

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра прикладної математики**

Затверджено

На засіданні
кафедри обчислювальної математики
факультету прикладної математики та
інформатики
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29 серпня 2023 р.)

Завідувач кафедри Роман ХАПКО



**Силабус з навчальної дисципліни
“Функціональний аналіз”,
що викладається в межах ОПП “Інформатика”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 122 – комп’ютерні науки**

Львів 2023 р.

| | |
|--|--|
| Назва дисципліни | Функціональний аналіз |
| Адреса викладання дисципліни | Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1 |
| Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна | Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра обчислювальної математики |
| Галузь знань, шифр та назва спеціальності | 12 – Інформаційні технології 122 – Комп’ютерні науки |
| Викладачі дисципліни | Недашковська Анастасія Миколаївна, доцент кафедри обчислювальної математики; |
| Контактна інформація викладачів | anastasiya.nedashkovska@lnu.edu.ua , Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 262. м. Львів, вул. Університетська, 1 |
| Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються | Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю). |
| Сторінка курсу | https://ami.lnu.edu.ua/course/funktionalnyy-analiz-kn |
| Інформація про дисципліну | Дисципліна “Функціональний аналіз” є дисципліною за вибором зі спеціальності 122 – комп’ютерні науки для освітньої програми Прикладна математика, Освітньо-кваліфікаційний рівень – бакалавр (4 кредити ECTS) |
| Коротка анотація дисципліни | Цей курс є логічним продовженням курсу математичного аналізу, традиційно читається для студентів факультету прикладної математики та інформатики. Предметом вивчення є основні поняття, пов’язані з лінійними, нормованими просторами, просторами зі скалярним добутком, банаховими та гільбертовими просторами, а також лінійними операторами та функціоналами. |
| Мета та цілі дисципліни | Метою є вивчення базових понять та методів сучасного функціонального аналізу. |
| Література для вивчення дисципліни | <ol style="list-style-type: none"> 1. Ковальчук Б. Основи математичного аналізу: підручник: в 2 ч. Ч. I / Б. Ковальчук, Й. Шіпка. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2010. – 374с. 2. Гарасим Я.С. Методи розв’язування типових задач функціонального аналізу: Методичний посібник для студентів/ Я.С. Гарасим, А.М. Недашковська, Б.А. Остудін. – Львів: Простір-М, 2015. – 72 с. 3. Березанський Ю.М. Функціональний аналіз: підручник / Ю.М. Березанський, Г.Ф.Ус, З.Г. Шефтель. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2014. – 559 с. 4. Сторож О. Додаткові розділи теорії міри та функціонального аналізу: навч.посібник / О. Сторож, Т. Кудрик, Н. Сущик. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2018. – 198 с. 5. Збірник задач з функціонального аналізу. Видання друге, виправлене і доповнене. / Укладачі В. Б. Брайман, О. Ю. Константинов, О. Г. Кукуш, Ю. С. Мішура, О. Н. Нестеренко, А. В. Чайковський. – К.: 2023. – 313с. |
| Обсяг курсу | Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 16 год лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 72 год. |
| Очікувані результати | Після завершення цього курсу студент буде : Знати: |

| | |
|---|---|
| навчання | <ul style="list-style-type: none"> - основні поняття теорії лінійних, нормованих просторів; - основні поняття теорії просторів із скалярним добутком; - основні поняття теорії банахових і гільбертових просторів; - способи побудови елементів найкращих наближень; - методи дослідження лінійних операторів та функціоналів; - методи знаходження та дослідження обернених та спряжених операторів у різних функціональних просторах; <p>Вміти: застосовувати вивчені методи до розв'язування та аналізу конкретних задач.</p> <p>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання:</p> <p>Загальні компетентності:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. - ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. - ЗК8. Здатність генерувати нові ідеї (креативність). - ЗК7. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел. <p>Фахові компетентності:</p> <ul style="list-style-type: none"> - СК1. Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування. <p>Програмні результати навчання:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ПР1. Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук. - ПР2. Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації. |
| Ключові слова | Лінійні нормовані простори, простори зі скалярним добутком, банахові простори, гільбертові простори, елементи найкращих наближень, лінійні оператори і функціонали, спряжені простори і оператори |
| Формат курсу | Очний. Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій |
| Теми | Подано нижче у таблиці «Схема курсу» |
| Підсумковий контроль, форма | Залік |
| Пререквізити | <p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з</p> <ul style="list-style-type: none"> - Алгебри; - Чисельних методів; - Математичного аналізу; |
| Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу | Презентації, лекції (лекція-розповідь, лекція-бесіда) Індивідуальні завдання. |

| | | | | | | |
|--|--|--------------|-----------------------|--|--------------|---------------|
| Необхідне обладнання | Комп'ютер із програмним забезпеченням GNU Octave, доступ до Internet мережі, проектор | | | | | |
| Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності) | Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. | | | | | |
| | Оцінка за шкалою ECTS | | Оцінка в балах | Оцінка за національною шкалою | | |
| | | | | Екзамен, диференційований залік | залік | зараховано |
| | A | Відмінно | 100 - 90 | Відмінно | 5 | |
| | B | Дуже добре | 81- 89 | Добре | 4 | |
| | C | Добре | 71 -80 | | | |
| | D | Задовільно | 61 - 70 | Задовільно | 3 | |
| | E | Достатньо | 51- 60 | | | |
| | FX (F) | Незадовільно | 0 - 50 | Незадовільно | 2 | не зараховано |
| | <p>Впродовж семестру студент може отримати 100 балів. З них:</p> <ul style="list-style-type: none"> - самостійні роботи (30 балів): 5 самостійних робіт по 6 балів кожна; - колоквіум (20 балів); - залік (50 балів); | | | | | |
| <p>Підсумкове оцінювання проводиться у вигляді контрольної роботи (50 балів: 20 тестових завдань по 1 балу і 3 практичні завдання по 10 балів)</p> | | | | | | |
| <p>Загалом максимальна кількість балів, яку можна набрати протягом семестру 100 балів.</p> | | | | | | |
| <p>Критерії оцінювання індивідуальних завдань:</p> | | | | | | |
| <p>6 балів – студент повністю виконав умови завдання, хід розв'язування оформлено належним чином, нема ознак недоброчесності.</p> | | | | | | |
| <p>4-5 балів – студент повністю виконав умови завдання, хід розв'язування оформлено належним чином, розв'язок містить незначні помилки, нема ознак недоброчесності.</p> | | | | | | |
| <p>2-3 бали – студент виконав завдання з помилками, або ж не повністю викладено хід розв'язування завдання, нема ознак недоброчесності;</p> | | | | | | |
| <p>1 бал – студент виконав завдання частково з грубими помилками, які самостійно не може виправити, демонструє незнання матеріалу, нема ознак недоброчесності.</p> | | | | | | |
| <p>0 балів – студент не виконав завдання або ж у роботі виявлені ознаки недоброчесності.</p> | | | | | | |
| <p>Критерії оцінювання тестових завдань (колоквіум, залік):</p> | | | | | | |
| <p>1 бал: відповідь на завдання правильна;</p> | | | | | | |
| <p>0 балів: відповідь на завдання неправильна.</p> | | | | | | |
| <p>Критерії оцінювання практичних завдань (залік):</p> | | | | | | |
| <p>10 балів: студент правильно виконав практичне завдання;</p> | | | | | | |

| | |
|--------------------------|---|
| | <p>8-9 балів: студент виконав завдання з незначними помилками (на кінцевому етапі), але алгоритм розв'язування знає і вміє його застосовувати;</p> <p>6-7 бали: студент виконав завдання з помилками, алгоритм розв'язування, в основному, знає;</p> <p>3-5 бали: студент виконав лише частину завдання або повністю, але зі значними помилками;</p> <p>1-2 бали: студент виконав лише частину завдання значними помилками;</p> <p>0 балів: студент не володіє навчальним матеріалом і не виконав завдання.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані на лабораторних заняттях (індивідуальні завдання), колоквиумі та екзамені. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p> |
| Питання до заліку | <ol style="list-style-type: none"> 1. Лінійні простори; 2. Приклади нормованих просторів. Аксиоми нормованого простору; 3. Збіжність послідовностей у нормованих просторах; 4. Еквівалентність норм в скінченновимірних просторах. Підпростір; 5. Простори зі скалярним добутком; 6. Банахові простори; 7. Гільбертові простори; 8. Ортогональні доповнення; 9. Лінійні оператори: неперервність, обмеженість, норма; 10. Обернені оператори: умови існування, неперервна оборотність; 11. Спряжені оператори. |
| Опитування | <p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p> |

Схема курсу “Функціональний аналіз”

| Ти ж. | Тема, план, короткі тези | Форма діяльності (заняття) | Література. Ресурси в інтернеті | Завдання, год | Термін виконання |
|-------|---|---|---------------------------------|---|------------------|
| 1. | Тема 1. Лінійні простори. Приклади лінійних просторів. Ізоморфні лінійні простори: Лінійні простори, приклади лінійних просторів, лінійна залежність і лінійна незалежність елементів, скінченновимірні і нескінченновимірні лінійні простори, лінійні многовиди, ізоморфізм лінійних просторів, опуклі множини в лінійних просторах | Лекція (2 год) | [1],[2],[3] | Опрацювання лекційного матеріалу (2 год) | 2 тижні |
| | | Лабораторна робота (3 год) Самостійна робота (1 год) | [2],[3],[5] | Розв’язування задач (6 год) | 2 тижні |
| 2 | Тема 2. Нормовані простори. Означення метричного простору. Деякі приклади метричних просторів. Елементарні властивості метрики. Означення нормованого простору. Приклади нормованих просторів. Елементи аналізу в нормованих просторах. Нерівність Гьольдера і Мінковського для сум | Лекція (2 год) | [4],[2],[3] | Опрацювання лекційного матеріалу (2 год) | 2 тижні |
| | | Лабораторна робота (3 год) Самостійна робота (1 год) | [2],[3],[5] | Розв’язування задач (6 год) | 2 тижні |
| 3 | Тема 2. Нормовані простори. Відкриті та замкнені множини. Еквівалентність норм в скінченновимірних просторах. Про елемент найкращого наближення в нормованому просторі. Наближення елементами простору. Лінійні многовиди щільні в нормованому просторі | Лекція (2 год) | [2],[3],[4] | Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.) | 2 тижні |
| | | Лабораторна робота (4 год) | [2],[3],[5] | Розв’язування задач (6 год) | 2 тижні |
| 4 | Тема 3. Банахові простори. Фундаментальні послідовності. Приклад неповного нормованого простору. Банахові простори $C^k(G), k \geq 1$. Фундаментальні послідовності. Означення банахового простору | Лекція (2 год) | [2],[3] | Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.) | 2 тижні |
| | | Лабораторна робота (3 год) Самостійна робота (1 год) | [2],[3],[5] | Розв’язування задач (6 год) | 2 тижні |
| 5 | Тема 4. Простори зі скалярним добутком. Евклідові простори. Унітарні простори. Приклади просторів зі скалярним добутком. Процес ортогоналізації Шмідта. Деякі властивості скалярного добутку | Лекція (2 год) | [1],[2],[3] | Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.) | 2 тижні |
| | | Лабораторна робота (4 год) | [2],[3],[5] | Розв’язування задач (6 год) | 2 тижні |

| | | | | | |
|---|--|---|-------------|--|---------|
| 6 | Тема 5. Гільбертові простори. Означення гільбертового простору. Ортогональне доповнення. Тема 6. Лінійні оператори. Загальне означення оператора. Взаємооднозначні (ін'єктивні) оператори. Суперпозиція операторів | Лекція (2 год) | [2],[3] | Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.) | 2 тижні |
| | | Лабораторна робота (3 год) Самостійна робота (1 год) | [2],[3],[5] | Розв'язування задач (6 год) | 2 тижні |
| 7 | Тема 6. Лінійні оператори. Означення лінійного оператора. Неперервні лінійні оператори. Обмежені лінійні оператори Тема 7. Простір лінійних обмежених операторів. Нормований простір $\mathcal{L}(X, Y)$. Поняття збіжності послідовності операторів. | Лекція (2 год) | [2],[3] | Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.) | 2 тижні |
| | | Лабораторна робота (4 год) | [2],[3],[5] | Розв'язування задач (6 год) | 2 тижні |
| 8 | Тема 8. Обернені оператори. Обернені оператори. Умови існування обернених операторів. Лівий і правий обернений оператори. Тема 9. Спряжені простори та спряжені оператори. Спряжені простори. Спряжені і самоспряжені оператори | Лекція (2 год) | [2],[3] | Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.) | 2 тижні |
| | | Лабораторна робота (3 год) Самостійна робота (1 год) | [2],[3],[5] | Розв'язування задач (6 год) | 2 тижні |