

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра теорії оптимальних процесів

Затверджено

На засіданні кафедри теорії оптимальних процесів факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка (протокол № 1 від 30.08.2023р.)

Завідувач кафедри

 Степан ШАХНО

Силабус з навчальної дисципліни
“Методи оптимізації”,
що викладається в межах ОПШ Прикладна математика
першого бакалаврського рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 113 – прикладна математика

Львів 2023

Назва дисципліни	Методи оптимізації
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра теорії оптимальних процесів
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 Математика та статистика 113 Прикладна математика
Викладачі дисципліни	Бартіш Михайло Ярославович, професор, кафедра ТОП, Огородник Наталя Пилипівна, доцент кафедри ТОП Голуб Богдан Михайлович, доцент, кафедра ТОП
Контактна інформація викладачів	Mykhailo.bartish@gmail.com Nataliya.ohorodnyk@lnu.edu.ua Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 269. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://ami.lnu.edu.ua/course/metody-optimizatsii-113-prykladna-matematyka
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Методи оптимізації» є нормативною дисципліною з спеціальності 113 – прикладна математика для освітньої програми Прикладна математика, яка викладається в 7-му семестрі (5 кредитів ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання принципів розв'язування задач мінімізації функцій однієї і багатьох змінних, варіаційного числення та задач теорії оптимального керування, як необхідного інструменту у вигляді програмного забезпечення в інженерному проектуванні, а також у багатьох інших галузях науки та техніки. У курсі представлено застосування методів до розв'язання задач оптимізації у випадку скінчено-вимірного простору, варіаційного числення та задач оптимального керування. Основну частину курсу займає розгляд практичних і теоретичних аспектів методів оптимізації та їх основних програмних реалізацій.
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення нормативної дисципліни “Методи оптимізації” є освоєння студентами теоретичних і практичних основ теорії мінімізації та принципів розробки програмного забезпечення для їх реалізації на робочих станціях і кластерах.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. М.Я.Бартіш. Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. Львів, Вид. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006 -225с. 2. М.Я. Бартіш, І.М. Дудзяний. Дослідження операцій. Частина 1. Лінійні моделі. Львів Вид. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007 -168с. 3. М.Я. Бартіш, І.М. Дудзяний. Дослідження операцій. Частина 4. Нелінійне програмування. Львів, Вид. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2011 -208с.

	<p>4. І.В. Бейко, П.М. Зінько, О.Г. Наконечний. Задачі, методи та алгоритми оптимізації. Київ, ВПЦ “Київський університет” 2012-711с.</p> <p>5. М.П. Моклячук, Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Київ, ВПЦ “Київський університет” 2009-380с</p> <p>6. В.К. Задірака, В.Ю. Семенов. Методи розв’язування систем нелінійних рівнянь та задач мінімізації функцій: Елементи теорії та застосування. Київ. Наукова думка. 2022. 127с</p>
Обсяг курсу	<p>Загальний обсяг: 150 годин (аудиторних занять: 80 год., з них 48 год. лекцій та 32 год. лабораторних занять; самостійної роботи: 70 год).</p>
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Постановку задач мінімізації; - Числові методи мінімізації функцій однієї змінної - Числові методи мінімізації багатоекстремальних функцій однієї змінної - Числові методи мінімізації функцій багатьох змінних - Опуклі множини, опуклі функції, опорні гіперплощини; - Умови оптимальності; - Сідлові точки функції Лагранжа; - Двоїстість у задачах умовної оптимізації; - Числові методи безумовної мінімізації функцій багатьох змінних; - Задачі лінійного програмування. - Симплекс метод розв’язування задачі ЛП; - Знаходження початкового опорного плану задачі ЛП; - Числові методи умовної мінімізації; - Постановка задач варіаційного числення; - Задачі Лагранжа, Больца, Маєра; - Рівняння Ейлера; - Ізопериметричні задачі варіаційного числення; - Задача Лагранжа і основна задача оптимального керуванняж - Принцип максимуму; <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Будувати математичну модель задачі оптимізації, - Вибирати ефективний алгоритм розв’язування конкретної задачі, - Реалізовувати чисельні алгоритми на сучасних комп’ютерах з використанням Інтернет-ресурсу. <p>Завдання. Навчити студентів: використовувати методологію ДО; виконувати всі етапи операційного дослідження; впроваджувати результати операційного дослідження; класифікувати типові задачі ДО; обирати метод розв’язування задачі ДО відповідно до її типу; перевіряти виконання умов збіжності методів; аналізувати отримані результати.</p> <p>В результаті вивчення даного курсу студент повинен знати: типові моделі ДО; типові методи оптимізації, які використовують під час вивчення та аналізу цих моделей; приклади підкласів задач ДО, що мають ефективні розв’язки з апіорно доведеними оцінками якості, вміти: застосовувати вивчені методи до розв’язування конкретних задач ДО.</p> <p>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних</p>

	<p>результатів навчання:</p> <p>Фахові компетентності (ФК):</p> <p>ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.</p> <p>ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.</p> <p>ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.</p> <p>ФК18. Здатність формулювати та розв'язувати задачі оптимізації.</p> <p>Програмні результати навчання (ПРН):</p> <p>РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.</p> <p>РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.</p> <p>РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.</p> <p>РН05. Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.</p> <p>РН08. Поєднувати методи математичного та комп'ютерного моделювання з неформальними процедурами експертного аналізу для пошуку оптимальних рішень.</p> <p>РН10. Володіти методиками вибору раціональних методів та алгоритмів розв'язання математичних задач оптимізації, дослідження операцій, оптимального керування і прийняття рішень, аналізу даних.</p>
Ключові слова	Мінімізація функцій однієї і багатьох змінних. Чисельні методи мінімізації. Задачі умовної і безумовної мінімізації. Варіаційне числення.
Формат курсу	Очний.
Теми	Подано нижче у таблиці Схема курсу «Методи мінімізації»
Підсумковий контроль, форма	Екзамен.
Пререквізити	<p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з</p> <ul style="list-style-type: none"> - Математичного аналізу; - Алгебри; Диференціальних рівнянь - Функціонального аналізу; - Програмування. <p>Чисельні методи.</p>
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися	Презентації, лекції (лекція-розповідь, лекція-бесіда). Індивідуальні завдання.

тися під час викладання курсу						
Необхідне обладнання	Комп'ютер із програмним забезпеченням Visual Studio, доступ до Internet мережі.					
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.					
	Оцінка за шкалою ECTS		Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		
				Екзамен, диференційований залік	Залік	
	A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	зараховано
	B	Дуже добре	81- 89	Добре	4	
	C	Добре	71 -80			
	D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3	
	E	Достатньо	51- 60			
	FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2	не зараховано
	<p>В продовж семестру студент може отримати 100 балів. З них:</p> <ul style="list-style-type: none"> - за виконання індивідуальних завдань: максимальна кількість – 40 балів (4 програми (індивідуальні завдання) по 10 балів); 40% семестрової оцінки - колоквиум: максимальна кількість – 10 балів (5 теоретичних/практичних завдань по 2б); 10% семестрової оцінки. <p>Підсумкове оцінювання проводиться у вигляді письмового екзамену (50 балів: 10 тестових завдань по 1б. та 4 теоретичні/практичні завдання по 10б.); 50% семестрової оцінки.</p> <p>Умови індивідуальних завдань: індивідуального завдання №1 (мінімізація функції однієї змінної): для роботи студент отримує приклад і конкретний метод (методи дихотомії, золотого поділу, Фібоначчі і інші) ; індивідуального завдання №2 (мінімізація функції багатьох змінних): для роботи студент отримує приклад і конкретний метод (методи градієнтний, Ньютона, модифікації методу Ньютона та інші); індивідуального завдання №3 (задачі лінійного програмування): для роботи студент отримує приклад і конкретний варіант симплекс методу; індивідуального завдання №4 (задачі варіаційного числення): для роботи студент отримує приклад (задачі Лагранжа, Больца)</p>					
Критерії оцінювання завдань №1-4:						
№ 1-4 (10 балів)		Критерії оцінювання				
10 балів		студент повністю виконав умови завдання, алгоритм реалізовано правильно, відповідає на всі запитання, пов'язані з тематикою завдання, проводить чіткий аналіз та				

	порівняння отриманих результатів;
7-9 балів	студент повністю виконав умови завдання, алгоритм реалізовано правильно, на деякі запитання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з незначними неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з незначними неточностями;
5-7 балів	студент виконав завдання з незначними помилками, але самостійно їх виправляє, якщо на них вкаже викладач, на деякі запитання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з неточностями;
3-5 балів	студент виконав завдання частково, алгоритм реалізовано з помилками, які частково може виправити, якщо на них вкаже викладач, на запитання відповідає з помилками, проводить аналіз отриманих результатів з помилками;
1-3 бали	студент виконав завдання частково або з грубими помилками, які самостійно не може виправити, переважно не відповідає на запитання;
0 балів	студент не виконав завдання.

Критерії оцінювання тестових завдань:

1 бал: відповідь на завдання правильна;

0 балів: відповідь на завдання неправильна.

Колоквіум (10балів)	Екзамен (10балів)	Критерії оцінювання
10 балів	10 балів	студент правильно виконав практичне завдання; вільно володіє навчальним матеріалом, чітко розкриває зміст теоретичних питань;
7-9 балів	7-9 балів	студент виконав завдання з незначними помилками (на кінцевому етапі), але алгоритм розв'язування знає і вміє його застосовувати; добре володіє навчальним матеріалом, розкриває повністю зміст теоретичних питань з незначними неточностями;
4-6 балів	4-6 балів	студент виконав завдання з помилками, алгоритм виконання, в основному, знає; володіє навчальним матеріалом на достатньому рівні, розкриває зміст теоретичних питань невичерпно та з неточностями, виникають труднощі під час аналізу матеріалу;
2-4 бали	1-3 бали	студент виконав лише частину завдання або повністю, але зі значними помилками; частково знає теоретичний матеріал (основні поняття, твердження, нескладні алгоритми), розкриває зміст питань зі значними помилками;

	<table border="1" data-bbox="416 168 1455 241"> <tr> <td data-bbox="416 168 890 241">0 балів</td> <td data-bbox="890 168 1455 241">студент не володіє навчальним матеріалом і не виконав завдання.</td> </tr> </table> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100. Додаткові бали (5б.) можна отримати за активну роботу на лабораторних заняттях (розв'язування вправ біля дошки).</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані за індивідуальні завдання, колоквиум та бали підсумкового тестування (екзамен). При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. Ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>	0 балів	студент не володіє навчальним матеріалом і не виконав завдання.
0 балів	студент не володіє навчальним матеріалом і не виконав завдання.		
Питання до екзамену.	<p>Числові методи мінімізації функцій однієї змінної Мінімізації функцій багатьох змінних. Опуклі множини, опуклі функції. Умови оптимальності. Сідлові точки функції Лагранжа. Достатні умови оптимальності. Двоїстість. Двоїсті задачі ЛП Числові методи безумовної оптимізації (градієнтний, Ньютона, модифікація, різницева, квазіньютонівські тощо) Симплекс-метод. Знаходження початкового плану задачі ЛП, М-задача ЛП. Метод проєкції градієнта. Метод умовного градієнта. Метод штрафних функцій Задачі варіаційного числення Рівняння Ейлера. Необхідні умови у задачі Больца. Умови трансверсальності. Ізопериметричні задачі і задачі з вищими похідними. Задача Лагранжа і основна задача оптимального керування. Принцип максимуму Понтрягіна.</p>		
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завер-		

	шенню курсу.
--	--------------

Схема курсу «Методи оптимізації»

Тиж-день	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	Вступ у теорію оптимізації. Постановка задачі. Класифікація. Необхідні і достатні умови оптимізації. Класика.	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2 год.)	1 тиждень
	Вступ у теорію оптимізації. Необхідні і достатні умови оптимізації. Класика	Лаб. Заняття (2 год.)	[1, 3 4]	Розв'язування задач (2 год.)	під час заняття
2	Мінімізація функції однієї змінної. Метод поділу відрізка на половину. Метод дихотомії. Алгоритми.	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання матеріалу (2 год.)	1 тиждень
	Метод золотого поділу відрізка. Сійкість. Ефективність.	Лекція (2 год.) Лаб. Заняття (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання матеріалу (2 год.)	1 тиждень
3	Оптимальні методи пошуку екстремуму.	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2 год.)	1 тиждень
	Оптимальні методи пошуку екстремуму.	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання матеріалу (2 год.)	під час заняття
4	Чисельні методи мінімізації багатоекстремальних функцій.	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2 год.)	1 тиждень
	Відшукування початкового локалізованого відрізка	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання матеріалу (2 год.)	1 тиждень
	Чисельні методи мінімізації багатоекстремальних функцій. Відшукування початкового локалізованого відрізка <i>Видача індивідуального завдання №1.</i>	лабораторне заняття (2 год.)			під час заняття
5	Опуклі множини та опуклі функції	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2 год.)	1 тиждень
	<i>Здача індивідуального завдання №1. Реалізація алгоритму одного з методів мінімізації функцій однієї змінної</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3 4]	Розв'язування задач (2 год.)	під час заняття

6	Віддільність множин та опорні гіперплощини.	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного ма (2год.)	1 тиждень
	Умови оптимальності Джона.	Лекція (2год) Лаб. заняття (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання матеріалу (3год.)	1 тиждень
7	Умови оптимальності Куна-Таккера.	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2год.)	1 тиждень
	Умови оптимальності	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання матеріалу (2год.)	під час заняття
8	Сідлові точки.	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2год.)	1 тиждень
	Теорія двоїстості функції Лагранжа. Умови Слейтера.	Лекція(2год) лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання матеріалу (3год.)	1 тиждень
9	Двоїсті задачі ЛП.	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2год.)	1 тиждень
	Двоїсті задачі Колоквіум	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання матеріалу (2год.)	під час заняття
10	Числові методи задач безумовної мінімізації Видача індивідуального завдання №2	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2год.)	1 тиждень
	Числові методи задач безумовної мінімізації градієнтний метод	Лекція(2год) лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання матеріалу (3год.)	1 тиждень
11	Числові методи задач безумовної мінімізації. Метод Ньютона і його модифікації.	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2год.)	1 тиждень
	Метод Ньютона і його модифікації.	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання матеріалу (2год.)	під час заняття
12	Різницеві аналоги методу Ньютона. Квазіньютонівські методи.	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2год.)	1 тиждень
	Задачі лінійного програмування. Симплекс метод.	Лекція (2год)	[1, 2 4]	Опрацювання матеріалу (2год.)	1 тиждень
	Здача індивідуального завд.№2	лабораторне			під час

	Видача індивідуального завдання №3	заняття (2 год.)			занять
13	Знаходження початкового опорного плану задачі ЛП.	Лекція (2 год.)	[1, 2 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2год.)	1 тиждень
	Симплекс метод розв'язування задач ЛП	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 2 4]	Опрацювання матеріалу (2год.)	під час заняття
14	Числові методи умовної мінімізації. Метод проєкції градієнта Метод умовного градієнта	Лекція (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання лекційного матеріалу (2год.)	1 тиждень
	Метод штрафних функцій Задача індивідуального завдання №3	Лекція(2год) лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3 4]	Опрацювання матеріалу (3год.)	1 тиждень
15	Задачі варіаційного числення. Класифікація задач варіаційного числення. Задача Лагранжа. Рівняння Ейлера.	Лекція (2 год.)	[5]	Опрацювання лекційного матеріалу (2год.)	1 тиждень
	Задачі варіаційного числення. Задача Лагранжа. Рівняння Ейлера. Видача індивідуального завдання №4	лабораторне заняття (2 год.)	[5]	Опрацювання матеріалу (3год.)	під час заняття
16	Необхідні умови у задачі Больца. Умови трансверсальності. Задачі з вищими похідними.	Лекція (2 год.)	[5]	Опрацювання лекційного матеріалу (2год.)	1 тиждень
	Задача Лагранжа і основна задача оптимального керування Принцип максимуму Понтрягіна. Задача індивідуального завдання №4	Лекція (2год) лабораторне заняття (2 год.)	[5]	Опрацювання матеріалу (3год.)	під час заняття