МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра прикладної математики

Затверджено
На засіданні
кафедри прикладної математики
факультету прикладної математики та інформатики
Львівського національного університету імені Івана Франка
(протокол № 1 від 31 серпня 2024р.)

Завідувач кафедри Ящук Ю.О.

_____

Силабус з навчальної дисципліни
“Комп’ютерне моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами”,
що викладається в межах ОПП “Прикладна математика” другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів з спеціальності 113 – прикладна математика

Львів 2024 р.

Назва дисципліни	**Комп'ютерне моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами**
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра прикладної математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – математика та статистика 113 – прикладна математика
Викладачі дисципліни	Щербатий Михайло Васильович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики,
Контактна інформація викладачів	mykhaylo.shcherbatyy@lnu.edu.ua; https://ami.lnu.edu.ua/employee/shcherbatyy Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 278. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://ami.lnu.edu.ua/course/komp-iuterne-modeliuvannia-dynamichnykh-system-z-rozpodilenymy-parametramy-pm
Інформація про дисципліну	Дисципліна "Комп'ютерне моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами" є дисципліною на вибір зі спеціальності 113 – прикладна математика для освітньої програми "Прикладна математика", яка викладається в 2-му семестрі в обсязі 3-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс спрямований на ознайомлення студентів з методами і техніками моделювання та аналізу динамічних систем, поведінка яких розглядається в просторово-часовій області. Основний акцент робиться апроксимаційному моделюванні (сурогатному моделюванні, мета моделюванні). Сурогатне моделювання розглядається як частина методів машинного навчання, що використовується для апроксимації складних моделей. Курс включає в себе якісний аналіз моделей динамічних систем, планування обчислювальних експериментів, побудову та тестування мета-моделей. Приклади задач із різних галузей (динаміки популяцій, епідеміології, інших систем) ілюструють матеріал даного курсу.
Мета та цілі дисципліни	Метою курсу є надання студентам знань та навичок у сфері: • комп'ютерного моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами (зокрема систем з рівняннями в частинних похідних параболічного типу); • побудови та використання апроксимаційних моделей (сурогатних моделей, мета-моделей) для апроксимації розв'язків, зокрема з використанням сингулярного розкладу матриці SVD/POD (Singular Value Decomposition/Proper Orthogonal Decomposition) та RBF (Radial Basis Functions, Радіальні Базисні Функції);

	• планування та проведення обчислювальних експериментів; • використання систем комп'ютерної математики (Matlab, Octave, Python з бібліотеками NumPy, SymPy, SciPy, Scikit-learn) для дослідження математичних моделей.
Література для вивчення дисципліни	**Основна література** 1. Forrester A. I. J., Sóbester A., Keane A. J. *Engineering Design via Surrogate Modelling. A Practical Guide.* 2008. 2. Buljak V. *Inverse Analyses with Model Reduction. Proper Orthogonal Decomposition in Structural Mechanics.* Springer-Verlag, 2012. 3. Antoulas A**.** *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems***.** SIAM, 2005. 4. Quarteroni A., Manzoni A., Negri F. *Reduced Basis Methods for Partial Differential Equations. An Introduction.* Springer, 2016. 5. Brauer F., Castillo-Chavez C. Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology. Springer, 2012. 6. Volpert V. *Elliptic Partial Differential Equations. Volume 2: Reaction-Diffusion Equations.* Springer Basel, 2014. 7. Lam K-Y, Lou Y. *Introduction to Reaction-Diffusion Equations. Theory and Applications to Spatial Ecology and Evolutionary Biology.* Springer, 2022. 8. Пічкур В. В., Капустян О. В., Собчук В. В. *Теорія динамічних систем*. Луцьк, Вежа-Друк, 2020. **Додаткова література** 9. Shcherbatyy M., Shcherbata I. *Proper orthogonal decomposition for ordinary differential equations and partial differential equations.* International Conference PDMU-2018. - Prague, Czech Republic, August 27-31, 2018, Proceedings. - P. 160-168. 10. Khowaja K., Shcherbatyy M., Härdle W. K. *Surrogate Models for Optimization of Dynamical Systems.* – 2021. – https://arxiv.org/abs/2101.10189. – 29 p. 11. Іванків К.С., Щербатий М.В. *Математичне моделювання біологічних та еколого-економічних процесів.* Львів, Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. 12. Perko L. *Differential Equations and Dynamical Systems.* Springer, 2001.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 32 год., з них 16 годин лекцій та 16 годин лабораторних робіт. Самостійної роботи: 58 год.
Очікувані результати навчання	*В результаті вивчення даного курсу студент буде:* **знати:** • основи поведінки динамічних систем з розподіленими параметрами; • методи побудови математичних моделей даних систем та їх аналізу; • методику побудови апроксимаційних моделей (сурогатних моделей) на основі математичних моделей динамічних систем. **вміти:** • застосовувати рівняння в частинних похідних для моделювання та аналізу динамічних систем; • проводити якісний аналіз динамічних систем параболічного типу, включаючи дослідження стійкості, біжучих хвиль та інших явищ; • будувати апроксимаційні моделі (сурогатні моделі) на основі математичних моделей динамічних систем та оцінювати їх точність; • використовувати чисельні методи та програмі засоби для розв'язування рівнянь з розподіленими параметрами та аналізу їх поведінки.

Ключові слова	Динамічна система, звичайне диференціальне рівняння, рівняння в частинних похідних, рівняння дифузії-реакції, модель взаємодії популяцій, модель епідемій, стаціонарна точка, фокус, вузол, сідло, центр, фазовий портрет, біжуча хвиля, апроксимаційна модель, сурогатна модель, мета-модель, сингулярний розклад матриці, радіальні базисні функції.
Формат курсу	Очний. Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.
Теми	Подано нижче у таблиці Схема курсу “Комп’ютерне моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами”
Підсумковий контроль, форма	Залік
Пререквізити	Для вивчення даного курсу студенти потребують базових знань з курсів: - Математичний аналіз; - Лінійна алгебра; - Диференціальні рівняння; - Рівняння математичної фізики; - Чисельні методи; - Систем комп’ютерної математики (напр., Matlab, Octave) або бібліотек чисельних методів інших програмних продуктів (напр. NumPy, SymPy, SciPy, Scikit-learn для Python).
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, матеріали лабораторних занять. Домашні та індивідуальні завдання.
Необхідне обладнання	Комп’ютер із однією із систем комп’ютерної математики (Matlab, Octave) або програмний продукт із наявними бібліотеками чисельних методів: лінійної алгебри; розв’язування систем звичайних диференціальних рівнянь; рівнянь в частинних похідних. Доступ до Internet мережі.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за виконані 4 домашні завдання, які оцінюються наступним чином: 20, 25, 35 та 20 балів відповідно. Загалом протягом семестру 100 балів. **Академічна доброчесність**: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахуванння викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. **Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися термінів визначених для виконання домашніх та індивідуальних завдань, передбачених курсом. **Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі

	третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих. **Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при поточному тестуванні та самостійній роботі. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
Питання до заліку чи екзамену.	1. Поняття системи, моделі та процесу математичного моделювання. Приклади моделей динамічних систем. 2. Які моделі називають апроксимаційними моделями, сурогатними моделями, мета моделями, моделями зниженої розмірності? У яких випадках доцільно їх використовувати? 3. Опишіть основні етапи побудови сурогатної моделі. 4. Опишіть методи скорочення розмірності даних за допомогою методу Proper Orthogonal Decomposition (POD). 5. Апроксимація функцій з допомогою радіальних базисних функцій (Radial Basis Functions, RBF). Які переваги вони мають для апроксимації даних? 6. Які основні кроки реалізації методу POD-RBF для апроксимації динамічних систем? 7. У чому полягають основні підходи до верифікації точності сурогатної моделі? Які показники точності використовуються? 8. Опишіть метод латинського гіперкуба для планування експериментів. Які його переваги порівняно з випадковим вибором точок? 9. Поясніть, як визначаються стаціонарні точки динамічної системи та їх стійкість. 10. Що таке фазовий портрет? Як він використовується для аналізу систем з звичайними диференціальними рівняннями (СЗДР)? 11. Нелінійні СЗДР та їх лінеаризація. Фазовий портрет нелінійної системи. 12. Які основні типи рівнянь у частинних похідних використовуються для моделювання динамічних систем? 13. Поясніть природу рівнянь реакції-дифузії. У яких прикладних задачах вони застосовуються? 14. Як проводиться чисельне розв'язування рівнянь реакції-дифузії? Які алгоритми використовуються для цього? 15. Як здійснюється якісний аналіз стаціонарних розв'язків рівнянь реакції-дифузії? 16. Які програмні засоби використовуються для чисельного моделювання динамічних систем? 17. Як можна використовувати сурогатне моделювання для зменшення обчислювальних витрат у задачах оптимізації?
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу **“Комп’ютерне моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами”**

Тиж.	**Тема, план, короткі тези**	**Форма діяльності (заняття)**	**Література, Ресурси в інтернеті**	**Завдання, год.**	**Термін виконання**
1	**Тема 1.** Вступ до комп'ютерного моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами. (*Поняття системи, моделі та процесу математичного моделювання. Приклади моделей.)*	Лекція (2 год.)	[6,7,11]	Опрацювання лекційного матеріалу (2 год.)	1 тиждень
2	**Тема 1.** Приклади моделей зі сполученням часової та просторової динаміки. Огляд програмних засобів для чисельного моделювання.	Лабораторна (2 год.)	[5-8]	Вибір та вивчення основних характеристик програм для чисельного моделювання (4 год)	1 тиждень
3	**Тема 2.** Етапи побудови сурогатних моделей та планування експериментів. (Основні концепції планування експериментів. Вибір ключових параметрів для побудови сурогатних моделей).	Лекція (2 год.)	[1-4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
4	**Тема 2.** Методи планування експериментів (повний факторний експеримент; латинські гіперкуби; ортогональні матриці). Функції в системах Matlab/Python, які реалізують відповідні методи планування експериментів. ***Домашнє завдання 1.***	Лабораторна (2 год.)	[1,9,10]	Виконання домашнього завдання 1 (4 год.)	2 тижні
5	**Тема 3.** Сингулярний розклад матриці (SVD, Singular Value Decomposition). Метод ортогональної декомпозиціїі (POD, Proper Orthogonal Decomposition).	Лекція (2 год.)	[2-4,9,10]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень

6	**Тема 3.** Використання POD/SVD для зменшення розмірності матриць даних.	Лабораторна (2 год.)	[2-4,9,10]	Побудова SVD розкладу матриць. Робота із відповідними функціями в Matlab/Python (4 год.)	1 тиждень
7	**Тема 4.** Побудова сурогатної моделі з використанням радіальних базисних функцій (RBF).	Лекція, (2 год.)	[1,2,9,10]	Опрацювання лекційного матеріалу (2 год.)	1 тиждень
8	**Тема 4.** Програмна реалізація RBF (побудова інтерполяційних функцій із використанням RBF; тестування точності різних типів RBF). ***Домашнє завдання 2.***	Лабораторна (2 год.)	[1,2,9,10]	Виконання домашнього завдання 2 (5год.)	2 тижні
9	**Тема 5.** Формування матриць знімків для систем звичайних диференціальних рівнянь (СЗДР) та рівнянь в частинних похідних (РЧП).	Лекція (2 год.)	[2,4,9,10]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 год.)	1 тиждень
10	**Тема 5.** Використання солверів/функцій систем Matlab/Python для чисельного розв'язування СЗДР та РЧП. Створення матриць знімків. ***Домашнє завдання 3.***	Лабораторна (2 год.)	[2,4,9,10]	Виконання домашнього завдання 3 (5 год.)	2 тижні
11	**Тема 6.** Якісний аналіз СЗДР (аналіз стаціонарних точок, фазових портретів та їх властивостей).	Лекція (2 год.)	[8,11,12]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 год.)	1 тиждень
12	**Тема 6.** Знаходження точок рівноваги та визначення їх типів, побудова фазових портретів на площині для СЗДР.	Лабораторна (2 год.)	[8,11,12]	Виконання домашнього завдання 4 (4 год.)	1 тиждень
13	**Тема 7.** Якісний аналіз РЧП (біжучі хвилі в рівняннях реакції-дифузії, якісна оцінка стійкості та поведінки розв'язків). ***Домашнє завдання 4.***	Лекція (2 год.)	[5,6,7]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.) Виконання домашнього завдання 4 (4 год.)	2 тижні

14	**Тема 7.** Приклади якісного аналізу рівнянь реакції-дифузії. *(Порівняння результатів якісного аналізу із результати числових досліджень)*	Лабораторна (2 год.)	[5,6,7]	Якісний аналіз біжучих в хвиль в одновимірних системах (3 год.)	1 тиждень
15	**Тема 8.** Біжучі хвилі в системах рівнянь реакції-дифузії *(на прикладі взаємодії двох популяцій по типу "хижак-жертва".)*	Лекція (2 год.)	[5,6,7]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 год.)	1 тиждень
16	**Тема 8.** Використання сурогатних моделей для аналізу та оптимізації. Аналіз результатів. Підведення підсумків.	Лабораторна (2 год.)	[2,4,10]		Під час заняття