

Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка

ПРОГРАМА
вступного екзамену до аспірантури за спеціальністю
113 Прикладна математика

Затверджена Вченою радою

(протокол № _____ від «__» _____ 20__ р.)

Львів–2017

1. ФУНКЦІОНАЛЬНІ ПРОСТОРИ І ЛІНІЙНІ НЕПЕРЕРВНІ ОПЕРАТОРИ

Лінійні нормовані, банахові та гільбертові простори, приклади. Неперервні лінійні оператори та обернені до них. Критерій існування обмеженого неперервного оператора.

Ортогональні проєкції, їх властивості. Задача про найкраще наближення.

Спряжені та самоспряжені оператори в гільбертовому просторі. Лінійні неперервні функціонали, спряжений простір, теорема Хана – Банаха. Теорема Рісса про представлення лінійного неперервного функціоналу в гільбертовому просторі.

2. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

Вектори, матриці та операції над ними. Визначники і їх властивості. Система лінійних алгебраїчних рівнянь і їх дослідження. Метод Гауса. Ітераційні методи розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Умови збіжності ітераційних методів.

Лінійні оператори в скінченновимірному просторі та їх матричне представлення. Характеристичний многочлен, власні числа і власні вектори лінійного оператора. Спряжені і самоспряжені оператори. Квадратичні форми, приведення їх до канонічного вигляду.

Методи знаходження максимального за модулем власного числа. Метод степенів, метод скалярних добутків. Методи розв'язування повної проблеми власних значень. Метод Якобі. Метод бісекції для розв'язування Перетворення Хаусхолдера

3. МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Ітераційний процес та його збіжність. Метод січних. Метод поділу відрізка пополам. Метод ітерації для системи рівнянь. Метод Ньютона та його видозміни. Метод спуску.

4. ІНТЕРПОЛЮВАННЯ

Зміст задачі інтерполювання і збіжність інтерполяційного процесу. Скінченні різниці і різницеві співвідношення. Представлення інтерполяційного многочлена у формі Лагранжа, Ньютона і Гауса. Наближення функції сплайном. Інтерполяційний сплайн.

5. ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ

Загальна інтерполяційна квадратура. Квадратурні формули з рівновіддаленими вузлами. Найпростіші квадратурні формули Ньютона – Котеса: Формула трапецій, парабол. Квадратурні формули найвищої алгебраїчної степені точності.

6. КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ ЕЛІПТИЧНИХ РІВНЯНЬ

Рівняння еліптичного типу та крайові задачі для них (електростатика, теплопровідність, кручення стержнів). Крайові умови Діріхле, Неймана та змішана. Коректно поставлена крайова задача. Принцип максимуму.

Різницеві методи розв'язування крайових задач. Апроксимація, стійкість і збіжність.

Варіаційні постановки задач: задача мінімізації, задача для варіаційного рівняння. Існування та єдиність розв'язку, його обмеженість.

Метод Рітца та його збіжність. Властивості апроксимацій Рітца. Метод Гальоркіна. Його збіжність.

Апроксимації методу скінченних елементів, оцінка швидкості їх збіжності.

Ітераційні методи розв'язування сіткових рівнянь.

7. ПОЧАТКОВО-КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ

Рівняння параболічного типу та застосування, що приводять до них. (теплопровідність, дифузія домішок). Постановка крайових та початкових умов. Коректно поставлені задачі. Принцип максимуму.

Різницеві методи розв'язування параболічних задач. Апроксимація, стійкість і збіжність. Явні та неявні схеми. Умовно стійкі та безумовно стійкі схеми.

Варіаційна постановка початково – крайової задачі. Енергетичне рівняння. Єдність розв'язку. Напівдискретизація Гальоркіна. Одно крокові рекурентні схеми розв'язування напівдискретизованих задач, їх стійкість, збіжність.

8. ПОЧАТКОВО-КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ

Рівняння гіперболічного типу та його застосування, що приводять до них (акустика, коливання струни). Різницеві методи для гіперболічних задач. Варіаційна постановка задачі. Енергетичне рівняння. Кінетична, потенціальна енергії та їх дисипація. Єдиність та обмеженість розв'язку. Напівдискретизація Гальоркіна. Методи розв'язування напівдискретизованих задач, їх стійкість та збіжність.

9. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Метод заміни інтеграла квадратурною сумою. Розв'язування інтегральних рівнянь при допомозі заміни ядра на вироджене.

10. МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ

Необхідні та достатні умови екстремума функції. Умовні екстремуми. Методи відшукування безумовного екстремума: градієнтний метод, метод Ньютона, метод спряжених градієнтів. Задача лінійного програмування та симплекс – метод для її розв'язування. Чисельні методи нелінійного програмування: метод штрафних функцій. Методи оптимізації, які ґрунтуються на послідовному аналізі варіантів.

11. ПРИКЛАДНЕ ПРОГРАМУВАННЯ. ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Покоління ЕОМ. Основні класи і структурні особливості сучасних ЕОМ. Поняття алгоритму. Алгоритмічні мови. Поняття про принципи програмування. Структурне і модульне програмування.

Характеристика основних елементів математичного забезпечення ЕОМ. Функції операційної системи і режими роботи.

Етапи проходження задачі та їх контроль. Система програмування і її основні функції: трансляція, діагностика, відладка і редагування.

Прикладне програмне забезпечення. Бази даних і їх класифікація. Пакети прикладних програм. Функціональне і системне наповнення пакета. Способи опису алгоритмічних мов.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 600 с.
2. Бартіш М. Я., Дудзяний І. М. Дослідження операцій. Львів: Видавн. центр ЛНУ імені Івана Франка. Ч. 1-2.
3. Гаврилюк І. П., Макаров В. Л. Методи обчислень. – К.: Вища школа, 1995. Ч. 1, 2.
4. Гончаренко В. И. Основы теории уравнений с частными производными. – К.: Вища школа, 1985. – 311 с.
5. Крылов В. И. и др. Вычислительные методы – М.: Наука, 1976.
6. Ладыженская О. А. Краевые задачи математической физики. – М.: Наука, 1973. – 707 с.
7. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989. – 508 с.
8. Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в проекционно-сеточные методы. – М.: Наука, 1981. – 416 с.
9. Моисеев Н. И., Иванюков Ю. П., Столярова Е. М. Методы оптимизации. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
10. Муха І. С., Дяконюк Л. М. Чисельні методи лінійної алгебри. – Львів: Видавн. центр ЛНУ імені Івана Франка, 119 с.
11. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика. – Л.: Магнолія Плюс, 2005.

12. Остудін Б. А., Шинкаренко Г. А. Методи функціонального аналізу в обчислювальній математиці. – Львів: Світ поліграфії, 1998. – 184 с.
13. Савула Я. Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. – Львів, Вид. Центр ЛНУ ім. Івана Франка. – Львів, 2004.
14. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 439 с.
15. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 592 с.
16. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика. – Київ, 2004. – 448 с.
17. Треногин В. А. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1980. – 496 с.
18. Любимский З. З. и др. Программирование. – М.: Наука, 1980.
19. Черняхівський В. В. Делфі 4. Сучасні технології візуального програмування, 1994.
20. Цегелик Г. Г. Чисельні методи. – Львів: Видавн. центр ЛНУ імені Івана Франка, 408 с.
21. Шахно С. М. Чисельні методи лінійної алгебри. – Львів: Видавн. центр ЛНУ імені Івана Франка, 245 с.