для ОНП «Прикладна математика», освітньо-кваліфікаційний рівень – магістр, яка викладається в 1-му семестрі в обсязі 4,5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Курс розроблено таким чином, щоб доповнити знання студентів у сфері теоретичних обґрунтувань сучасних методів розв'язування задач прикладної математики, а також побудови та дослідження відповідних наближених схем. Для розуміння і застосування названих методів потрібне розуміння специфіки просторів Лебега та Соболева, узагальнених функцій та узагальнених похідних, теорем вкладання.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення нормативної дисципліни «Методи функціонального аналізу у прикладних наукових дослідженнях» є доповнення знань у сфері теоретичних обґрунтувань сучасних методів розв'язування задач прикладної математики, а також побудови та дослідження відповідних наближених схем.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ковальчук Б. Основи математичного аналізу: підручник: в 2 ч. Ч. I / Б. Ковальчук, Й. Шіпка. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2010. – 374с.</li> <li>2. Гарасим Я.С. Методи розв'язування типових задач функціонального аналізу: Методичний посібник для студентів/ Я.С. Гарасим, А.М. Недашковська, Б.А. Остудін. – Львів: Простір-М, 2015. – 72 с.</li> <li>3. Березанський Ю.М. Функціональний аналіз: підручник / Ю.М. Березанський, Г.Ф.Ус, З.Г. Шефтель. – Львів: Видавець І.Е.</li> </ol>

	<p>Чижиков, 2014. – 559 с.</p> <p>4. Сторож О. Додаткові розділи теорії міри та функціонального аналізу: навч. посібник / О. Сторож, Т. Кудрик, Н. Сущик. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2018. – 198 с.</p> <p>5. Збірник задач з функціонального аналізу. Видання друге, виправлене і доповнене. / Укладачі В. Б. Брайман, О. Ю. Константінов, О. Г. Кукуш, Ю. С. Мішура, О. Н. Нестеренко, А. В. Чайковський. – К.: 2023. – 313с.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 135 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 32 год лекцій та 16 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 87 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p><b>Знати:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- специфіку банахових просторів;</li> <li>- специфіку простору Лебега;</li> <li>- специфіку простору Соболева;</li> <li>- принцип стискуючих відображень і його застосування</li> <li>- специфіку узагальнених функцій;</li> <li>- особливості узагальнених похідних;</li> <li>- теореми вкладання;</li> </ul> <p><b>Вміти:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- досліджувати ряд задач прикладної математики;</li> <li>- будувати відповідні наближені схеми;</li> <li>- шукати міру обумовленості лінійних операторів.</li> </ul> <p><b>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання:</b></p> <p><b>Загальні компетентності:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</li> <li>- ЗК03. Здатність проводити дослідження на відповідному рівні.</li> </ul> <p><b>Спеціальні компетентності:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ФК01. Знання принципів побудови математичних моделей, а також методів їх розв'язування.</li> <li>- ФК02. Знання методів теоретичного аналізу математичних моделей.</li> <li>- ФК07. Здатність планувати і виконувати наукові дослідження у сфері прикладної математики.</li> </ul> <p><b>Програмні результати навчання:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ПРН01. Проводити теоретичний аналіз математичних моделей.</li> <li>- ПРН02. Застосовувати, модифікувати і досліджувати аналітичні та чисельні методи для розв'язування складних прикладних задач.</li> <li>- ПРН10. Формулювати наукову проблему у сфері прикладної математики, аналізувати її та синтезувати рішення.</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	Міра обумовленості, лінійні оператори, банахові простори, простір Лебега, простір Соболева, принцип стискуючих відображень, узагальнені функції, узагальнені похідні.
<b>Формат курсу</b>	Очний. Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій
<b>Теми</b>	Подано нижче у таблиці «Схема курсу»
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Екзамен
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з <ul style="list-style-type: none"> <li>- Алгебри та геометрії;</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Математичного аналізу;</li> <li>- Функціонального аналізу;</li> <li>- Чисельних методів лінійної алгебри;</li> <li>- Чисельних методів.</li> </ul>																																				
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції (лекція-розповідь, лекція-бесіда) Індивідуальні завдання.																																				
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із програмним забезпеченням GNU Octave, доступ до Internet мережі.																																				
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.																																				
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" rowspan="2">Оцінка за шкалою ECTS</th> <th rowspan="2">Оцінка в балах</th> <th colspan="3">Оцінка за національною шкалою</th> </tr> <tr> <th colspan="2">Екзамен, диференційований залік</th> <th>залік</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>Відмінно</td> <td>100 - 90</td> <td>Відмінно</td> <td>5</td> <td rowspan="5">зараховано</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>Дуже добре</td> <td>81 - 89</td> <td rowspan="2">Добре</td> <td rowspan="2">4</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>Добре</td> <td>71 - 80</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>Задовільно</td> <td>61 - 70</td> <td rowspan="2">Задовільно</td> <td rowspan="2">3</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>Достатньо</td> <td>51 - 60</td> </tr> <tr> <td>FX (F)</td> <td>Незадовільно</td> <td>0 - 50</td> <td>Незадовільно</td> <td>2</td> <td>не зараховано</td> </tr> </tbody> </table>	Оцінка за шкалою ECTS		Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою			Екзамен, диференційований залік		залік	A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	зараховано	B	Дуже добре	81 - 89	Добре	4	C	Добре	71 - 80	D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3	E	Достатньо	51 - 60	FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2
Оцінка за шкалою ECTS					Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою																															
		Екзамен, диференційований залік		залік																																	
A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	зараховано																																
B	Дуже добре	81 - 89	Добре	4																																	
C	Добре	71 - 80																																			
D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3																																	
E	Достатньо	51 - 60																																			
FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2	не зараховано																																
	<p>Впродовж семестру студент може отримати 100 балів. З них:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- індивідуальні завдання (30 балів): 5 завдань по 6 балів кожне; для кожного завдання встановлено терміни здачі. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (кожне індивідуальне завдання на 2 бали менше);</li> <li>- колоквіум (20 балів);</li> <li>- письмовий іспит (50 балів);</li> </ul> <p><b>Підсумкове оцінювання</b> проводиться у вигляді письмового екзамену (50 балів: 20 тестових завдань по 1 балу і 3 практичні завдання по 10 балів)</p> <p>Загалом максимальна кількість балів, яку можна набрати протягом семестру 100 балів.</p> <p><b>Критерії оцінювання індивідуальних завдань:</b></p> <p><b>6 балів</b> – студент повністю виконав умови завдання, хід розв'язування оформлено належним чином, нема ознак недоброчесності.</p> <p><b>4-5 балів</b> – студент повністю виконав умови завдання, хід розв'язування оформлено належним чином, розв'язок містить незначні</p>																																				

помилки, нема ознак недоброчесності.

**2-3 бали** – студент виконав завдання з помилками, або ж не повністю викладено хід розв’язування завдання, нема ознак недоброчесності;

**1 бал** – студент виконав завдання частково з грубими помилками, які самостійно не може виправити, демонструє незнання матеріалу, нема ознак недоброчесності.

**0 балів** – студент не виконав завдання або ж у роботі виявлені ознаки недоброчесності.

**Критерії оцінювання тестових завдань (колоквіум, езамен):**

**1 бал:** відповідь на завдання правильна;

**0 балів:** відповідь на завдання неправильна.

**Критерії оцінювання практичних завдань (екзамен):**

**10 балів:** студент правильно виконав практичне завдання;

**8-9 балів:** студент виконав завдання з незначними помилками (на кінцевому етапі), але алгоритм розв’язування знає і вміє його застосовувати;

**6-7 бали:** студент виконав завдання з помилками, алгоритм розв’язування, в основному, знає;

**3-5 бали:** студент виконав лише частину завдання або повністю, але зі значними помилками;

**1-2 бали:** студент виконав лише частину завдання значними помилками;

**0 балів:** студент не володіє навчальним матеріалом і не виконав завдання.

**Академічна доброчесність:** Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

**Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.

**Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

**Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані на лабораторних заняттях (індивідуальні завдання), колоквіумі та екзамені. При цьому обов’язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов’язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання

	поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
<b>Питання до екзамену.</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень.</li> <li>2. Регуляризація обчислень.</li> <li>3. Фундаментальні послідовності. Банахові.</li> <li>4. Принцип стискуючих відображень і його застосування.</li> <li>5. Гільбертові простори.</li> <li>6. Ряди Фур'є в гільбертовому просторі.</li> <li>7. Простори Лебега і Соболева. Поповнення нормованих просторів і просторів зі скалярним добутком.</li> <li>8. Простори Соболева.</li> <li>9. Узагальнені функції та узагальнені похідні</li> </ol>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу «Методи функціонального аналізу у прикладних наукових дослідженнях»

Ти ж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год	Термін виконання
1	<b>Тема 1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень.</b> Абсолютна і відносна похибки обчислень елемента і лінійного оператора. Міра обумовленості лінійного оператора. Коректність лінійного рівняння із неперервно оборотнім оператором. Оцінка відносної похибки розв'язку.	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год)	1 тиждень
2	<b>Тема 1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень.</b> Коректність лінійного рівняння із неперервно оборотнім оператором. Оцінка відносної похибки розв'язку.	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год)	1 тиждень
	<b>Тема 1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень.</b> Лінійні обмежені та неперервні оператори і функціонали	Лабораторна робота (2 год)	[2],[3],[5]	Виконання індивідуального завдання №1 (3 год)	1 тиждень
3	<b>Тема 2. Лінійні рівняння із точки зору обчислень.</b> Регуляризація обчислень наближеного розв'язку лінійного рівняння із фредгольмовим оператором.	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
4	<b>Тема 2. Лінійні рівняння із точки зору обчислень.</b> Про регуляризацію наближеного розв'язку лінійного рівняння першого роду	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	<b>Тема 1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень.</b> Міра обумовленості лінійного оператора $A$ , коли $A:l_1 \rightarrow l_1$ , $A:l_2 \rightarrow l_2$ , $A:C[a,b] \rightarrow C[a,b]$ ,	Лабораторна робота (2 год)	[2],[3]	Виконання індивідуального завдання №2 (3 год)	1 тиждень

	$A: C[a, b] \rightarrow C^1[a, b]$				
5	<b>Тема 3.</b> Фундаментальні послідовності. Означення банахового простору.	Лекція (2 год)	[1],[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
6	<b>Тема 3.</b> Ряди в нормованих і банахових просторах.	Лекція (2 год)	[1],[3],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	<b>Тема 1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень.</b> Міра обумовленості лінійного оператора $A$ , коли $A: L_2[a, b] \rightarrow L_2[a, b]$ , $A: L_1[a, b] \rightarrow L_1[a, b]$ .	Лабораторна робота (2 год)	[2],[3]	Виконання індивідуального завдання №3 (3 год)	1 тиждень
7	<b>Тема 4.</b> Банахові простори зі зліченим базисом і сепарабельні простори	Лекція (2 год)	[1],[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
8	<b>Тема 5.</b> Принцип стискуючих відображень і його застосування. Найпростіші застосування принципу стискуючих відображень.	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	<b>Тема 5.</b> Принцип стискуючих відображень і його застосування. Найпростіші застосування принципу стискуючих відображень.	Лабораторна робота (2 год)	[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
9	<b>Тема 5.</b> Теореми існування і єдиності для диференціальних рівнянь. Застосування принципу стискуючих відображень до інтегральних рівнянь.	Лекція (2 год)	[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
10	<b>Тема 6.</b> Гільбертові простори. Означення гільбертового простору. Відстань від точки до замкнутої опуклої множини. Відстань від точки до підпростору. Ортогональні доповнення.	Лекція (2 год)	[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	<b>Тема 5.</b> Принцип стискуючих відображень і його застосування. Найпростіші застосування принципу стискуючих відображень.	Лабораторна робота (2 год)	[3],[4]	Виконання індивідуального завдання №4 (3 год)	1 тиждень
11	<b>Тема 7.</b> Гільбертові простори. Ряди Фур'є в гільбертовому просторі. Нерівність Бесселя. Повні ортогональні системи. Ряди Фур'є в оснащеному банаховому просторі. Ортогональний розклад в гільбертовому просторі	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
12	<b>Тема 8.</b> Простори Лебега і Соболева. Поповнення нормованих	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного	1 тиждень

	просторів і просторів зі скалярним добутком.			матеріалу (3 год.)	
	<b>Тема 5.</b> Принцип стискуючих відображень і його застосування. Найпростіші застосування принципу стискуючих відображень.	Лабораторна робота (2 год)	[1],[3],[4]	Виконання індивідуального завдання №5 (3 год)	1 тиждень
13	<b>Тема 8.</b> Простори Лебега. Поповнення просторів зі скалярним добутком. Простір Лебега $\mathcal{L}[a, b]$ . Ізоморфізм. Ізометрія і вкладання нормованих і банахових просторів.	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
14	<b>Тема 9.</b> Простори Соболева. Загальне означення. Простір $H^1(a, b)$ . Друге означення узагальненої похідної. Простіша теорема вкладення.	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	<b>Колоквіум</b>	Лабораторна робота (2 год)	[1-4]	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до колоквіуму (18 год.)	1 тиждень
15	<b>Тема 9.</b> Абсолютна неперервність функцій із $H^1(a, b)$ . Використання теорем Соболева в прикладній математиці.	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
16	<b>Тема 10.</b> Узагальнені функції та узагальнені похідні. Операції над узагальненими функціями.	Лекція (2 год)	[1],[3],[4], [5]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	<b>Захист індивідуальних робіт</b>	лабораторна робота (2год)		Переглянути та пригадати хід виконання індивідуальних робіт (3 год)	1 тиждень