

ЗАВДАННЯ
Першого (дистанційного) туру Всеукраїнської олімпіади
Львівського національного університету імені Івана Франка
з математики

(Кожне завдання оцінюється за 10-ти бальною шкалою)

1. Автомобіль прибув з пункту A в пункт B . Першу третину шляху він подолав зі швидкістю 60 км/год., другу третину – зі швидкістю 90 км/год., а решту шляху – знову зі швидкістю 60 км/год. Обчисліть середню швидкість автомобіля у цій мандрівці.
2. Обчисліть значення виразу $\frac{\log_5^2 20 - (\log_5 20)(\log_5 2) - 2\log_5^2 2}{2(\log_5 20 + \log_5 2)}$.
3. Спростіть вираз $(-10,6)\left(\frac{6 \times 138 \times (-5,3) + 9}{18} + \frac{116 \times (-5,3) - 3}{6}\right)^{-1}$, відповідь запишіть у вигляді звичайного нескоротного дробу.
4. При яких значеннях параметра a рівняння $\sqrt{x^2 + x + 2,5} = 17 - a$ має розв'язки?
5. Сума трьох сторін прямокутника дорівнює 50 см. Знайдіть довжини сторін прямокутника, при яких його площа буде найбільшою.
6. Розташуйте в порядку спадання числа $\arcsin(\sin 6)$; $\frac{1}{33}$; $0,33$; $\sin\left(\arcsin\frac{1}{5}\right)$; $\frac{1}{3}$.
7. У трикутній піраміді плоскі кути при вершині дорівнюють α , α та β . Бічне ребро, яке є спільною стороною рівних кутів, перпендикулярне до основи і дорівнює a . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
8. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = 61 \\ xy = 12 \end{cases}$.
9. Побудуйте графік функції $y = |x - 3| + |x + 2|$. Розв'яжіть нерівність $|x - 3| + |x + 2| - 7 \leq 0$.
10. Знайдіть чотири числа, з яких перші три утворюють геометричну прогресію, останні три – арифметичну, причому сума крайніх членів дорівнює 14 , а сума середніх дорівнює 12 .