

Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра обчислювальної математики

Курсова робота

**Альтернуючий метод з релаксацією для розв'язування
задачі Коші для рівняння Лапласа**

Студент групи ПМП-31:
Петровський Богдан Любомирович,
спеціальність 113-прикладна математика

Науковий керівник:
доктор фізико-математичних наук,
професор
Хапко Роман Степанович

Львів—2023

Зміст

Вступ	3
1 Постановка задачі та ітераційні методи її розв’язування	4
1.1. Постановка задачі та її некоректність	4
1.2. Ітераційні методи	5
2 Метод інтегральних рівнянь для коректних крайових задач	6
2.1. Крайова задача Діріхле-Неймана	6
2.1.1. Метод потенціалів	7
2.1.2. Метод Нистрьома	7
2.2. Крайова задача Неймана-Діріхле	7
3 Чисельні експерименти	8
3.1. Приклади чисельного розв’язування коректних крайових задач	8
3.1.1. Приклад 1	8
3.1.2. Приклад 2	8
3.2. Приклади чисельного розв’язування задачі Коші	8
Висновки	9
Список використаних джерел	10

Вступ

Математичні моделі процесів, що зустрічаються у прикладних науках і технологіях формуються, як правило, у вигляді систем диференціальних і (або) інтегральних рівнянь відносно певних домінуючих характеристик поля чи явища (температури, напруження, тиску тощо). Для забезпечення єдиності розв'язку додаються відповідні граничні і, при необхідності, початкові умови. Якщо коефіцієнти в рівняннях, граничні і початкові умови, геометрія об'єкту є відомими, то такі задачі прийнято називати *прямими задачами*. У випадку, якщо один із коефіцієнтів або одна з умов у математичній моделі є невідомими чи неповністю визначеними і цю невідому характеристику моделі необхідно знайти з допомогою додаткової умови, то такі задачі називають *оберненими задачами*...

Розділ 1

Постановка задачі та ітераційні методи її розв'язування

У цьому розділі приведено ...

1.1. Постановка задачі та її некоректність

Нехай $D \subset \mathbb{R}^2$ – обмежена однозв'язна з межею $\Gamma \in C^2$. Необхідно знайти обмежену функцію u , яка задовольняє рівняння

$$\Delta u = 0 \quad \text{в } D \tag{1.1}$$

та крайову умову

$$u = f \quad \text{на } \Gamma. \tag{1.2}$$

1.2. Ітераційні методи

...

Розділ 2

Метод інтегральних рівнянь для коректних крайових задач

У цьому розділі приведено ...

2.1. Крайова задача Діріхле-Неймана

Нехай $D \subset \mathbb{R}^2$ – обмежена двозв’язна область з межею $\partial D = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$. Необхідно знайти обмежену функцію u , яка задовольняє рівняння

$$\Delta u = 0 \quad \text{в } D \tag{2.1}$$

та крайові умови

$$u = f \quad \text{на } \Gamma_1, \quad \frac{\partial u}{\partial \nu} = g \quad \text{на } \Gamma_2. \tag{2.2}$$

2.1.1. Метод потенціалів

2.1.2. Метод Нистрьома

2.2. Крайова задача Неймана-Діріхле

...

Розділ 3

Чисельні експерименти

У цьому розділі приведено ...

3.1. Приклади чисельного розв'язування коректних крайових задач

3.1.1. Приклад 1

3.1.2. Приклад 2

3.2. Приклади чисельного розв'язування задачі Коші

...

Висновки

У даній роботі для наближеного розв'язування задачі Коші для рівняння Лапласа запропоновано ітераційні методи, що ґрунтуються на граничних інтегральних рівняннях...

Список використаних джерел

- [1] Chapko R. On the numerical solution of a boundary value problem in the plane elasticity for a double-connected domain // Mathematics and Computers in Simulation.- 2004.- **66**.- P.425-438.
- [2] Chapko R., Kress R. A hybrid method for inverse boundary value problems in potential theory // Journal of Ill-Posed and Inverse Problems.- 2005.- **13**.- P.27-40.
- [3] Chapko R., Kress R., Mönch L. On the numerical solution of a hypersingular integral equation for elastic scattering from a planar crack // IMA Journal of Numerical Analysis.- 2000.- **20**.- P.601-619.
- [4] Chen G., Zhou J. *Boundary Element Methods*.- Comput. Mech. Publ. Southampton, 1992.