

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**  
**Кафедра обчислювальної математики**

**Затверджено**

на засіданні  
кафедри обчислювальної математики  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 29 серпня 2023 р.)

Завідувач кафедри



Роман ХАПКО

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**«Чисельні методи»,**  
**що викладається в межах ОПІ Прикладна математика**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів**  
**зі спеціальності 113 Прикладна математика**

Львів 2023 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Чисельні методи
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра обчислювальної математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – математика та статистика 113 – прикладна математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Хапко Роман Степанович, завідувач кафедри обчислювальної математики, професор; Ярмола Галина Петрівна, доцент кафедри обчислювальної математики; Стягар Андрій Орестович, доцент кафедри прикладної математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:roman.chapko@lnu.edu.ua">roman.chapko@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/chapko">https://ami.lnu.edu.ua/employee/chapko</a> ; <a href="mailto:halyna.yarmola@lnu.edu.ua">halyna.yarmola@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/yarmola">https://ami.lnu.edu.ua/employee/yarmola</a> ; <a href="mailto:andriy.styagar@lnu.edu.ua">andriy.styagar@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/stiahar-a-o">https://ami.lnu.edu.ua/employee/stiahar-a-o</a> Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 262. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://ami.lnu.edu.ua/course/chyselni-metody-prykladna-matematyka">https://ami.lnu.edu.ua/course/chyselni-metody-prykladna-matematyka</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна «Чисельні методи» є нормативною дисципліною з спеціальності 113 – прикладна математика для освітньої програми Прикладна математика, яка викладається в 5-му семестрі (4 кредити ECTS) і 6-му семестрі (4 кредити ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Чисельні методи є класичним курсом для математичних спеціальностей та спеціальностей пов'язаних з комп'ютерними науками. В ньому вдало поєднуються як глибоко теоретичні результати, так і алгоритмічні аспекти. Курс розроблено таким чином, щоб ознайомити студентів з ідеями побудови методів, принципами обґрунтування їх збіжності та аналізу похибки, нюансами алгоритмів, що реалізують ці методи.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення нормативної дисципліни «Чисельні методи» є освоєння студентами теоретичних і практичних основ побудови і використання чисельних методів та принципів розробки програмного забезпечення для їх реалізації.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<b>Основна література</b> 1. Kress R. Numerical analysis. – New York: Springer, 1998. 2. Quarteroni A., Sacco R., Saleri F. Numerical Mathematics. – New York, Springer-Verlag, 2000. 3. Гаврилюк І.П., Макаров В.Л. Методи обчислень. – К.: Вища школа, 1995. – Ч.1, Ч.2. 4. Цегелик Г.Г. Чисельні методи: Підручник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 408 с. 5. Sauer T. Numerical Analysis. Pearson, 2012. – 622p. 6. Костюшко І.А., Любашенко Н.Д., Третиник В.В. Методи обчислень: підручник. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во

	<p>«Політехніка», 2021. – 243 с.</p> <p><b>Додаткова література</b></p> <p>7. Шахно С.М., Дудикевич А.Т., Левицька С.М. Практикум з чисельних методів. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 434 с.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	<p>Загальний обсяг:</p> <p>5 семестр, 120 годин (аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекцій та 32 години лабораторних робіт; самостійної роботи: 56 год).</p> <p>6 семестр, 120 годин (аудиторних занять: 96 год., з них 48 год. лекцій та 48 години лабораторних робіт; самостійної роботи: 24 год).</p>
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p>Знати основні чисельні методи:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• інтерполяції;</li> <li>• середньо-квадратичного наближення;</li> <li>• диференціювання;</li> <li>• інтегрування;</li> <li>• розв'язування нелінійних рівнянь і систем;</li> <li>• розв'язування задач Коші для ЗДР;</li> <li>• розв'язування крайових задач для ЗДР;</li> <li>• розв'язування еліптичних задач;</li> <li>• розв'язування нестационарних задач.</li> </ul> <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- застосовувати вивчені методи до конкретних прикладних задач;</li> <li>- здійснювати програмну реалізацію вивчених алгоритмів.</li> </ul> <p>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання:</p> <p>Загальні компетентності:</p> <p>ЗК08. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.</p> <p>Фахові компетентності:</p> <p>ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.</p> <p>ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.</p> <p>ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень</p> <p>ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.</p> <p>ФК19. Здатність аналізувати інтегральні рівняння та методи їх розв'язування.</p> <p>Програмні результати навчання:</p> <p>РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.</p> <p>РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.</p> <p>РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний</p>

	<p>метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.</p> <p>PH05. Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.</p> <p>PH06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.</p> <p>PH07. Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач.</p> <p>PH09. Будувати ефективні щодо точності обчислень, стійкості, швидкодії та витрат системних ресурсів алгоритми для чисельного дослідження математичних моделей та розв'язання практичних задач.</p> <p>PH21. Розробляти програмне забезпечення для чисельного розв'язування задач, що описуються за допомогою диференціальних рівнянь.</p> <p>PH22. Аналізувати та чисельно розв'язувати інтегральні рівняння.</p>				
<b>Ключові слова</b>	Інтерполяція, елемент найкращого наближення, квадратурні формули, метод Ньютона, одно- та багатокрокові методи для задач Коші, метод стрільби, різницевий метод, проєкційно-варіаційні методи для ЗДР, метод сіток для еліптичних задач, методи Рунге для нестационарних задач.				
<b>Формат курсу</b>	Очний Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.				
<b>Теми</b>	Подано нижче у таблиці Схема курсу «Чисельні методи»				
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Іспити у кінці кожного семестру				
<b>Пререквізити</b>	<p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Математичного аналізу;</li> <li>- Алгебри;</li> <li>- Диференціальних рівнянь;</li> <li>- Функціонального аналізу</li> <li>- Програмування;</li> </ul>				
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції Лабораторні роботи				
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із програмним забезпеченням GNU Octave, доступ до Internet мережі.				
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.				
	<b>Оцінка за шкалою ECTS</b>		<b>Оцінка в балах</b>	<b>Оцінка за національною шкалою</b>	
				<b>Екзамен, диференційований залік</b>	<b>залік</b>
	A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5
B	Дуже добре	81- 89	Добре	4	

C	Добре	71 -80			зараховано
D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3	
E	Достатньо	51- 60			
FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2	не зараховано

Бали нараховуються за наступним співвідношенням:

- лабораторні роботи: максимальна кількість балів 30 (семестр 5) / 24 (семестр 6)
- контрольна робота: максимальна кількість балів 6 (семестр 6)
- колоквіум: максимальна кількість балів 20
- екзамен: максимальна кількість балів 50

#### Лабораторні роботи.

Кожен студент отримує задачу, для розв'язування якої треба використати один із розглянутих на лекціях чисельних методів. Алгоритм необхідно запрограмувати на мові високого рівня, відлагодити програму і отримати результати тестових прикладів (6 балів).

Критерії оцінювання завдання:

6 балів - студент повністю виконав умови завдання, алгоритм реалізовано правильно, відповідає на всі запитання, пов'язані з тематикою завдання, проводить чіткий аналіз та порівняння отриманих результатів, пропонує інші підходи до вирішення поставленого завдання;

4-5 балів - студент повністю виконав умови завдання, на деякі запитання, алгоритм реалізовано правильно, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з незначними неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з незначними неточностями;

3-4 балів - студент виконав завдання з незначними помилками, але самостійно їх виправляє, якщо на них вкаже викладач, на деякі запитання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з неточностями;

2-3 бали - студент виконав завдання частково, алгоритм реалізовано з помилками, які частково може виправити, якщо на них вкаже викладач, на запитання відповідає з помилками, проводить аналіз отриманих результатів з помилками;

1-2 бали - студент виконав завдання частково, алгоритм реалізовано з помилками, які самостійно не може виправити, переважно не відповідає на запитання;

0 балів - студент не виконав завдання.

**Контрольна робота.** Проводиться в кінці семестру під час лабораторних занять (одне завдання на 6 балів).

**Колоквіум.** Проводиться у письмовій формі у середині семестру (4 завдання по 5 балів кожне).

**Екзамен.** Проводиться у письмовій формі (5 завдань по 10 балів кожне). До здачі допускаються студенти, які отримали більше 10балів за роботу протягом семестру.

**Критерії оцінювання теоретичних/практичних завдань (колоквіум, екзамен):**

Колоквіум	Екзамен	Критерії оцінювання
-----------	---------	---------------------

<b>(Контрольна робота) (6 балів)</b>	<b>(10 балів)</b>	
<b>6 балів</b>	<b>10 балів</b>	студент правильно виконав завдання; вільно володіє навчальним матеріалом, чітко розкриває зміст теоретичних питань;
<b>5-4 бали</b>	<b>7-9 балів</b>	студент виконав завдання з незначними помилками (на кінцевому етапі), але алгоритм розв'язування знає і вміє його застосовувати; добре володіє навчальним матеріалом, розкриває повністю зміст теоретичних питань з незначними неточностями;
<b>3 бали</b>	<b>4-6 балів</b>	студент виконав завдання з помилками, алгоритм виконання, в основному, знає; володіє навчальним матеріалом на достатньому рівні, розкриває зміст теоретичних питань невичерпно та з неточностями, виникають труднощі під час аналізу матеріалу;
<b>1-2 бали</b>	<b>1-3 бали</b>	студент виконав лише частину завдання або повністю, але зі значними помилками; частково знає теоретичний матеріал (основні поняття, твердження, нескладні алгоритми), розкриває зміст питань зі значними помилками;
<b>0 балів</b>		студент не володіє навчальним матеріалом і не виконав завдання.

**Академічна доброчесність:** Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

**Відвідування занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.

**Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

**Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при виконанні

	індивідуальних завдань, контрольної роботи, колоквиуму та бали за екзамен. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторні заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
<b>Питання до екзамену.</b>	Інтерполяційні поліноми Лагранжа і Ньютона. Вигляд залишкового члена. Тригонометричне інтерполювання. Інтерполяція сплайнами. Побудова елемента найкращого наближення у евклідовому просторі. Квадратурні формули Ньютона-Котеса. Квадратури Гаусса. Квадратури Ромберга. Метод Ньютона для нелінійних систем. Методи Ейлера і Хойна для з-чі Коші для ЗДР. Методи Рунге-Кутта для з-чі Коші для ЗДР. Методи Адамса для з-чі Коші для ЗДР. Метод стрільби для крайових задач. Різницеві методи для крайових задач. Проекційно-варіаційні методи. Метод Рітца. Метод сіток для рівняння Пуассона. Метод Гальоркіна для еліптичних задач. Методи Роте для нестационарних задач. Метод сіток для нестационарних задач.
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

### Схема курсу «Чисельні методи»

#### А. 5 семестр

<b>Модуль 1. Наближення функцій</b>				
№	Назви змістових модулів і тем	Кількість годин		
		Лекції (год)	Лаб. (год)	Сам. р-та
1	Предмет чисельних методів. Інтерполяція. Постановка задачі. Існування і єдиність розв'язку. [1,2,3,6].	2	-	4
2	Інтерполяційний поліном у формах Лагранжа і Ньютона. Вигляд залишкового члена. Чебишовські вузли. Інтерполяційний поліном Ерміта [1].	2	4	4
3	Тригонометричні інтерполяційні поліноми. Випадок рівновіддалених вузлів. Дискретне перетворення Фур'є [1,5].	2	4	4
4	Інтерполяція сплайнами. Постановка задачі. Існування і єдиність розв'язку. В-сплайни [1,5].	2	4	4
5	Кусково-поліноміальна інтерполяція у двовимірному випадку.	2	-	4

6	Елемент найкращого наближення. Постановка задачі. Існування і єдиність. Ортогональні	2	2	4
7	Середньо-квадратичне наближення. Неперервний і дискретний випадки. Наближене розв'язування перевизначених систем лінійних рівнянь. Приклади використання ортогональних поліномів	4	2	4
8	Найкраще рівномірне наближення. Чисельне диференціювання [1,5].	2	2	2
9	Колоквіум	-	2	6

<b>Модуль 2. Чисельне інтегрування.</b>				
№	Назви змістових модулів і тем	Кількість годин		
		Лекції (год)	Лаб. (год)	Сам. р-та
1	Квадратурні формули інтерполяційного типу. Алгебраїчна точність квадратур. Квадратури Ньютона-Котеса [1,2,5].	2	2	3
2	Квадратурні формули середніх прямокутників, трапецій і Сімпсона [1,2].	2	2	3
3	Квадратурна формула Гаусса [1,2].	2	4	3
4	Розвинення Ейлера-Маклорена. Квадратурні формули для періодичних функцій [1].	2	2	3
5	Квадратури Ромберга [1,2].	2	-	4
6	Квадратурні формули для інтегралів з особливостями [1].	2	2	2
7	Випадок багатомірних інтегралів. Метод Монте-Карло [2].	2	-	2
<b>Усього:</b>		<b>32 год</b>	<b>32 год</b>	<b>56 год</b>

### Теми лабораторних робіт

#### Лабораторна робота №1. Інтерполяція алгебраїчними поліномами.

- Теоретичні відомості: постановка задачі; вигляд інтерполяційного полінома у формах Лагранжа і Ньютона.
- Алгоритм обчислення поліномів Лагранжа і Ньютона (окремо у вигляді блок-схеми).
- Написати дві процедури для обчислення інтерполяційних поліномів Лагранжа і Ньютона. Розглянути випадки рівновіддалених вузлів та вузлів Чебишева.

#### Лабораторна робота №2. Інтерполяція тригонометричними поліномами.



- Теоретичні відомості: постановка задачі, тригонометричний інтерполяційний поліном у формі Лагранжа; випадок рівновіддалених вузлів.
- Алгоритм обчислення (блок-схема).
- Написати дві процедури для обчислення полінома Лагранжа і для випадку рівновіддалених вузлів.

**Лабораторна робота №3.** Інтерполяція сплайнами.

- Теоретичні відомості: постановка задачі; лінійні і кубічні В-сплайни.
- Алгоритм обчислення (блок-схема).
- Написати дві процедури для побудови лінійних і кубічних інтерполяційних сплайнів.

**Лабораторна робота №4.** Середньо-квадратичне наближення.

- Теоретичні відомості: постановка задачі; дискретне і неперервне середньо-квадратичне наближення; використання ортогональних поліномів.
- Алгоритм обчислення дискретного середньоквадратичного наближення у вигляді полінома заданого степеня (блок-схема).
- Написати процедуру обчислення дискретного середньо-квадратичного наближення у вигляді полінома заданого степеня.

**Лабораторна робота №5.** Квадратури Ньютона-Котеса та Гаусса.

- Теоретичні відомості: ідея побудови; ф-ли середніх прямокутників, трапецій і Сімпсона; складені квадратури; квадратури Гаусса; оцінки похибок.
- Алгоритм обчислення із заданою точністю (блок-схема).
- Написати три процедури для обчислення інтегралів із заданою точністю за формулами середніх прямокутників, трапецій, Сімпсона і Гаусса.

**Б. 6 Семестр**

<b>Модуль 3. Чисельне розв'язування нелінійних рівнянь та систем</b>				
№	Назви змістових модулів і тем	Кількість годин		
		Лекції (год)	Лаб. (год)	Сам. р-та
1	Чисельне розв'язування нелінійних рівнянь. Геометричні міркування. Метод Ньютона [1,2,6]	2	2	-
2	Метод простої ітерації. Збіжність [1,2,5].	2	2	-
3	Чисельне розв'язування систем нелінійних рівнянь. Похідна Фреше. Методи Ньютона і простої ітерації [1,2,5].	2	2	2

<b>Модуль 4. Чисельне розв'язування задачі Коші для ЗДР</b>				
№	Назви змістових модулів і тем	Кількість годин		
		Лекції (год)	Лаб. (год)	Сам. р-та
1	Постановка задачі та її коректність. Методи Пікара і рядів Тейлора [1].	2	2	-
2	Однокрокові методи (м-ди Ейлера і Рунге-Кутта). Апроксимаційність, стійкість і збіжність однокрокових методів. Оцінка похибки [1,2].	6	4	2

3	Багатокрокові методи (м-ди Адамса-Мултона і Адамса-Башфорта). Апроксимаційність, стійкість і збіжність багатокрокових методів. Оцінка похибки [1,2]	4	4	2
4	Чисельне розв'язування жорстких задач. Метод Гіра. Методи предиктор-коректор [2].	2	2	-

#### Модуль 4. Чисельне розв'язування крайових задач для ЗДР

№	Назви змістових модулів і тем	Кількість годин		
		Лекції (год)	Лаб. (год)	Сам. р-та
1	Методи зведення до задач Коші (м-д стрільби) [1,2].	2	2	2
2	Метод скінченних різниць. Апроксимаційність, стійкість і збіжність. Оцінка похибки [2,3].	4	4	2
3	Варіаційні методи. Еквівалентність диференціальної і варіаційної задач. Метод Рітца і його збіжність. Метод найменших квадратів [2,3].	4	4	2
4	Проекційні методи. Методи зважених нев'язок (поточкова колокація, колокація по під-областях, методи Гальоркіна і моментів). М-д скінченних елементів. Аналіз збіжності і похибки [2,3].	4	4	2
5	Колоквіум		2	

#### Модуль 5. Чисельне розв'язування крайових задач для рівнянь у частинних похідних

№	Назви змістових модулів і тем	Кількість годин		
		Лекції (год)	Лаб. (год)	Сам. р-та
1	Крайові задачі для рівняння Лапласа. Метод сіток. Збіжність і оцінка похибки [2,4].	4	4	4
2	Варіаційні та проекційні методи. Метод скінченних елементів [2].	4	4	4
3	Чисельне розв'язування нестационарних задач. Початково-крайові задачі для параболічних і гіперболічних рівнянь. Методи Рунге [2].	4	4	2
4	Явні і неявні схеми методу сіток. Стійкість і збіжність [2,3,4].	2	2	-

<b>Усього:</b>	48 год	48 год	24 год
----------------	--------	--------	--------

## Теми лабораторних робіт

### Лабораторна робота №1. Чисельне розв'язування нелінійних рівнянь та систем:

- відокремлення коренів (аналітичний метод, метод табуляції); методи простих ітерацій, дотичних, хорд, січних.
- метод Ньютона для розв'язування нелінійних систем. Алгоритми програми.
- Програми: методи розв'язування одного нелінійного рівняння; метод Ньютона і січних для розв'язування нелінійних систем з двома рівняннями.

### Лабораторна робота №2. Однокрокові методи розв'язування задачі Коші:

- метод Ейлера, предиктор-коректор (м-д Хойна), Рунге-Кутта для задач Коші для ДР 1-го порядку та задач Коші для систем ДР 1-го порядку; для задач Коші для ДР n-го порядку.
- Алгоритми програм.
- Програми: метод Ейлера або предиктор-коректор (м-д Хойна) для задачі Коші для ДР 1-го порядку та задачі Коші для системи ДР 1-го порядку; методи Рунге-Кутта 2-4 порядку для задачі Коші та системи.

### Лабораторна робота №3. Багатокрокові методи розв'язування задачі Коші:

- Різницеві рівняння.
- Багатокрокові методи, способи задання стартових значень.
- Алгоритм програми.
- Програма: неявний метод 3-го або 4-го порядку (з різними способами задання стартових значень) для задачі Коші.

### Лабораторна робота №4. Чисельне розв'язування крайових задач:

- Методи стрільби, варіації сталих, диференціальної прогонки.
- Метод сіток.
- Алгоритми програм.
- Програма: методи стрільби, варіації сталих або метод сіток.