

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**  
**Кафедра обчислювальної математики**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри обчислювальної математики  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 31.08.2020р.)

Завідувач кафедри Хапко Р.С.



**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Метод граничних елементів”,**  
**що викладається в межах ОПШ третього рівня вищої освіти для**  
**здобувачів зі спеціальності 113 – прикладна математика**

**Львів 2020 р.**

<b>Назва дисципліни</b>	Метод граничних елементів
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра обчислювальної математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – математика та статистика 113 – прикладна математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Музичук Юрій Анатолійович, доцент кафедри обчислювальної математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:Yuriy.Muzychuk@lnu.edu.ua">Yuriy.Muzychuk@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/muzychuk-yuriy">https://ami.lnu.edu.ua/employee/muzychuk-yuriy</a> Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 262. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://ami.lnu.edu.ua/course/metod-hranychnykh-elementiv">https://ami.lnu.edu.ua/course/metod-hranychnykh-elementiv</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Курс «Метод граничних елементів» охоплює такі розділи: крайові задачі для еліптичних диференціальних рівнянь, варіаційні формулювання, фундаментальні розв'язки та граничні інтегральні оператори, граничні інтегральні рівняння та метод граничних елементів. При розгляді цих тем основна увага зосереджується на математичному формулюванні крайових та варіаційних задач, дослідженні відповідних функційних просторів та чисельній дискретизації отриманих граничних інтегральних рівнянь. Викладення матеріалу здійснюється за допомогою сучасних термінів та понять з галузі чисельних методів розв'язування задач матфізики.
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Дисципліна “Метод граничних елементів” є дисципліною на вибір для освітньої програми з підготовки доктора філософії, яка викладається на 2 курсі (4-й семестр) в обсязі 3 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою і завданням навчальної дисципліни “Метод граничних елементів” є формування теоретичних знань і практичних навиків для розв'язування крайових задач для еліптичних диференціальних рівнянь за допомогою методу граничних елементів.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Музичук Ю. Про чисельне розв'язування внутрішніх крайових задач для нескінченних систем еліптичних рівнянь / Ю. Музичук // Вісник ЛНУ. Серія прикл. матем. та інформ. – 2013. – Вип. 20. – С. 49-56.</li> <li>Музичук Ю. Метод граничних інтегральних рівнянь в крайових задачах Робіна, отриманих у результаті перетворення Лагера мішаних задач для еволюційних рівнянь / Ю. Музичук // Вісник Од. нац. ун-ту. Мат. і мех. – 2013. – Т. 18, Вип. 4(20). – С. 38-49.</li> <li>Chapko R. Wave propagation from lateral Cauchy data using a boundary element method / Roman Chapko, Tomas Johansson, Yuriy Muzychuk, Andriy Hlova // Wave Motion. – 2019. – № 91. – P. 1-12.</li> <li>Costabel M. Principles of boundary element methods / M. Costabel // Computer Physics Reports. – 1987. – Vol. 6, no. 1–6. – P. 243–274.</li> </ol>

	<p>5. Hsiao G.C. Boundary element methods: foundation and error analysis / G.C. Hsiao, W.L. Wendland // Encyclopaedia of Computational Mechanics. – Chichester : John Wiley and Sons Publ., 2004. – Vol. 1. – P. 339–373.</p> <p>6. Hsiao G.C. Boundary Integral Equations / G.C. Hsiao, W.L. Wendland. – Berlin : Springer-Verlag, 2008. – 640 p.</p> <p>7. Kress R. Linear Integral Equations / R. Kress. – Heidelberg : Springer, 1999. – 299 p.</p> <p>8. McLean W. Strongly Elliptic Systems and Boundary Integral Equations / W. McLean. – Cambridge University Press, 2000. – 357 p.</p> <p>9. Rjasanow S. The Fast Solution of Boundary Integral Equations / S. Rjasanow, O. Steinbach. – New York : Springer Science+Business Media, LLC, 2007. – 284 p.</p> <p>10. Steinbach O. Numerical Approximation Methods for Elliptic Boundary Value Problems / O. Steinbach. – Springer Science, 2008. – 396 p.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	<p>Загальний обсяг: 90 годин.  48 годин аудиторних занять (лекції – 32 год., практичні – 16 год.)  та 42 годин самостійної роботи.</p>
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>В результаті вивчення даного курсу студент повинен:</p> <p>знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- формулювання найбільш поширених крайових задач для еліптичних рівнянь;</li> <li>- означення основних функційних просторів</li> <li>- фундаментальні розв'язки диференціальних операторів</li> <li>- означення та властивості граничних інтегральних операторів</li> </ul> <p>вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- виводити варіаційні формулювання для крайових задач</li> <li>- отримувати ГІР для відповідних крайових задач за допомогою прямого та непрямого підходів</li> <li>- застосовувати метод Гальоркіна для розв'язування ГІР</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	<p>Крайові задачі, еліптичні диференціальні рівняння, граничні інтегральні рівняння, метод граничних елементів, МГЕ, метод Гальоркіна.</p>
<b>Формат курсу</b>	<p>Очний, дистанційний  Проведення лекцій, практичних робіт і консультацій.</p>

<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Вступ. Основні принципи методу граничних елементів.</li> <li>2. Крайові задачі для еліптичних рівнянь. Рівняння Лапласа та Гельмгольца.</li> <li>3. Функційні простори. Простори Соболева. Властивості.</li> <li>4. Варіаційні формулювання крайових задач.</li> <li>5. Фундаментальні розв'язки диференціальних операторів.</li> <li>6. Граничні інтегральні оператори. Властивості.</li> <li>7. Граничні інтегральні рівняння. Непрямий підхід.</li> <li>8. Граничні інтегральні рівняння. Прямий підхід.</li> <li>9. Апроксимаційні методи. Метод Гальоркіна.</li> <li>10. Скінченні та граничні елементи.</li> <li>11. Алгоритми чисельного інтегрування.</li> <li>12. Метод скінченних елементів.</li> <li>13. Метод граничних елементів.</li> <li>14. Виділення особливостей.</li> <li>15. Швидкий метод граничних елементів.</li> <li>16. Приклади реалізації. Чисельні експерименти.</li> </ol>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Екзамен
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу аспіранти потребують базових знань з дисциплін: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Математичний аналіз</li> <li>- Функціональний аналіз</li> <li>- Рівняння математичної фізики</li> <li>- Чисельні методи</li> <li>- Лінійні інтегральні рівняння</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції Індивідуальні завдання
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із програмним забезпеченням Visual Studio 2017/2019, Visual Studio Code.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: <ul style="list-style-type: none"> <li>• індивідуальні завдання: 35% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 35</li> <li>• реферат: 15% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 15</li> <li>• екзамен: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50</li> </ul> Підсумкова максимальна кількість балів 100. <b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи аспірантів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикавання джерел, списування, втручання в

	<p>роботу інших аспірантів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі аспіранти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Аспіранти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку аспіранти зобов'язані дотримуватися термінів, визначених для виконання індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку аспіранти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Аспіранти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність аспіранта під час практичного заняття. Недопустимість пропусків та запізнь на заняття, користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<b>Питання до екзамену.</b>	Див. теми вище.
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.