

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра дискретного аналізу та інтелектуальних систем

Затверджено

На засіданні
кафедри дискретного аналізу та
інтелектуальних систем
факультету прикладної математики та
інформатики
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 12/22 від 31 серпня 2022 р.)



Завідувач кафедри Притула М. М.

Силабус з навчальної дисципліни
“Дискретна математика”,
що викладається в межах ОПП “Системний аналіз і управління.
Інтелектуальний аналіз даних”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 124 – системний аналіз

Львів 2022 р.

Назва дисципліни	Дискретна математика
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра дискретного аналізу та інтелектуальних систем
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	12 – інформаційні технології 124 – системний аналіз
Викладачі дисципліни	Прутула Микола Миколайович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем (лекційні та лабораторні заняття), Коковська Ярина Володимирівна, доцентка кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем, кандидатка фіз.-мат. наук (лабораторні заняття), Квасниця Галина Андріївна, доцентка кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем, кандидатка фіз.-мат. наук (лабораторні заняття).
Контактна інформація викладачів	mykola.prytula@lnu.edu.ua ; https://ami.lnu.edu.ua/employee/prytula ; yaryna.kokovska@lnu.edu.ua ; https://ami.lnu.edu.ua/employee/kokovska ; haluna.kvasnytsya@lnu.edu.ua ; https://ami.lnu.edu.ua/employee/kvasnytsya . Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 360. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (а також за розкладом консультацій кафедри).
Сторінка курсу	https://ami.lnu.edu.ua/course/discrete-mathematics-system-analysis
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Дискретна математика” є нормативною дисципліною з спеціальності 124 – системний аналіз для освітньої програми “Системний аналіз і управління. Інтелектуальний аналіз даних”, яка викладається в 1-му та 2-му семестрах в обсязі 9-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Навчальну дисципліну розроблено так, щоб надати учасникам необхідні знання з таких розділів, як основи математичної логіки, комбінаторного аналізу, теорії графів, відношення, основи теорії кодування, булевих функції, основ теорії формальних граматики і автоматів, теорії алгоритмів.
Мета та цілі дисципліни	<i>Метою навчальної дисципліни є формування у студентів системи теоретичних знань і практичних навичок що стосуються таких розділів: основи теорії множин, комбінаторний аналіз, відношення, теорія графів, математичної логіки, основи теорії кодування, булеві функції, основи теорії формальних граматики і автоматів, головні поняття теорії алгоритмів.</i> <i>Завданням вивчення навчальної дисципліни є сформувати у студентів теоретичні знання та практичні навички в області основ теорії множин, комбінаторного аналізу, відношення, теорії графів, математичної логіки, основ теорії кодування, булевих функції, основ теорії формальних граматики і автоматів, головних понять теорії алгоритмів.</i>

<p>Література для вивчення дисципліни</p>	<p style="text-align: center;">Основна література:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретна математика. Львів, Магнолія Плюс, 2005, 2006 (1-е видання), 2007 (2-е видання, виправлене й доповнене), 2008 (3-є видання, виправлене й доповнене). 2. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретна математика (у серії „Інформатика”). Київ, Видавнича група ВНУ, 2006, 2007. 3. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретна математика (у серії „Комп’ютинг”). Львів, Магнолія-2006, 2009, 2010. 4. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А., Печурін М.К. Основи дискретної математики. К., Наукова думка, 2002. <p style="text-align: center;">Додаткова література:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Нікольський Ю.В., Щербина Ю.М. Дослідження ефективності використання дерев прийняття рішень для прогнозування діагнозу в медицині // Інформаційні системи та мережі. Вісник НУ „Львівська політехніка”, 2004, – № 519. – С. 244-253. 2. Притула М.М., Щербина Ю.М. Алгоритми дискретної математики та обчислювальна складність. Навч. посібник. – Львів: Вид-во ЛНУ ім.І. Франка, 2002. – 117 с. 3. Michaels J., Rosen K. Applications of Discrete Mathematics. – McGraw-Hill, 1991. 4. Rosen K.N. Discrete Matematics and Its Applications. McGraw-Hill, 2002.
<p>Обсяг курсу</p>	<p>Загальний обсяг: 270 годин. Аудиторних занять: 144 год., з них 64 год. лекцій та 80 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 126 год.</p>
<p>Очікувані результати навчання</p>	<p>У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен</p> <p>знати: основні операції над множинами, використовуючи комп’ютерне подання множин; головні положення математичної логіки та застосовувати їх у доведеннях теорем; задачі з графами, зокрема, використовувати основні алгоритми на графах; розв’язувати задачі з деревами; основні концепції теорії алгоритмів, зокрема, алгоритмічно нерозв’язні проблеми та обчислювальну складність; принципи побудови криптографічних алгоритмів, криптографічних стандартів та їх використання в задачах захисту інформації;</p> <p>вміти: виконувати основні операції над множинами, використовуючи комп’ютерне подання множин; використовувати апарат відношень; застосовувати теорію кодів в інформатиці; будувати коди Фано, Гаффмана, Геммінга; працювати з апаратом булевих функцій; будувати нормальні форми, мінімальні форми, схеми з функціональних елементів; використовувати основні концепції теорії обчислень.</p>

	Курс забезпечує набуття таких компетентностей: ІК 01, ЗК 01-ЗК 12, ЗК 14-ЗК 16, ПК 17-ПК 19, ПК 22-ПК 23 та програмних результатів навчання: ПРН 01, ПРН 05, ПРН 15-17.
Ключові слова	множини, графи, дерева, булеві функції, кодування.
Формат курсу	Очний, дистанційний. Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій. Ознайомлення з Internet курсами з дискретної математики.
Теми	<p>Дискретні структури I</p> <p>Поняття множини і кортежу. Декартів добуток множин. Теоретико-множинні операції. Комп'ютерне подання множин.</p> <p>Поняття функції. Способи подання функцій. Ін'єкція, сюр'єкція і бієкція. Зростання функцій. Оцінки складності алгоритмів.</p> <p>Основні правила комбінаторного аналізу: правило суми й правило добутку. Поняття вибірки. Розміщення та сполучення. Перестановки. Біноміальна і поліноміальна теореми. Задача про цілочислові розв'язки. Числа Стірлінга другого роду та числа Белла.</p> <p>Генерування перестановок. Генерування сполучень. Генерування розбиттів множини.</p> <p>Метод рекурентних рівнянь. Принцип коробок Діріхле. Принцип включення – виключення. Принцип включення – виключення в альтернативній формі.</p> <p>Основні означення теорії графів. Властивості графів. Означення простого графа, мультиграфа та псевдографа. Орієнтовані графи. Спеціальні класи простих графів. Матриця інцидентності. Матриця суміжності. Список пар (список ребер). Списки суміжності. Ізоморфізм графів.</p> <p>Шляхи та цикли. Зв'язність. Головні означення та результати, термінологія. Характеристики зв'язності простого графа. Критерій дводольності графа (теорема Кеніга).</p> <p>Ейлерові та гамільтонові цикли в графах. Ейлерів цикл у зв'язному мультиграфі, необхідна й достатня умова його існування. Алгоритм Флері. Гамільтонів цикл. Теорема Дірака.</p> <p>Зважені графи. Означення зваженого графа. Формулювання задач про найкоротші шляхи. Алгоритм Дейкстри.</p> <p>Обходи графів. Пошук углиб і вшир у простому зв'язному графі.</p> <p>Плоскі і планарні графи. Грані плоского графа, формула Ейлера. Критерій планарності (теорема Куратовського).</p> <p>Розфарбування простого графа. Оцінки хроматичного числа. Хроматичний поліном. Розфарбування планарних графів. Проблема чотирьох фарб.</p> <p>Незалежні множини і покриття. Кліки. Паросполучення. Досконале паросполучення в дводольному графі. Теорема Голла.</p> <p>Відношення та їх властивості. Означення бінарного відношення. Способи подання відношень. Відношення еквівалентності. Відношення часткового порядку. Топологічне сортування.</p> <p>Теоретико-множинні операції над відношеннями. Композиція відношень. Замикання відношень. Алгоритм Уоршалла.</p>

Дискретні структури II

Означення дерева. Властивості дерев. Кореневі дерева.

Застосування дерев. Рекурсія. Обхід дерев. Бінарне дерево пошуку. Дерево рішень. Бектрекінг (пошук із поверненнями). Каркаси. Задача про мінімальний каркас. Алгоритм Краскала.

Означення висловлювання. Формули логіки висловлювань. Виконання, загальнозначуща (тавтологія) та заперечувана формули. Закони логіки висловлювань. Нормальні форми логіки висловлювань (диз'юнктивні та кон'юнктивні).

Логіка першого ступеня (логіка предикатів). Випереджена нормальна форма.

Логічне виведення в логіці висловлювань. Застосування правил виведення в логіці висловлювань. Метод резолюцій. Правила виведення в численні предикатів.

Схеми алфавітного та рівномірного кодування. Достатні умови однозначності декодування. Властивості роздільних кодів.

Оптимальне кодування. Коди Фано, Гаффмана. Стиснення даних.

Коди, стійкі до перешкод. Вплив перешкод і найпростіші способи виявлення помилок. Лінійні коди. Коди Геммінга.

Означення булевої функції. Реалізація функцій формулами. Алгебри булевих функцій. Спеціальні форми подання булевих функцій. Повнота та замкненість.

Мінімізація булевих функцій. Теореми про скорочену та мінімальну диз'юнктивні нормальні форми. Побудова тупикових диз'юнктивних нормальних форм. Метод карт Карно для побудови мінімальних диз'юнктивних нормальних форм.

Мови і граматики. Типи граматик. Дерева виведення. Форми Бекуса–Наура.

Скінченні автомати з виходом. Означення та способи подання скінченного автомата з виходом. Автомати Мілі та Мура.

Скінченні автомати без виходу. Означення та способи подання. Детерміновані та недетерміновані скінченні автомати.

Класичні симетричні криптосистеми. Сучасні симетричні криптосистеми.

Основні поняття та положення комп'ютерної криптографії. Функція шифрування алгоритму DES. Генерація підключів алгоритму DES.

Сучасні асиметричні криптосистеми. Основні поняття. Опис криптосистеми RSA. Генерування ключів. Шифрування та розшифрування.

Поняття про алгоритмічні моделі. Основні вимоги до алгоритмів. Машини Тьюрінга. Обчислення числових функцій на машинах Тьюрінга.

Алгоритмічно нерозв'язні проблеми. Поліноміальні та експоненціальні алгоритми. Важкорозв'язні задачі. Задачі розпізнавання властивостей, мови та кодування

Класифікація задач за складністю. Детерміновані машини Тьюрінга й клас P . Недетерміновані машини Тьюрінга й клас NP . Поліноміальна звідність і NP -повні задачі.

Підсумковий контроль, форма	1-й семестр – іспит, 2-й семестр – іспит
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань середньої освіти.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції. Індивідуальні завдання. Групові проекти.
Необхідне обладнання	Використання у навчанні додатків для мобільних телефонів, зокрема ресурсів Google, інструментів Microsoft Teams. Друковані та електронні підручники та посібники; Інтернет-технології, вебсервіси.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Поточний (поточне усне опитування, модульний контроль, тестування) та підсумковий контроль – іспит.</p> <p>Бали нараховуються за наступним співвідношенням: поточне тестування та самостійна робота – 40 балів семестрові оцінки – 10 балів іспит: 50 балів Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають вісім письмових робіт (модулів).</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
Питання до екзамену	<p>ДИСКРЕТНІ СТРУКТУРИ 1.</p> <p>Множина. Кортеж. Декартів добуток множин. Операції над множинами. Тотожності з множинами. Доведення рівностей з множинами. Комп'ютерне зображення множин.</p>

Основні правила комбінаторики. Поняття вибірки; розміщення і сполуки (з повтореннями і без повторень). Підрахунок кількості розміщень і сполук (з повтореннями і без повторень). Перестановки, підрахунок їх кількості (з повтореннями і без повторень). Біномна теорема (біном Ньютона). Властивості біномних коефіцієнтів. Поліномна теорема.

Числа Стірлінга другого роду і числа Белла.

Генерування перестановок. Генерування сполук. Генерування розбиттів множин.

Рекурентні рівняння, приклади задач.

Розв'язування лінійних однорідних і неоднорідних рекурентних рівнянь.

Принцип коробок Діріхле. Принцип включення-виключення. Задача про цілочислові розв'язки.

Відношення. Означення відношення із однієї множини в іншу. n -арні відношення. Означення відношення на множині. Бінарні відношення. Властивості відношень. Способи подання бінарних відношень.

Відношення еквівалентності та часткового порядку. Розбиття множини на класи еквівалентності. Операції над відношеннями.

Замикання відношення. Симетричне, транзитивне замикання відношення.

Алгоритм Уоршалла.

Типи графів. Основна термінологія і початкові результати. Поняття підграфа.

Об'єднання простих графів. Деякі спеціальні класи простих графів.

Способи задання графів: матриця інцидентності, матриця суміжності, список пар.

Задання графа як множини (вершин) і многозначного відображення.

Ізоморфізм графів. Зв'язність. Перерахунок шляхів між вершинами.

Оцінки (зверху і знизу) кількості ребер у простому графі.

Ейлерові шляхи і цикли в неорієнтованому графі. Необхідні і достатні умови наявності в графі ейлерового циклу і ейлерового шляху. Алгоритм Фльорі. Алгоритм Флойде.

Гамільтонові шляхи і цикли в неорієнтованому графі. Теорема Дірака.

Задача про найкоротший шлях. Алгоритм Дейкстри.

Планарність. Теорема Ейлера про плоскі графи. Доведення непланарних графів K_5 і $K_{3,3}$

Гомеоморфні графи. Критерій планарності графа: теорема Куратовського.

Фарбування графів. Хроматичне число. Теорема чотирьох кольорів для плоских графів.

Незалежні множини у графі. Кліки у графі.

Каркаси. Задача про мінімальний каркас, алгоритм Краскала.

Означення дерева. Теорема про властивості дерев. Кореневе дерево. Повне p -арне дерево. Теореми.

Рекурсія. Обхід дерев. Польський та зворотний польський записи виразів.

Бінарне дерево пошуку.

Бектрекінг. Побудова гамільтонових циклів, розфарбування графа в n кольорів.

Каркаси. Методи побудови каркасів.

Задача про побудову мінімального каркаса у зваженому графі (алгоритм Краскала).

ДИСКРЕТНІ СТРУКТУРИ II

Відношення. Означення відношення із однієї множини в іншу. n -арні відношення. Означення відношення на множині. Бінарні відношення. Властивості відношень. Способи подання бінарних відношень. Відношення еквівалентності та часткового порядків. Розбиття множини на класи еквівалентності. Операції над відношеннями. Замикання відношень. Алгоритм Уоршалла.

Висловлення. Істиннісні таблиці. Логічні операції. Бітові операції. Пропозиційні формули. Тавтології. Логічні еквівалентності. Виконанні, загальнозначущі та невиконанні формули. Рівносильність (логічна еквівалентність) формул у логіці висловлювань. Закони логіки висловлювань.

Предикат. Квантифікація. Формули логіки першого ступеня. Закони логіки першого ступеня. Логічне виведення в логіці висловлювань. Застосування правил виведення в логіці висловлювань. Метод резолюцій.

Булеві функції. Означення, зображення таблицями й формулами, істотні та неістотні змінні. Диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми. Поліном Жегалкіна. Алгебри булевих функцій. Алгебра Буля. Алгебра Жегалкіна.

Замкнені класи булевих функцій. Класи T_0 та T_1 . Клас S . Лема про несамоодвісту функцію. Клас M . Лема про немонотонну функцію. Клас L . Лема про нелінійну функцію.

Теорема Поста (критерій функціональної повноти системи булевих функцій. Без доведення).

Формулювання задачі мінімізації булевих функцій. Основні теореми.

Методи Куайна, Петріка, Блейка та Нельсона відшукування тупикових ДНФ.

Метод карт Карно для знаходження мінімальних ДНФ.

Формальні мови та подання їх за допомогою породжувальних граматик. Типи граматик за Н. Хомскі. Дерева виведення. Граматичний розбір. Форми Бекуса–Наура.

Формулювання проблеми кодування, її значення в інформатиці. Алфавітне й рівномірне кодування. Достатні умови однозначності декодування. Властивості однозначного алфавітного кодування. Нерівність Мак-Міллана.

Задача оптимального кодування. Метод Фано побудови „економного” коду. Метод Хаффмана побудови оптимального коду. Коди, стійкі до перешкод, коди Хемінга.

Скінченні автомати з виходом та без виходу. Способи подання.

Машини Тьюрінга. Опис і елементарний приклад. Функції, обчислювальні за Тьюрінгом. Основні вимоги до алгоритмів.

Опитування

Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.