

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра обчислювальної математики

Оновлено та затверджено
на засіданні
кафедри обчислювальної математики
факультету прикладної математики та
інформатики
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 6 від 21 грудня 2023 р.)



Завідувач кафедри

Роман ХАПКО

Силабус з навчальної дисципліни
«Методи функціонального аналізу
у прикладних наукових дослідженнях»,
що викладається в межах ОНП Прикладна математика
другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 113 – прикладна математика

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Методи функціонального аналізу у прикладних наукових дослідженнях
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра обчислювальної математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – математика і статистика 113 – прикладна математика
Викладачі дисципліни	Недашковська Анастасія Миколаївна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри обчислювальної математики (лекції і лабораторні); Власюк Марія Володимирівна, асистент кафедри обчислювальної математики (лабораторні);
Контактна інформація викладачів	anastasiya.nedashkovska@lnu.edu.ua , mariia.vlasiuk@lnu.edu.ua Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 262. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://ami.lnu.edu.ua/course/metody-funktsionalnoho-analizu-u-prykladnykh-naukovykh-doslidzhenniakh-prykladna-matematyka-1-9
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Методи функціонального аналізу у прикладних наукових дослідженнях» є нормативною дисципліною зі спеціальності 113 – прикладна математика для ОНП «Прикладна математика», освітньо-кваліфікаційний рівень – магістр, яка викладається в 1-му семестрі в обсязі 4,5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс розроблено таким чином, щоб доповнити знання студентів у сфері теоретичних обґрунтувань сучасних методів розв'язування задач прикладної математики, а також побудови та дослідження відповідних наближених схем. Для розуміння і застосування названих методів потрібне розуміння специфіки просторів Лебега та Соболева, узагальнених функцій та узагальнених похідних, теорем вкладання.
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення нормативної дисципліни «Методи функціонального аналізу у прикладних наукових дослідженнях» є доповнення знань у сфері теоретичних обґрунтувань сучасних методів розв'язування задач прикладної математики, а також побудови та дослідження відповідних наближених схем.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Ковальчук Б. Основи математичного аналізу: підручник: в 2 ч. Ч. I / Б. Ковальчук, Й. Шіпка. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2010. – 374с. 2. Гарасим Я.С. Методи розв'язування типових задач функціонального аналізу: Методичний посібник для студентів/ Я.С. Гарасим, А.М. Недашковська, Б.А. Остудін. – Львів: Простір-М, 2015. – 72 с. 3. Березанський Ю.М. Функціональний аналіз: підручник / Ю.М. Березанський, Г.Ф.Ус, З.Г. Шефтель. – Львів: Видавець І.Е.

	<p>Чижиков, 2014. – 559 с.</p> <p>4. Сторож О. Додаткові розділи теорії міри та функціонального аналізу: навч. посібник / О. Сторож, Т. Кудрик, Н. Сущик. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2018. – 198 с.</p> <p>5. Збірник задач з функціонального аналізу. Видання друге, виправлене і доповнене. / Укладачі В. Б. Брайман, О. Ю. Константінов, О. Г. Кукуш, Ю. С. Мішура, О. Н. Нестеренко, А. В. Чайковський. – К.: 2023. – 313с.</p>
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 135 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 32 год лекцій та 16 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 87 год.
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> - специфіку банахових просторів; - специфіку простору Лебега; - специфіку простору Соболева; - принцип стискуючих відображень і його застосування - специфіку узагальнених функцій; - особливості узагальнених похідних; - теореми вкладання; <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> - досліджувати ряд задач прикладної математики; - будувати відповідні наближені схеми; - шукати міру обумовленості лінійних операторів. <p>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання:</p> <p>Загальні компетентності:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. - ЗК03. Здатність проводити дослідження на відповідному рівні. <p>Спеціальні компетентності:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ФК01. Знання принципів побудови математичних моделей, а також методів їх розв'язування. - ФК02. Знання методів теоретичного аналізу математичних моделей. - ФК07. Здатність планувати і виконувати наукові дослідження у сфері прикладної математики. <p>Програмні результати навчання:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ПРН01. Проводити теоретичний аналіз математичних моделей. - ПРН02. Застосовувати, модифікувати і досліджувати аналітичні та чисельні методи для розв'язування складних прикладних задач. - ПРН10. Формулювати наукову проблему у сфері прикладної математики, аналізувати її та синтезувати рішення.
Ключові слова	Міра обумовленості, лінійні оператори, банахові простори, простір Лебега, простір Соболева, принцип стискуючих відображень, узагальнені функції, узагальнені похідні.
Формат курсу	Очний. Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій
Теми	Подано нижче у таблиці «Схема курсу»
Підсумковий контроль, форма	Екзамен
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з <ul style="list-style-type: none"> - Алгебри та геометрії;

	<ul style="list-style-type: none"> - Математичного аналізу; - Функціонального аналізу; - Чисельних методів лінійної алгебри; - Чисельних методів. 																																					
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції (лекція-розповідь, лекція-бесіда) Індивідуальні завдання.																																					
Необхідне обладнання	Комп'ютер із програмним забезпеченням GNU Octave, доступ до Internet мережі.																																					
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.																																					
	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Оцінка за шкалою ECTS</th> <th rowspan="2">Оцінка в балах</th> <th colspan="2">Оцінка за національною шкалою</th> <th rowspan="2">залік</th> </tr> <tr> <th></th> <th></th> <th>Екзамен, диференційований залік</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>Відмінно</td> <td>100 - 90</td> <td>Відмінно</td> <td>5</td> <td rowspan="4">зараховано</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>Дуже добре</td> <td>81 - 89</td> <td rowspan="2">Добре</td> <td rowspan="2">4</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>Добре</td> <td>71 - 80</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>Задовільно</td> <td>61 - 70</td> <td rowspan="2">Задовільно</td> <td rowspan="2">3</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>Достатньо</td> <td>51 - 60</td> </tr> <tr> <td>FX (F)</td> <td>Незадовільно</td> <td>0 - 50</td> <td>Незадовільно</td> <td>2</td> <td>не зараховано</td> </tr> </tbody> </table>	Оцінка за шкалою ECTS		Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		залік			Екзамен, диференційований залік		A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	зараховано	B	Дуже добре	81 - 89	Добре	4	C	Добре	71 - 80	D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3	E	Достатньо	51 - 60	FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2
Оцінка за шкалою ECTS		Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		залік																																	
			Екзамен, диференційований залік																																			
A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	зараховано																																	
B	Дуже добре	81 - 89	Добре	4																																		
C	Добре	71 - 80																																				
D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3																																		
E	Достатньо	51 - 60																																				
FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2	не зараховано																																	
	<p>Впродовж семестру студент може отримати 100 балів. З них:</p> <ul style="list-style-type: none"> - індивідуальні завдання (30 балів): 5 завдань по 6 балів кожне; для кожного завдання встановлено терміни здачі. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (кожне індивідуальне завдання на 2 бали менше); - колоквіум (20 балів); - письмовий іспит (50 балів); <p>Підсумкове оцінювання проводиться у вигляді письмового екзамену (50 балів: 20 тестових завдань по 1 балу і 3 практичні завдання по 10 балів)</p> <p>Загалом максимальна кількість балів, яку можна набрати протягом семестру 100 балів.</p> <p>Критерії оцінювання індивідуальних завдань:</p> <p>6 балів – студент повністю виконав умови завдання, хід розв'язування оформлено належним чином, нема ознак недоброчесності.</p> <p>4-5 балів – студент повністю виконав умови завдання, хід розв'язування оформлено належним чином, розв'язок містить незначні</p>																																					

помилки, нема ознак недоброчесності.

2-3 бали – студент виконав завдання з помилками, або ж не повністю викладено хід розв’язування завдання, нема ознак недоброчесності;

1 бал – студент виконав завдання частково з грубими помилками, які самостійно не може виправити, демонструє незнання матеріалу, нема ознак недоброчесності.

0 балів – студент не виконав завдання або ж у роботі виявлені ознаки недоброчесності.

Критерії оцінювання тестових завдань (колоквіум, езамен):

1 бал: відповідь на завдання правильна;

0 балів: відповідь на завдання неправильна.

Критерії оцінювання практичних завдань (екзамен):

10 балів: студент правильно виконав практичне завдання;

8-9 балів: студент виконав завдання з незначними помилками (на кінцевому етапі), але алгоритм розв’язування знає і вміє його застосовувати;

6-7 бали: студент виконав завдання з помилками, алгоритм розв’язування, в основному, знає;

3-5 бали: студент виконав лише частину завдання або повністю, але зі значними помилками;

1-2 бали: студент виконав лише частину завдання значними помилками;

0 балів: студент не володіє навчальним матеріалом і не виконав завдання.

Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.

Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані на лабораторних заняттях (індивідуальні завдання), колоквіумі та екзамені. При цьому обов’язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов’язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання

	поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
Питання до екзамену.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень. 2. Регуляризація обчислень. 3. Фундаментальні послідовності. Банахові. 4. Принцип стискуючих відображень і його застосування. 5. Гільбертові простори. 6. Ряди Фур'є в гільбертовому просторі. 7. Простори Лебега і Соболева. Поповнення нормованих просторів і просторів зі скалярним добутком. 8. Простори Соболева. 9. Узагальнені функції та узагальнені похідні
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу «Методи функціонального аналізу у прикладних наукових дослідженнях»

Ти ж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год	Термін виконання
1	Тема 1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень. Абсолютна і відносна похибки обчислень елемента і лінійного оператора. Міра обумовленості лінійного оператора. Коректність лінійного рівняння із неперервно оборотнім оператором. Оцінка відносної похибки розв'язку.	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год)	1 тиждень
2	Тема 1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень. Коректність лінійного рівняння із неперервно оборотнім оператором. Оцінка відносної похибки розв'язку.	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год)	1 тиждень
	Тема 1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень. Лінійні обмежені та неперервні оператори і функціонали	Лабораторна робота (2 год)	[2],[3],[5]	Виконання індивідуального завдання №1 (3 год)	1 тиждень
3	Тема 2. Лінійні рівняння із точки зору обчислень. Регуляризація обчислень наближеного розв'язку лінійного рівняння із фредгольмовим оператором.	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
4	Тема 2. Лінійні рівняння із точки зору обчислень. Про регуляризацію наближеного розв'язку лінійного рівняння першого роду	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Тема 1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень. Міра обумовленості лінійного оператора A , коли $A:l_1 \rightarrow l_1$, $A:l_2 \rightarrow l_2$, $A:C[a,b] \rightarrow C[a,b]$,	Лабораторна робота (2 год)	[2],[3]	Виконання індивідуального завдання №2 (3 год)	1 тиждень

	$A: C[a, b] \rightarrow C^1[a, b]$				
5	Тема 3. Фундаментальні послідовності. Означення банахового простору.	Лекція (2 год)	[1],[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
6	Тема 3. Ряди в нормованих і банахових просторах.	Лекція (2 год)	[1],[3],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Тема 1. Лінійні рівняння із точки зору обчислень. Міра обумовленості лінійного оператора A , коли $A: L_2[a, b] \rightarrow L_2[a, b]$, $A: L_1[a, b] \rightarrow L_1[a, b]$.	Лабораторна робота (2 год)	[2],[3]	Виконання індивідуального завдання №3 (3 год)	1 тиждень
7	Тема 4. Банахові простори зі зліченим базисом і сепарабельні простори	Лекція (2 год)	[1],[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
8	Тема 5. Принцип стискуючих відображень і його застосування. Найпростіші застосування принципу стискуючих відображень.	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Тема 5. Принцип стискуючих відображень і його застосування. Найпростіші застосування принципу стискуючих відображень.	Лабораторна робота (2 год)	[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
9	Тема 5. Теореми існування і єдиності для диференціальних рівнянь. Застосування принципу стискуючих відображень до інтегральних рівнянь.	Лекція (2 год)	[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
10	Тема 6. Гільбертові простори. Означення гільбертового простору. Відстань від точки до замкнутої опуклої множини. Відстань від точки до підпростору. Ортогональні доповнення.	Лекція (2 год)	[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Тема 5. Принцип стискуючих відображень і його застосування. Найпростіші застосування принципу стискуючих відображень.	Лабораторна робота (2 год)	[3],[4]	Виконання індивідуального завдання №4 (3 год)	1 тиждень
11	Тема 7. Гільбертові простори. Ряди Фур'є в гільбертовому просторі. Нерівність Бесселя. Повні ортогональні системи. Ряди Фур'є в оснащеному банаховому просторі. Ортогональний розклад в гільбертовому просторі	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
12	Тема 8. Простори Лебега і Соболева. Поповнення нормованих	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного	1 тиждень

	просторів і просторів зі скалярним добутком.			матеріалу (3 год.)	
	Тема 5. Принцип стискуючих відображень і його застосування. Найпростіші застосування принципу стискуючих відображень.	Лабораторна робота (2 год)	[1],[3],[4]	Виконання індивідуального завдання №5 (3 год)	1 тиждень
13	Тема 8. Простори Лебега. Поповнення просторів зі скалярним добутком. Простір Лебега $\mathcal{L}[a, b]$. Ізоморфізм. Ізометрія і вкладання нормованих і банахових просторів.	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
14	Тема 9. Простори Соболева. Загальне означення. Простір $H^1(a, b)$. Друге означення узагальної похідної. Простіша теорема вкладення.	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Колоквіум	Лабораторна робота (2 год)	[1-4]	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до колоквіуму (18 год.)	1 тиждень
15	Тема 9. Абсолютна неперервність функцій із $H^1(a, b)$. Використання теорем Соболева в прикладній математиці.	Лекція (2 год)	[1],[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
16	Тема 10. Узагальнені функції та узагальнені похідні. Операції над узагальненими функціями.	Лекція (2 год)	[1],[3],[4], [5]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Захист індивідуальних робіт	лабораторна робота (2год)		Переглянути та пригадати хід виконання індивідуальних робіт (3 год)	1 тиждень