

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**  
**Кафедра прикладної математики**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри прикладної математики  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 31 серпня 2023 р.)



Завідувач кафедри

 Юрій ЯЦУК

**Силабус з навчальної дисципліни**

**“Комп’ютерне моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами”**  
**що викладається в межах ОПІ Прикладна математика**  
**другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 113 – прикладна математика**

Львів 2023 р.

<b>Назва дисципліни</b>	<b>Комп'ютерне моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами</b>
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра прикладної математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – математика та статистика 113 – прикладна математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Щербатий Михайло Васильович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики, Білецький Василь Миколайович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики (лабораторні заняття)
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:mykhaylo.shcherbatyy@lnu.edu.ua">mykhaylo.shcherbatyy@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/shcherbatyy">https://ami.lnu.edu.ua/employee/shcherbatyy</a> <a href="mailto:vasyi.biletskyy@lnu.edu.ua">vasyl.biletskyy@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/biletskyj">https://ami.lnu.edu.ua/employee/biletskyj</a> Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 278. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://ami.lnu.edu.ua/course/komp-iuterne-modeliuvannia-dynamichnykh-system-z-rozpodilenyumu-parametramy-pm">https://ami.lnu.edu.ua/course/komp-iuterne-modeliuvannia-dynamichnykh-system-z-rozpodilenyumu-parametramy-pm</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Комп'ютерне моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами” є дисципліною на вибір зі спеціальності 113 – прикладна математика для освітньої програми “Прикладна математика”, яка викладається в 2-му семестрі в обсязі 3-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Курс спрямований на ознайомлення студентів з методами і техніками моделювання та аналізу динамічних систем, поведінка яких розглядається в просторово-часовій області. Основний акцент робиться на рівняннях параболічного типу, зокрема на моделях дифузії та реакції-дифузії. Курс включає в себе також якісний аналіз динамічних систем, розглядаючи спочатку звичайні диференціальні рівняння як попередню підготовку до аналізу систем з розподіленими параметрами. Приклади задач із різних галузей (зокрема динаміки популяцій, епідеміології та інших систем) демонструють матеріал даного курсу.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою курсу є надання студентам знань та навичок у сфері: <ul style="list-style-type: none"> <li>- комп'ютерного моделювання та якісного аналізу динамічних систем з розподіленими параметрами, зокрема систем з рівняннями в частинних похідних параболічного типу;</li> <li>- використання систем комп'ютерної математики (напр. Matlab, Octave) або інших програмних продуктів (напр. Python з бібліотеками NumPy та SymPy) для дослідження сформульованих математичних моделей.</li> </ul>

<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<p><b>Основна література</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Kuttler C. <i>Reaction-Diffusion equations with applications</i>. Sommersemester, 2011.</li> <li>2. Brauer F., Castillo-Chavez C. <i>Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology</i>. Springer, 2012.</li> <li>3. Volpert V. <i>Elliptic Partial Differential Equations. Volume 2: Reaction-Diffusion Equations</i>. Springer Basel, 2014.</li> <li>4. Lam K-Y, Lou Y. <i>Introduction to Reaction-Diffusion Equations. Theory and Applications to Spatial Ecology and Evolutionary Biology</i>. Springer, 2022.</li> <li>5. Пічкур В. В., Капустян О. В., Собчук В. В. <i>Теорія динамічних систем</i>. Луцьк, Вежа-Друк, 2020.</li> <li>6. Хусаїнов Д.Я., Харченко І.І., Шатирко А.В. <i>Введення в моделювання динамічних систем</i>. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2010.</li> </ol> <p><b>Додаткова література</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>7. Іванків К.С., Щербатий М.В. <i>Математичне моделювання біологічних та еколого-економічних процесів</i>. Львів, Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка 2005.</li> <li>8. Perko L. <i>Differential Equations and Dynamical Systems</i>. Springer, 2001.</li> <li>9. Quarteroni A. <i>Numerical Models for Differential Problems</i>. Springer, 2017.</li> <li>10. Quarteroni A., Saleri F., Gervasio P. <i>Scientific Computing with MATLAB and Octave</i>. Springer, 2014.</li> <li>11. MATLAB Homepage: <a href="http://www.mathworks.com/products/matlab/">http://www.mathworks.com/products/matlab/</a>.</li> <li>12. GNU Octave Homepage: <a href="http://www.gnu.org/software/octave/">http://www.gnu.org/software/octave/</a></li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 32 год., з них 16 годин лекцій та 16 годин лабораторних робіт. Самостійної роботи: 58 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p><i>В результаті вивчення даного курсу студент буде:</i></p> <p><b>знати:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основи поведінки динамічних систем з розподіленими параметрами;</li> <li>• методи побудови математичних моделей даних систем та їх аналізу.</li> </ul> <p><b>вміти:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• застосовувати рівняння в частинних похідних для моделювання та аналізу динамічних систем;</li> <li>• проводити якісний аналіз динамічних систем параболічного типу, включаючи дослідження стійкості, біжучих хвиль та інших явищ;</li> <li>• використовувати чисельні методи та програми засоби для розв'язування рівнянь з розподіленими параметрами та аналізу їх поведінки.</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	Динамічна система, звичайне диференціальне рівняння, рівняння в частинних похідних, рівняння дифузії-реакції, модель взаємодії популяцій, модель епідемій, стаціонарна точка, фокус, вузол, сідло, центр, фазовий портрет, біжуча хвиля.
<b>Формат курсу</b>	Очний. Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.
<b>Теми</b>	Подано нижче у таблиці Схема курсу “Комп’ютерне моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами”
<b>Підсумковий контроль,</b>	Залік

<b>форма</b>	
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення даного курсу студенти потребують базових знань з курсів: Математичний аналіз; Лінійна алгебра; Диференціальні рівняння; Рівняння математичної фізики; Чисельні методи; Систем комп'ютерної математики (напр., Matlab, Octave) або бібліотек чисельних методів інших програмних продуктів (напр. NumPy для Python).
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції, матеріали лабораторних занять. Домашні та індивідуальні завдання.
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із однією із систем комп'ютерної математики (Matlab, Octave) або програмний продукт із наявними бібліотеками чисельних методів: лінійної алгебри; розв'язування систем звичайних диференціальних рівнянь; рівнянь в частинних похідних. Доступ до Internet мережі
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• домашні завдання : 30% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 30 (2 завдання по 15 балів);</li> <li>• індивідуальні завдання : 70% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 70 (2 завдання 25 і 45 балів відповідно).</li> </ul> <p>Загалом протягом семестру 100 балів.</p> <p><b>Академічна добросовісність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недобросовісності. Виявлення ознак академічної недобросовісності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання домашніх та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані на індивідуальних та домашніх завданнях. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної добросовісності не толеруються.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

**Схема курсу “Комп’ютерне моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами”**

<b>Тиж.</b>	<b>Тема, план, короткі тези</b>	<b>Форма діяльності (заняття)</b>	<b>Література, Ресурси в інтернеті</b>	<b>Завдання, год.</b>	<b>Термін виконання</b>
1	<b>Тема 1.</b> Вступ до комп’ютерного моделювання динамічних систем з розподіленими параметрами. <i>(Поняття системи, моделі та процесу математичного моделювання. Приклади моделей.)</i>	Лекція (2 год.)	[1,3,4,6,7]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
2	<b>Тема 1.</b> Приклади моделей зі сполученням часової та просторової динаміки. Огляд програмних засобів для чисельного моделювання.	Лабораторна (2 год.)	[1-5,7,11,12]	Вибір та вивчення основних характеристик програм для чисельного моделювання (4 год.)	1 тиждень
3	<b>Тема 2.</b> Стійкість лінійних динамічних систем у вигляді систем звичайних диференціальних рівнянь (СЗДР). Фазові портрети лінійних систем. <i>(Стаціонарні точки та стійкість динамічних систем. Стійкий, нестійкий та центральний підпростори лінійних систем)</i>	Лекція (2 год.)	[5,7,8]	Опрацювання лекційного матеріалу (2 год.)	1 тиждень
4	<b>Тема 2.</b> Лінійні динамічні системи у вигляді СЗДР з постійними коефіцієнтами. <i>(Діагоналізована матриця. Прості власні числа. Кратні власні числа. Комплексні власні числа.) Домашнє завдання 1.</i>	Лабораторна (2 год.)	[5,8]	Виконання домашнього завдання 1 (4 год.)	2 тижні
5	<b>Тема 3.</b> Нелінійні СЗДР та їх лінеаризація. Фазовий портрет нелінійної системи. <i>(Лінеаризація за першим наближенням, яacobian, ізольована точка рівноваги, теорема Гробмана-Хартмана).</i>	Лекція (2 год.)	[5,7,8]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
6	<b>Тема 3.</b> Приклади дослідження нелінійних	Лабораторна (2 год.)	[5,8,9-12]	Виконання домашнього	2 тижні

	СЗДР. (Знаходження точок рівноваги та визначення їх типів, побудова фазових портретів на площині. Чисельне розв'язування СЗДР). <b>Домашнє завдання 2.</b>			завдання 2 (4 год.)	
7	<b>Тема 4.</b> Моделювання динамічних систем рівняннями частинних похідних. Рівняння реакції-дифузії. (Виведення рівняння, початкові та крайові умови. Моделювання росту популяції.)	Лекція, (2 год.)	[1-4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2 год.)	1 тиждень
8	<b>Тема 4.</b> Чисельне дослідження рівняння реакції-дифузії (одновимірний випадок). (Використання систем комп'ютерної математики для чисельного розв'язування і візуалізації результатів.) <b>Індивідуальне завдання 1.</b>	Лабораторна (2 год.)	[2,9-12]	Виконання індивідуального завдання 1 (6 год.)	2 тижні
9	<b>Тема 5.</b> Якісний аналіз рівняння реакції-дифузії. (Лінійне та нелінійне рівняння, одновимірний випадок. Стаціонарні розв'язки. Стійкість.)	Лекція (2 год.)	[1-4,6]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 год.)	1 тиждень
10	<b>Тема 5.</b> Приклади якісного аналізу рівнянь реакції-дифузії.	Лабораторна (2 год.)	[1-4], [9-12]	Порівняння результатів якісного аналізу із результати числових досліджень. (4 год.)	1 тиждень
11	<b>Тема 6.</b> Система рівнянь реакції-дифузії. Якісний аналіз. (Лінійні та нелінійні рівняння, одновимірний випадок. Стаціонарні розв'язки. Стійкість.)	Лекція (2 год.)	[1-4],	Опрацювання лекційного матеріалу (5 год.)	1 тиждень
12	<b>Тема 6.</b> Моделювання взаємодії двох популяцій. Моделювання поширення епідемій. Схема числового дослідження в системах	Лабораторна (2 год.)	[1-4, 7, 9-12]	Виконання індивідуального завдання 2 (6 год.)	4 тижні

	рівнянь реакції-дифузії. Приймання індивідуального завдання 1. <b>Індивідуальне завдання 2.</b>				
13	<b>Тема 7.</b> Біжучі хвилі в рівняннях реакції-дифузії.	Лекція (2 год.)	[1-4]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 год.)	1 тиждень
14	<b>Тема 7.</b> Дослідження біжучої хвилі для рівняння Фішера.	Лабораторна (2 год.)	[1-2]	Якісний аналіз біжучих в хвиль в одновимірних системах (3 год.)	1 тиждень
15	<b>Тема 8.</b> Біжучі хвилі в системах рівнянь реакції-дифузії <i>(на прикладі взаємодії двох популяцій по типу "хижак-жертва").</i>	Лекція (2 год.)	[1-4]]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 год.)	1 тиждень
16	<b>Тема 8.</b> Приймання індивідуального завдання 2. Аналіз результатів. Підведення підсумків.	Лабораторна (2 год.)			Під час заняття