

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**Львівський національний університет імені Івана Франка  
Факультет прикладної математики та інформатики  
Кафедра прикладної математики**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри обчислювальної математики  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 29 серпня 2023 р.)

Завідувач кафедри Роман ХАПКО



**Силабус з навчальної дисципліни  
“Функціональний аналіз”,  
що викладається в межах ОПП “Інформатика”  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з  
спеціальності 122 – комп’ютерні науки**

**Львів 2023 р.**

<b>Назва дисципліни</b>	Функціональний аналіз
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра обчислювальної математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	12 – Інформаційні технології 122 – Комп’ютерні науки
<b>Викладачі дисципліни</b>	Недашківська Анастасія Миколаївна, доцент кафедри обчислювальної математики;
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:anastasiya.nedashkovska@lnu.edu.ua">anastasiya.nedashkovska@lnu.edu.ua</a> , Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 262. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://ami.lnu.edu.ua/course/funktionalnyy-analiz-kn">https://ami.lnu.edu.ua/course/funktionalnyy-analiz-kn</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Функціональний аналіз” є дисципліною за вибором зі спеціальності 122 – комп’ютерні науки для освітньої програми Прикладна математика, Освітньо-кваліфікаційний рівень – бакалавр (4 кредити ECTS)
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Цей курс є логічним продовженням курсу математичного аналізу, традиційно читається для студентів факультету прикладної математики та інформатики. Предметом вивчення є основні поняття, пов’язані з лінійними, нормованими просторами, просторами зі скалярним добутком, банаховими та гільбертовими просторами, а також лінійними операторами та функціоналами.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою є вивчення базових понять та методів сучасного функціонального аналізу.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ковальчук Б. Основи математичного аналізу: підручник: в 2 ч. Ч. I / Б. Ковальчук, Й. Шіпка. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2010. – 374с.</li> <li>2. Гарасим Я.С. Методи розв’язування типових задач функціонального аналізу: Методичний посібник для студентів/ Я.С. Гарасим, А.М. Недашківська, Б.А. Остудін. – Львів: Простір-М, 2015. – 72 с.</li> <li>3. Березанський Ю.М. Функціональний аналіз: підручник / Ю.М. Березанський, Г.Ф.Ус, З.Г. Шефтель. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2014. – 559 с.</li> <li>4. Сторож О. Додаткові розділи теорії міри та функціонального аналізу: навч.посібник / О. Сторож, Т. Кудрик, Н. Сущик. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2018. – 198 с.</li> <li>5. Збірник задач з функціонального аналізу. Видання друге, виправлене і доповнене. / Укладачі В. Б. Брайман, О. Ю. Константинов, О. Г. Кукуш, Ю. С. Мішура, О. Н. Нестеренко, А. В. Чайковський. – К.: 2023. – 313с.</li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 16 год лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 72 год.
<b>Очікувані результати</b>	Після завершення цього курсу студент буде : <b>Знати:</b>

<b>навчання</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- основні поняття теорії лінійних, нормованих просторів;</li> <li>- основні поняття теорії просторів із скалярним добутком;</li> <li>- основні поняття теорії банахових і гільбертових просторів;</li> <li>- способи побудови елементів найкращих наближень;</li> <li>- методи дослідження лінійних операторів та функціоналів;</li> <li>- методи знаходження та дослідження обернених та спряжених операторів у різних функціональних просторах;</li> </ul> <p><b>Вміти:</b> застосовувати вивчені методи до розв'язування та аналізу конкретних задач.</p> <p><b>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання:</b></p> <p><b>Загальні компетентності:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</li> <li>- ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</li> <li>- ЗК8. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).</li> <li>- ЗК7. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.</li> </ul> <p><b>Фахові компетентності:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- СК1. Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.</li> </ul> <p><b>Програмні результати навчання:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ПР1. Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук.</li> <li>- ПР2. Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	Лінійні нормовані простори, простори зі скалярним добутком, банахові простори, гільбертові простори, елементи найкращих наближень, лінійні оператори і функціонали, спряжені простори і оператори
<b>Формат курсу</b>	Очний. Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій
<b>Теми</b>	Подано нижче у таблиці «Схема курсу»
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік
<b>Пререквізити</b>	<p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Алгебри;</li> <li>- Чисельних методів;</li> <li>- Математичного аналізу;</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції (лекція-розповідь, лекція-бесіда) Індивідуальні завдання.

<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із програмним забезпеченням GNU Octave, доступ до Internet мережі, проектор					
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.					
	<b>Оцінка за шкалою ECTS</b>		<b>Оцінка в балах</b>	<b>Оцінка за національною шкалою</b>		
				<b>Екзамен, диференційований залік</b>	<b>залік</b>	зараховано
	A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	
	B	Дуже добре	81- 89	Добре	4	
	C	Добре	71 -80			
	D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3	
	E	Достатньо	51- 60			
	FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2	не зараховано
	<p>Впродовж семестру студент може отримати 100 балів. З них:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- самостійні роботи (30 балів): 5 самостійних робіт по 6 балів кожна;</li> <li>- колоквіум (20 балів);</li> <li>- залік (50 балів);</li> </ul>					
<p><b>Підсумкове оцінювання</b> проводиться у вигляді контрольної роботи (50 балів: 20 тестових завдань по 1 балу і 3 практичні завдання по 10 балів)</p>						
<p>Загалом максимальна кількість балів, яку можна набрати протягом семестру 100 балів.</p>						
<p><b>Критерії оцінювання індивідуальних завдань:</b></p>						
<p><b>6 балів</b> – студент повністю виконав умови завдання, хід розв'язування оформлено належним чином, нема ознак недоброчесності.</p>						
<p><b>4-5 балів</b> – студент повністю виконав умови завдання, хід розв'язування оформлено належним чином, розв'язок містить незначні помилки, нема ознак недоброчесності.</p>						
<p><b>2-3 бали</b> – студент виконав завдання з помилками, або ж не повністю викладено хід розв'язування завдання, нема ознак недоброчесності;</p>						
<p><b>1 бал</b> – студент виконав завдання частково з грубими помилками, які самостійно не може виправити, демонструє незнання матеріалу, нема ознак недоброчесності.</p>						
<p><b>0 балів</b> – студент не виконав завдання або ж у роботі виявлені ознаки недоброчесності.</p>						
<p><b>Критерії оцінювання тестових завдань (колоквіум, залік):</b></p>						
<p><b>1 бал:</b> відповідь на завдання правильна;</p>						
<p><b>0 балів:</b> відповідь на завдання неправильна.</p>						
<p><b>Критерії оцінювання практичних завдань (залік):</b></p>						
<p><b>10 балів:</b> студент правильно виконав практичне завдання;</p>						

	<p><b>8-9 балів:</b> студент виконав завдання з незначними помилками (на кінцевому етапі), але алгоритм розв'язування знає і вміє його застосовувати;</p> <p><b>6-7 бали:</b> студент виконав завдання з помилками, алгоритм розв'язування, в основному, знає;</p> <p><b>3-5 бали:</b> студент виконав лише частину завдання або повністю, але зі значними помилками;</p> <p><b>1-2 бали:</b> студент виконав лише частину завдання значними помилками;</p> <p><b>0 балів:</b> студент не володіє навчальним матеріалом і не виконав завдання.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані на лабораторних заняттях (індивідуальні завдання), колоквиумі та екзамені. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<b>Питання до заліку</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Лінійні простори;</li> <li>2. Приклади нормованих просторів. Аксиоми нормованого простору;</li> <li>3. Збіжність послідовностей у нормованих просторах;</li> <li>4. Еквівалентність норм в скінченновимірних просторах. Підпростір;</li> <li>5. Простори зі скалярним добутком;</li> <li>6. Банахові простори;</li> <li>7. Гільбертові простори;</li> <li>8. Ортогональні доповнення;</li> <li>9. Лінійні оператори: неперервність, обмеженість, норма;</li> <li>10. Обернені оператори: умови існування, неперервна оборотність;</li> <li>11. Спряжені оператори.</li> </ol>
<b>Опитування</b>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

Схема курсу “Функціональний аналіз”

Ти ж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год	Термін виконання
1.	<b>Тема 1. Лінійні простори. Приклади лінійних просторів. Ізоморфні лінійні простори:</b> Лінійні простори, приклади лінійних просторів, лінійна залежність і лінійна незалежність елементів, скінченновимірні і нескінченновимірні лінійні простори, лінійні многовиди, ізоморфізм лінійних просторів, опуклі множини в лінійних просторах	Лекція (2 год)	[1],[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (2 год)	2 тижні
		Лабораторна робота (3 год) Самостійна робота (1 год)	[2],[3],[5]	Розв’язування задач (6 год)	2 тижні
2	<b>Тема 2. Нормовані простори.</b> Означення метричного простору. Деякі приклади метричних просторів. Елементарні властивості метрики. Означення нормованого простору. Приклади нормованих просторів. Елементи аналізу в нормованих просторах. Нерівність Гьольдера і Мінковського для сум	Лекція (2 год)	[4],[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (2 год)	2 тижні
		Лабораторна робота (3 год) Самостійна робота (1 год)	[2],[3],[5]	Розв’язування задач (6 год)	2 тижні
3	<b>Тема 2. Нормовані простори.</b> Відкриті та замкнені множини. Еквівалентність норм в скінченновимірних просторах. Про елемент найкращого наближення в нормованому просторі. Наближення елементами простору. Лінійні многовиди щільні в нормованому просторі	Лекція (2 год)	[2],[3],[4]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	2 тижні
		Лабораторна робота (4 год)	[2],[3],[5]	Розв’язування задач (6 год)	2 тижні
4	<b>Тема 3. Банахові простори.</b> Фундаментальні послідовності. Приклад неповного нормованого простору. Банахові простори $C^k(G), k \geq 1$ . Фундаментальні послідовності. Означення банахового простору	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	2 тижні
		Лабораторна робота (3 год) Самостійна робота (1 год)	[2],[3],[5]	Розв’язування задач (6 год)	2 тижні
5	<b>Тема 4. Простори зі скалярним добутком.</b> Евклідові простори. Унітарні простори. Приклади просторів зі скалярним добутком. Процес ортогоналізації Шмідта. Деякі властивості скалярного добутку	Лекція (2 год)	[1],[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	2 тижні
		Лабораторна робота (4 год)	[2],[3],[5]	Розв’язування задач (6 год)	2 тижні

6	<b>Тема 5. Гільбертові простори.</b> Означення гільбертового простору. Ортогональне доповнення. <b>Тема 6. Лінійні оператори.</b> Загальне означення оператора. Взаємооднозначні (ін'єктивні) оператори. Суперпозиція операторів	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	2 тижні
		Лабораторна робота (3 год) Самостійна робота (1 год)	[2],[3],[5]	Розв'язування задач (6 год)	2 тижні
7	<b>Тема 6. Лінійні оператори.</b> Означення лінійного оператора. Неперервні лінійні оператори. Обмежені лінійні оператори <b>Тема 7. Простір лінійних обмежених операторів.</b> Нормований простір $\mathcal{L}(X, Y)$ . Поняття збіжності послідовності операторів.	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	2 тижні
		Лабораторна робота (4 год)	[2],[3],[5]	Розв'язування задач (6 год)	2 тижні
8	<b>Тема 8. Обернені оператори.</b> <b>Обернені оператори.</b> Умови існування обернених операторів. Лівий і правий обернений оператори. <b>Тема 9. Спряжені простори та спряжені оператори.</b> Спряжені простори. Спряжені і самоспряжені оператори	Лекція (2 год)	[2],[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	2 тижні
		Лабораторна робота (3 год) Самостійна робота (1 год)	[2],[3],[5]	Розв'язування задач (6 год)	2 тижні