

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**  
**Кафедра прикладної математики**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри прикладної математики  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 31 серпня 2023 р.)

Завідувач кафедри Ящук Ю.О.



**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Методи обчислень”,**  
**що викладається в межах першого (бакалаврського) рівня**  
**вищої освіти для здобувачів з спеціальності**  
**113 Прикладна математика**

Львів 2023 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Методи обчислень
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра прикладної математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – Математика та статистика 113 – Прикладна математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Щербатий Михайло Васильович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:mykhaylo.shcherbatyy@lnu.edu.ua">mykhaylo.shcherbatyy@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/shcherbatyy">https://ami.lnu.edu.ua/employee/shcherbatyy</a> Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 278. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/metody-obchyslen-ovsitnia-prohrama-matematychno-modeliuvannia-ta-komp-iuterna-mekhanika">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/metody-obchyslen-ovsitnia-prohrama-matematychno-modeliuvannia-ta-komp-iuterna-mekhanika</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Методи обчислень” є дисципліною на вибір зі спеціальності 113 – Прикладна математика, яка викладається в 6-му семестрі в обсязі 5-ти кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). Курс розроблено таким чином, щоб ознайомити студентів з ідеями побудови числових методів; принципами обґрунтування їх збіжності та аналізу похибок; особливостями алгоритмів, що реалізують ці методи; проілюструвати застосування даних методів для розв’язування різноманітних прикладних задач.
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	У курсі вивчаються прямі та ітераційні методи розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР); інтерполювання та наближення функцій; числове диференціювання та інтегрування функцій; числові методи розв’язування початкових та крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР). Розглядаються алгоритмічна та програмна реалізація даних методів.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	<b>Метою та цілями</b> даного курсу даного курсу є: <ul style="list-style-type: none"> <li>• вивчення студентами постановок основних математичних задач до яких зводиться рішення практичних проблем і чисельних методів їх розв’язання,</li> <li>• набуття студентами навичок розробки алгоритмів та програмної реалізації чисельних методів,</li> <li>• набуття навичок роботи з відомими системами комп’ютерної математики Matlab та Octave;</li> <li>• вміння здійснювати обґрунтований вибір чисельного методу при вирішенні практичної задачі.</li> </ul>
<b>Література для вивчення</b>	<b>Основна література</b> 1. Цегелик Г.Г. Чисельні методи: Підручник. – Львів: ЛНУ імені Івана

<b>дисципліни</b>	<p>Франка, 2004. – 408 с.</p> <p>2. Костюшко І.А., Любашенко Н.Д., Третиник В.В. Методи обчислень: підручник. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2021. – 243 с.</p> <p>3. Шахно С.М., Дудикевич А.Т., Левицька С.М. Практикум з чисельних методів. . – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 434 с.</p> <p>4. Kharab A., Guenther R.B. An Introduction to Numerical Methods A MATLAB Approach./ 5 th Ed. – CRC Press, 2023. – 614 p.</p> <p><b>Додаткова література</b></p> <p>5. Quarteroni A., Saleri F., Gervasio P. Scientific Computing with MATLAB and Octave. – Springer, 2014. – 442 p.</p> <p>6. Савула Я.Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 222 с.</p> <p>7. Шахно С.М. Чисельні методи лінійної алгебри. . – Львів, 2007. – 248 с.</p> <p>8. MATLAB Homepage: <a href="http://www.mathworks.com/products/matlab/">http://www.mathworks.com/products/matlab/</a>.</p> <p>9. GNU Octave Homepage: <a href="http://www.gnu.org/software/octave/">http://www.gnu.org/software/octave/</a></p> <p>10. Іванків К.С., Щербатий М.В. Математичне моделювання біологічних та еколого-економічних процесів. . – Львів, Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – 153 с.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 150 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 години лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 86 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p><b>Знати</b> основні чисельні методи:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• прями та ітераційні методи розв’язування СЛАР;</li> <li>• розв’язування нелінійних рівнянь і систем;</li> <li>• інтерполяції;</li> <li>• середньо-квадратичного наближення;</li> <li>• диференціювання;</li> <li>• інтегрування;</li> <li>• розв’язування задач Коші для систем ЗДР;</li> <li>• розв’язування крайових задач для ЗДР.</li> </ul> <p><b>Вміти:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• застосовувати вивчені методи до конкретних прикладних задач;</li> <li>• здійснювати програмну реалізацію вивчених алгоритмів.</li> <li>• використовувати вбудовані функції систем комп’ютерної математики ( Matlab, Octave) для дослідження сформульованих задач.</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	Абсолютна та відносна похибка, система лінійних рівнянь, прями та ітераційні методи, метод Гауса, метод простих ітерацій, метод Якобі, метод Зейделя, інтерполяція, поліном у формі Лагранжа і Ньютона, сплайни, елемент найкращого наближення, квадратурні формули, скінченні різниці, метод Ньютона, одно- та багатокрокові методи для задач Коші, метод сіток, варіаційні методи, метод скінченних елементів.
<b>Формат курсу</b>	Очний Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.
<b>Теми</b>	Подано нижче у таблиці Схема курсу “Методи обчислень”
<b>Підсумковий</b>	Залік

<b>контроль, форма</b>																																					
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення даного курсу студенти потребують базових знань з курсів: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Математичний аналіз;</li> <li>- Лінійна алгебра;</li> <li>- Диференціальні рівняння;</li> <li>- Вступ до програмування;</li> <li>- Основи програмування.</li> </ul>																																				
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції, матеріали лабораторних занять. Домашні та індивідуальні завдання.																																				
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер, доступ до Internet мережі.																																				
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.																																				
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2" rowspan="2">Оцінка за шкалою ECTS</th> <th rowspan="2">Оцінка в балах</th> <th colspan="3">Оцінка за національною шкалою</th> </tr> <tr> <th colspan="2">Екзамен, диференційований залік</th> <th>залік</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>Відмінно</td> <td>100 - 90</td> <td>Відмінно</td> <td>5</td> <td rowspan="5">зараховано</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>Дуже добре</td> <td>81 - 89</td> <td rowspan="2">Добре</td> <td rowspan="2">4</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>Добре</td> <td>71 - 80</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>Задовільно</td> <td>61 - 70</td> <td rowspan="2">Задовільно</td> <td rowspan="2">3</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>Достатньо</td> <td>51 - 60</td> </tr> <tr> <td>FX (F)</td> <td>Незадовільно</td> <td>0 - 50</td> <td>Незадовільно</td> <td>2</td> <td>не зараховано</td> </tr> </tbody> </table>	Оцінка за шкалою ECTS		Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою			Екзамен, диференційований залік		залік	A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	зараховано	B	Дуже добре	81 - 89	Добре	4	C	Добре	71 - 80	D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3	E	Достатньо	51 - 60	FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2
Оцінка за шкалою ECTS					Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою																															
		Екзамен, диференційований залік		залік																																	
A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	зараховано																																
B	Дуже добре	81 - 89	Добре	4																																	
C	Добре	71 - 80																																			
D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3																																	
E	Достатньо	51 - 60																																			
FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2	не зараховано																																
	<p>Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• індивідуальні завдання: 70% семестрової оцінки; максимальна кількість балів (5 завдань; максимальна кількість балів за кожне завдання – 12, 12, 18, 12 та 16 балів);</li> <li>• контрольна робота: 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 20;</li> <li>• активність на заняттях: 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10.</li> </ul> <p>Загалом протягом семестру 100 балів.</p> <p>Для кожного завдання встановлено терміни здачі. Завдання, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку.</p> <p><b>Критерії індивідуальних завдань та контрольної роботи.</b> За кожне завдання студент отримує <math>SZ</math> балів, які обчислюється за формулою</p> $SZ = S * k,$ <p>де <math>k</math> – коефіцієнт виконання завдання, <math>k \in [0, 1]</math>, <math>S</math> – максимальне кількість балів за дане завдання.</p>																																				

$k$ – коефіцієнт виконаного завдання	Критерії оцінювання
$k \in [0.9, 1]$	Студент повністю виконав умови завдання; алгоритм реалізовано правильно; відповідає на практично на всі запитання, пов'язані з тематикою завдання; проводить чіткий аналіз та порівняння отриманих результатів.
$k \in [0.7, 0.9)$	Студент повністю виконав умови завдання; алгоритм реалізовано правильно; на деякі питання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з незначними неточностями; проводить аналіз отриманих результатів з незначними неточностями.
$k \in [0.5, 0.7)$	Студент виконав завдання з незначними помилками, але самостійно їх виправляє, якщо на них вкаже викладач; на деякі запитання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з неточностями; проводить аналіз отриманих результатів з неточностями.
$k \in [0.3, 0.5)$	Студент виконав завдання частково; алгоритм реалізовано з помилками, які частково може виправити, якщо на них вкаже викладач; на запитання відповідає з помилками; проводить аналіз отриманих результатів з помилками.
$k \in [0.1, 0.3)$	Студент виконав завдання частково, алгоритм реалізовано з помилками, які самостійно не може виправити; переважно не відповідає на запитання.
$k \in (0, 0.1)$	Студент виконав завдання частково або з грубими помилками, які самостійно не може виправити; демонструє незнання матеріалу.
$k = 0$	Студент не виконав завдання.

**Академічна доброчесність:** Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

**Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання домашніх та індивідуальних завдань, передбачених курсом.

**Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

**Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при поточному тестуванні та самостійній роботі. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат;

	<p>несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.  Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p><b>Питання до матеріалу курсу</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Класифікація методів .</li> <li>2. Метод Гауса. Алгоритм методу та його програмна реалізація.</li> <li>3. Застосування методу Гауса до обчислення визначників і до обертання матриць.</li> <li>4. Розв'язування СЛАР з використанням LU розкладу.</li> <li>5. Ітераційні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод простої ітерації, метод Зейделя. Програмна реалізація ітераційних методів.</li> <li>6. Чисельні методи розв'язування систем нелінійних рівнянь. Метод простої ітерації, метод Ньютона.</li> <li>7. Постановка задач інтерполювання та наближення функцій.</li> <li>8. Інтерполяційний поліном Лагранжа.</li> <li>9. Скінченні та розділені різниці. Інтерполяційні поліноми Ньютона. Кусково-поліноміальна інтерполяція.</li> <li>10. Інтерполяція сплайнами.</li> <li>11. Наближення функцій методом найменших квадратів.</li> <li>12. Алгоритмічна та програмна реалізація методів інтерполяції та апроксимації функцій однієї змінної.</li> <li>13. Постановка задачі числового інтегрування функції однієї змінної. Квадратурні формули Ньютона-Котесса. Квадратурні формули найвищої міри точності.</li> <li>14. Алгоритмічна та програмна реалізація квадратурних формул Ньютона-Котесса.</li> <li>15. Загальна схема числових методів розв'язування початкових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь (СЗДР). Класифікація методів.</li> <li>16. Методи Рунге-Кутта.</li> <li>17. Багатокрокові методи розв'язування СЗДР.</li> <li>18. Програмна реалізація методів Рунге-Кутта.</li> <li>19. Методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь. Метод сіток. Варіаційні методи розв'язування крайових задач для ЗДР. Метод Рітца. Метод найменших квадратів. Метод скінченних елементів.</li> </ol>
<p><b>Опитування</b></p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

### Схема курсу “Методи обчислень”

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література, Ресурси в інтернеті	Завданя, год.	Термін виконання
1	<b>Тема 1.</b> Математичне моделювання та обчислювальний експеримент. Елементи теорії похибок.	Лекція, Самостійна робота	[2-5, 10]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 1.</b> Системи комп’ютерної математики (СКМ). Робота в середовищі Matlab/Octave. Створення m-файлів.	Лабораторна, Самостійна робота	[4,5,8,9]	2 4	Під час заняття
2	<b>Тема 2.</b> Чисельні методи розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Класифікація методів. Метод Гауса. Знаходження визначника матриці та оберненої матриці.	Лекція, Самостійна робота	[1-5]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 2.</b> Робота з масивами в Matlab/Octave. Елементи мови програмування СКМ Matlab/Octave.	Лабораторна, Самостійна робота	[4,5,8,9]	2 4	Під час заняття
3	<b>Тема 3.</b> Методи факторизації матриці (LU розклад, метод Холецького). Розв’язування СЛАР з використанням LU розкладу.	Лекція, Самостійна робота	[2,3,4,5,7]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 3.</b> Програмна реалізація методу Гауса розв’язування СЛАР. Побудова LU розкладу матриці.	Лабораторна, Самостійна робота	[3,4,5,7-9]	2 3	Під час заняття
4	<b>Тема 4.</b> Ітераційні методи розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Загальна схема ітераційних методів. (метод простої ітерації (метод Якобі), метод Зейделя).	Лекція, Самостійна робота	[3-5,7]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 4.</b> Програмна реалізація методу простої ітерації та методу Зейделя розв’язування СЛАР. <i>Індивідуальне завдання 1.</i>	Лабораторна, Самостійна робота	[3,4,5,7-9]	2 3	Під час заняття  1 тиждень
5	<b>Тема 5.</b> Чисельні методи	Лекція,	[2-5]	2	1

	розв'язування нелінійних рівнянь та систем (метод простої ітерації, метод Ньютона та його модифікації).	Самостійна робота		2	тиждень
	<b>Тема 5.</b> Програмна реалізація методу простої ітерації та методу Ньютона розв'язування нелінійного рівняння. <i>Індивідуальне завдання 2.</i>	Лабораторна, Самостійна робота	[3,4,5,8,9]	2 4	Під час заняття  2 тижні
6	<b>Тема 6.</b> Постановка задач інтерполювання та наближення функцій. Інтерполяційний поліном Лагранжа.	Лекція, Самостійна робота	[1-5]	2 3	1 тиждень
	<b>Тема 6.</b> Інтерполювання функцій однієї змінної з допомогою інтерполяційного поліному Лагранжа.	Лабораторна, Самостійна робота	[3-5,8,9]	2 2	Під час заняття
7	<b>Тема 7.</b> Скінченні та розділені різниці. Інтерполяційні поліноми Ньютона. Формули числового диференціювання.	Лекція, Самостійна робота	[1-5]	2 3	1 тиждень
	<b>Тема 7.</b> Інтерполяційні поліноми Ньютона. Порівняння з інтерполяційним поліномом Лагранжа. <i>Індивідуальне завдання 3.</i>	Лабораторна, Самостійна робота	[1-5]	2 4	Під час заняття  2 тижні
8	<b>Тема 8.</b> Кусково-поліноміальна інтерполяція. Інтерполювання з допомогою сплайнів.	Лекція, Самостійна робота	[1-5]	2 3	1 тиждень
	<b>Тема 8.</b> Кусково-поліноміальна інтерполяція. Інтерполювання сплайнами. Вбудовані функції Matlab/Octave для інтерполювання функцій.	Лабораторна Самостійна робота	[3,4,5,8,9]	2 3	Під час заняття
9	<b>Тема 9.</b> Наближення функцій. Метод найменших квадратів.	Лекція, Самостійна робота	[2-5]	2 2	1 тиждень

	<b>Тема 9.</b> Наближення функцій однієї змінної. Вбудовані функції Matlab/Octave.	Лабораторна, Самостійна робота	[3,4,5,8,9]	2 2	Під час заняття
10	<b>Тема 10.</b> Постановка задачі числового інтегрування функції однієї змінної. Квадратурні формули Ньютона-Котеса.	Лекція, Самостійна робота	[2-5]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 10.</b> Програмна реалізація узагальнених квадратурних формул прямокутників і трапецій. <i>Індивідуальне завдання 4.</i>	Лабораторна, Самостійна робота	[4,5,8,9]	2 4	Під час заняття  2 тижні
11	<b>Тема 11.</b> Квадратурні формули найвищої міри точності.	Лекція, Самостійна робота	[2-5]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 11.</b> Програмна реалізація узагальнених квадратурної формули парабол. Вбудовані функції Matlab/Octave обчислення інтегралів.	Лабораторна, Самостійна робота	[4,5,8,9]	2 4	Під час заняття
12	<b>Тема 12.</b> Чисельні методи розв'язування початкових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь (СЗДР). Класифікація методів. Методи Рунге-Кутта.	Лекція, Самостійна робота	[1-5,10]	2 3	1 тиждень
	<b>Тема 12.</b> Програмна реалізація методу Ейлера та класичного (чотиристадійного) методу Рунге Кутта з постійним кроком. <i>Індивідуальне завдання 5.</i>	Лабораторна, Самостійна робота	[4,5,8,9]	2 5	Під час заняття  3 тижні
13	<b>Тема 13.</b> Багатокрокові методи розв'язування СЗДР.	Лекція, Самостійна робота	[2,4,10]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 13.</b> Програмна реалізація методу Ейлера та класичного (чотиристадійного) методу Рунге Кутта з постійним кроком для системи двох рівнянь. Вбудовані функції Matlab/Octave розв'язування	Лабораторна, Самостійна робота	[4,5,8,9]	2 3	Під час заняття

	задач Коші дл СЗДР.				
14	<b>Тема 14.</b> Методи розв'язування крайових задач для ЗДР. Метод сіток.	Лекція, Самостійна робота	[1-5]	2 2	1 тиждень
	<b>Тема 14.</b> Програмна реалізація методу сіток розв'язування крайової задачі для звичайного диференціального рівняння другого порядку.	Лабораторна, Самостійна робота	[4,5,8,9]	2 3	Під час заняття
15	<b>Тема 15.</b> Варіаційні методи розв'язування крайових задач для ЗДР. Метод Рітца. метод Гальоркіна. Метод найменших квадратів.	Лекція, Самостійна робота	[1,3,7]	2 4	1 тиждень
	<b>Тема 15.</b> Контрольна робота.	Лабораторна,		2	Під час заняття
16	<b>Тема 16.</b> Метод скінченних елементів.	Лекція, Самостійна робота	[7]	2 4	1 тиждень
	<b>Тема 16.</b> Приймання індивідуального завдання 5. Аналіз результатів. Підведення підсумків.	Лабораторна		2	Під час заняття