Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

МІЖНАРОДНА СТУДЕНТСЬКА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ З ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК

СНКПМКН–2018

Львів ЛНУ 2018

Метою конференції є сприяти співпраці між студентами, що вивчають споріднені області прикладної математики та комп'ютерних наук у різних установах. Головні теми: інформаційні технології та системи, моделювання, інженерія та наукові обрахунки.

Організаційний комітет

Дияк Іван – декан факультету прикладної математики та інформатики

Горлач Віталій – заступник декана факультету прикладної математики та інформатики

Новосад Наталія – голова студентської ради прикладної математики та інформатики

Левкович Роман – студент факультету прикладної математики та інформатики

Тарнавський Петро – студент факультету прикладної математики та інформатики

Сенишин Олена – студентка факультету прикладної метематики та інформатики

Спонсори конференції

Interlogic InterLogic **www.interlogic.com.ua/**

«Моршинська» моршинська **www.morshinska.ua/**

BotsCrew BotsCrew **www.botscrew.com/**

Зміст

Баб'як А.-В. І. - МЕТОД ГАУССА-НЬЮТОНА-ПОТРА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ З НЕГЛАДКИМ ОПЕРАТОРОМ 7

Білик О. З. - РОЗРОБКА МОБІЛЬНОГО ДОДАТОКУ LNU COMPASS ДЛЯ ОС iOS 9

Boretska I. - APPLICATION OF GENERALIZED INVERSE MATRICES FOR INVESTIGATION SINGULAR SYSTEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS 11

Борис Б. А. - ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ ЗЛИВКА, ЩО ТВЕРДНЕ 13

Бурак О. В. - РЕАЛІЗАЦІЯ ПОВНОТЕКСТОВОГО ПОШУКУ ДЕКЛАРАНТІВ ДЛЯ УКРАЇНОМОВНИХ СЛОВНИКІВ 16

Глова А. - ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПОЧАТКОВО-КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ РОБІНА ДЛЯ ОДНОРІДНОГО ХВИЛЬОВОГО РІВНЯННЯ 19

Голуб У. Б. - АЛГОРИТМ З ДИНАМІЧНОЮ ЗМІНОЮ РОЗМІРНОСТІ ПРОСТОРУ ДЛЯ ЗАДАЧ УМОВНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ 21

Гривняк М. Ю. - ДИНАМІЧНІ ДЕРЕВА РІШЕНЬ З ACCORD.NET FRAMEWORK 24

Далівська Х. М. - БЛОЧНІ МЕТОДИ СПУСКУ 26

Демидюк В. - ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ РУХОМ ДВОЛАНКОВОГО МАНІПУЛЯТОРА 28

Demkiv S. T., Fostyak M. R. - INFORMATIONAL SYSTEM FOR THE EDUCATIONAL PROCESS AUDIT (ELECTRONIC DEANERY SYSTEM) 31

Довганик О. А. - ГЕНЕТИЧНИЙ АЛГОРИТМ: МОДИФІКАЦІЇ ТА ЗАСТОСУВАННЯ 34

Zatserkovnyi R. - RECORD MATCHING AND ENTITY RESOLUTION USING MACHINE LEARNING 37

Іллічова Т. А. - КОНСТРУЮВАННЯ ОБОЛОНОК У ВИГЛЯДІ РІЗНИХ ПОВЕРХОНЬ МОНЖА ЗАГАЛЬНОГО ВИДУ 40

Ільків І. В. - ПРО РІЗНИЦЕВИЙ МЕТОД З НАДКВАДРАТИЧНОЮ ЗБІЖНІСТЮ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ПРО НАЙМЕНШІ КВАДРАТИ..... 42

Клименко М. В. - ЗАСТОСУВАННЯ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ ДЛЯ ЛОГІСТИЧНИХ ЗАДАЧ 45

Кобевко А. Т. - СТВОРЕННЯ СПЕЦІАЛЬНОГО ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПІДТРИМКИ ЗАДАЧ ВТОРИННОЇ ОБРОБКИ ТЕЛЕМЕТРИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ КОСМІЧНОГО АПАРАТУ..... 48

Копилець М. М., Молочій М. А. - ЧИСЕЛЬНІ АЛГОРИТМИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ СИНТЕЗУ ВИПРОМІНЮЮЧОЇ СИСТЕМИ ЗА ЕНЕРГЕТИЧНОЮ ДІАГРАМОЮ НАПРАВЛЕНОСТІ 51

Кончаровська О. С. - МЕТОДИ НЕЛІНІЙНОГО АНАЛІЗУ У НАПІВУПОРЯДКОВАНИХ ПРОСТОРАХ У АНАЛІЗІ ОДНІЄЇ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОЇ МІКРОЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ 54

Корнійчук В. І., Любащук Є. А. - РОЗРОБКА ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ СПОВІЩЕНЬ КРИПТОВАЛЮТНИХ СИГНАЛІВ..... 57

Королевич О. В. - АЛГОРИТМ ВІДШУКАННЯ КОРЕНІВ РІВНЯННЯ $f(x) = 0$..... 59

Костельна О., Зубаль Б. - ВІЗУАЛІЗАЦІЯ РОЗВ'ЯЗКІВ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ 62

Кохан О. М., Криськув Д. Е. - ЗАСТОСУВАННЯ МЕТА-МОДЕЛЮВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ ТА РАДІАЛЬНИХ БАЗИСНИХ ФУНКЦІЙ ДО ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ . 65

Крупей Л. О., Добуляк Л. П. - МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ВАЛЮТНИХ КУРСІВ НА ОСНОВІ УНІВЕРСАЛЬНОЇ ПЛАТФОРМИ РОЗРОБКИ ПІД WINDOWS 10 (UWP) 68

Кулик О. М. - МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ МАСО-ПЕРЕНЕСЕННЯ СОЛЬОВИХ РОЗЧИНІВ У ГРУНТІ З УРАХУВАННЯМ ФРАКТАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ СЕРЕДОВИЩА.... 71

Лебеденко Н. В. - МЕТОД ТЕПЛОВИХ ПОТЕНЦІАЛІВ ДЛЯ НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПАРАБОЛІЧНОЇ ЗАДАЧІ КОШІ 74

Леньо С. А. - НЕЙРОМЕРЕЖЕВА СИСТЕМА ВИЯВЛЕННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ПАТОЛОГІЙ СЕРЦЯ 77

Максимишин Р. О. - РЕАЛІЗАЦІЯ ТРИКРОКОВОГО АЛГОРИТМУ НА БАЗІ МЕТОДУ БРОЙДЕНА 80

Малюга О. І. - ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ПАРАЛЕЛЬНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПЛОСКОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ 83

Мандибур А. В. - ПРОЕКТУВАННЯ ТА РЕАЛІЗАЦІЯ МОДЕЛІ СИСТЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПАРКОМІСЦЬ МІСТА 86

Мартиненко М. С. - ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ КІНЦЕВИМ РОЗПОДІЛОМ ТЕМПЕРАТУР У ОДНОРІДНІЙ ПЛАСТИНЦІ..... 88

Мельник Д. Д., Бігун Я. Й., Юрценюк Я. В. - СИСТЕМА АВТОМАТИЗАЦІЇ РОБОТИ МЕДИЧНОГО ЗАКЛАДУ НА ОСНОВІ СТАНДАРТУ FHIR..... 91

Мисько Ю. П. - ДЕЯКІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ ПРО НАЙМЕНШІ КВАДРАТИ 93

Нанинець В. Я. - ТРИКРОКОВИЙ АЛГОРИТМ НА ОСНОВІ МЕТОДУ ДЕВІДОНА-ФЛЕТЧЕРА-ПАУЕЛЛА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ БЕЗУМОВНОЇ МІНІМІЗАЦІЇ 96

Нос Н. В. - ПОЗДОВЖНІЙ ЗСУВ ОРТОТРОПНОГО ТІЛА З ТОНКИМ ПРУЖНИМ ВКЛЮЧЕННЯМ..... 99

Павленко П. В. - РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ВЕЛИКИХ ДАНИХ 102

Падус С. В. - ОБРОБКА ТА АНАЛІЗ ДАНИХ У РЕАЛЬНОМУ ЧАСІ (FAST DATA). ЗБЕРІГАННЯ ВЕЛИКИХ МАСИВІВ ДАНИХ ТА ЇХ ПОДАЛЬШЕ ОПРАЦЮВАННЯ (BIG DATA) 104

Паславський В.-Ю. І., Радиш Р. Д. - КРІПЛЕННЯ ДЛЯ ЧЕРЕВИКІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ УНІКАЛЬНОГО МЕТОДУ ЗМІНИ ПОЛЯРНОСТІ МАГНІТІВ 107

Паславський В.-Ю. І., Радиш Р. Д. - РОЗУМНА РУКАВИЦЯ НА ОСНОВІ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ 109

Петришин С. - АДАПТИВНА СИСТЕМА ВІДТВОРЕННЯ ТЕКСТОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ ДЛЯ ЛЮДЕЙ З ОСОБЛИВИМИ ПОТРЕБАМИ 111

Плахтій І. - МЕТОД НА ОСНОВІ QR-ПОДІБНОГО РОЗКЛАДУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ НА ВЛАСНІ ЗНАЧЕННЯ 115

Подгорний О. В. - ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ТЕЧІЙ МЕТОДОМ r-ФУНКЦІЙ 117

Протасеня А. М. - ВИБІР, МОДЕЛЮВАННЯ І ПРИЙНЯТТЯ СКЛАДНИХ КОМПЛЕКСНИХ РІШЕНЬ В ЕКСТРЕМАЛЬНИХ СИТУАЦІЯХ (НА ПРИКЛАДІ ПОШИРЕННЯ ВОГНЮ В ПРИМІЩЕННІ) 120

Рібун В. В. - МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ КЕРАМЗИТНО-БЛОКОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ З УРАХУВАННЯМ ФРАКТАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ МАТЕРІАЛУ 123

Сальніков О. - РОЗРОБЛЕННЯ КРОС-ПЛАТФОРМНОЇ СИСТЕМИ ПІДБОРУ ТА ВІДОБРАЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ АПРОКСИМАНТ ДЛЯ ТАБЛИЧНО ЗАДАНИХ ДВОВИМІРНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ 126

Сколоздра Ю. С. - ПЛОСКА ЗАДАЧА ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ ТОНКОГО ПРУЖНОГО ВКЛЮЧЕННЯ В ОРТОТРОПНОМУ ПРОСТОРІ 129

Смага М. О. - ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ АСОЦІАТИВНИХМ ПРАВИЛ В АНАЛІЗІ ДАНИХ ДЛЯ СТИМУЛЮВАННЯ ПРОДАЖУ 131

Снятинський Т. М. - МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ КОРИСТУВАЧА ІНТЕРНЕТ-РЕСУРСІВ ЗА УМОВ НЕПОВНОЇ ІНФОРМАЦІЇ 134

Соляр О. - ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ МСЕ ДЛЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ 136

Сомик Г. - АНАЛІЗ ТРАНСПОРТНОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ ДАНИХ ПАСАЖИРОПОТОКУ 138

Спасник Х., Ахмедов А. - ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАТБОТІВ, БУДОВИ ДИЗАЙНУ ТА ВЗАЄМОДІЇ ЧАТБОТІВ З КОРИСТУВАЧАМИ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ РОЗПІЗНАВАННЯ ТА ОБРОБКИ ТЕКСТУ. 141

Сподар І. В., Флис С. Т. - ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ДВОВИМІРНОЇ ГЕТЕРОГЕННОЇ МОДЕЛІ АДВЕКЦІЇ-ДИФУЗІЇ 144

Трицецький В. С. - ПОБУДОВА ДВОХСТОРОННІХ АПРОКСИМАЦІЙ ФУНКЦІЇ СПЛАЙНАМИ ЗАСНОВАНИМИ НА МАТЕМАТИЦІ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ІНТЕРВАЛІВ 147

Троян М. - НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ОРТОТРОПНОГО ПІВПРОСТОРУ З ПРУЖНИМ СТРІЧКОВИМ ВКЛЮЧЕННЯМ ЗА АНТИПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ 150

Фай В. Б. - АДАПТИВНА СХЕМА МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ЕЛІПТИЧНИХ ЗАДАЧ 152

Харченко О. С. - ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА 156

Ходак Х. Б. - ВИКОРИСТАННЯ ТЕКСТОВИХ ТА ГРАФІЧНИХ ФАЙЛІВ У ЗАДАЧАХ СТЕГАНОГРАФІЇ 158

Tsyb V. V. - DIAGNOSTICS BASED ON FUZZY SETS 160

Чипурко А. А. - МОДИФІКАЦІЯ ГРАДІЄНТНОГО МЕТОДУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ БЕЗУМОВНОЇ МІНІМІЗАЦІЇ 162

МЕТОД ГАУССА-НЬЮТОНА-ПОТРА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ З НЕГЛАДКИМ ОПЕРАТОРОМ

Баб'як Андрій-Василь Ігорович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
факультет прикладної математики і інформатики
andyeditorme@gmail.com

Під час математичних досліджень дуже часто доводиться розв'язувати нелінійні задачі про найменші квадрати. Справді, дуже багато реальних процесів моделюються за допомогою даних задач. Нелінійні задачі про найменші квадрати найчастіше виникають під час оцінювання параметрів фізичних процесів за результатами вимірювань, побудови нелінійних регресійних моделей, розв'язування перевизначених систем рівнянь, тощо. Для розв'язування даних задач поширені методи типу Гаусса-Ньютона [1], проте ці методи потребують диференційованості функції відхилу. В результаті для функцій відхилу, які містять негладкі оператори, методи розв'язування вивчені недостатньо. Тому потрібними є дослідження в даній області.

Розглянемо загальну задачу знаходження наближеного розв'язку нелінійної задачі про найменші квадрати :

$$\min_{x\in R^n} \frac{1}{2} F(x)^T F(x),$$

де функція відхилу $F : D \subseteq R^n \to R^m$ $(m \geq n)$– нелінійна по x, F - двічі неперервно диференційована функція і D– відкрита опукла множина R^n. В випадку, коли нелінійна функція складається з диференційованої і негладкої частини, виникає нелінійна задача про найменші квадрати :

$$\min_{x\in R^n} \frac{1}{2} \big(F(x) + G(x)\big)^T \big(F(x) + G(x)\big), \qquad (\mathbf{1})$$

де функція відхилу $F + G : D \subseteq R^n \to R^m (m \geq n)$–нелінійна по x, F-неперервно диференційована функція, G-неперервна функція, диференційовності якої не вимагається, і D– відкрита опукла множина R^n. Хоч можна застосувати для розв'язування задачі ***(1)*** різницеві методи (методи типу хорд, типу Курчатова та інші), проте можна побудувати комбіновані методи, які враховують специфіку наявності

негладкого оператора і є більш ефективними, побудовані комбінацією методу Ньютона для диференційованої частини та різницевих методів тільки для недиференційованої частини. Такий підхід виявився ефективним при розв'язуванні нелінійних рівнянь [3].

Виникає природнє питання вибору тих чи інших методів. На сьогоднішній день не існує ідеального методу, тому і надалі актуальною залишається проблема побудови ефективних методів. Проте, якщо ми пропонуємо новий спосіб для розв'язування задачі найменших квадратів, нам потрібно довести, що цей спосіб є коректний. Дійсно, не можна використовувати чисельний метод, не знаючи, чи відповідна ітераційна формула взагалі є коректною (формулу можна написати будь-яку), і розрахунки за даним методом є близькі до точного розв'язку. Іншими словами, потрібно довести збіжність даного методу. В цій праці запропоновано метод для розв'язування нелінійної задачі про найменші квадрати з негладким оператором ***(1)***, побудований на базі методу Гаусса-Ньютона та методу Потра (Трауба-Потра) [2] :

$$x_{n+1} = x_n - (A_n^T A_n)^{-1} A_n^T \big(F(x_n) + G(x_n)\big), \qquad (\mathbf{2})$$

$A_n = F'(x_n) + G(x_n, x_{n-1}) + G(x_{n-2}, x_n) - G(x_{n-2}, x_{n-1}),\ n = 0,1, \ldots,$ де $F'(x_n)$ – якобіан від $F(x)$; $G(x_n, x_{n-1}), G(x_{n-2}, x_n), G(x_{n-2}, x_{n-1})$ -поділені різниці першого порядку функції $G(x)$ за відповідними точками ; $x_0 x_{-1} x_{-2}$ – задані початкові наближення. Проведено обґрунтування його локальної (в околі розв'язку) збіжності, на тестових прикладах продемонстровано його ефективність у порівнянні з іншими методами для даного роду задач.

1. *Argyros I.K.* Computational theory of iterative methods– Elsevier,2007.-505 p.
2. *Potra F.-A.* On an iterative algorithm of order 1.839… for solving nonlinear operator equations //Numer.Funct.Anal. and Optimiz.-1985.-c.75-106.
3. *Shakhno S.M.* Convergence of the two-step combined method and uniqueness of the solution of nonlinear operator equations// J.Comp.Appl.Math.261-2014.-c.378-386.

РОЗРОБКА МОБІЛЬНОГО ДОДАТОКУ LNU COMPASS ДЛЯ ОС iOS

Білик Олексій Зіновійович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
lesykbilyk@gmail.com

Часом в студентському житті виникають ситуації, коли потрібно швидко знайти певну аудиторію, а ви недобре орієнтуєтесь в будівлі університету. Причини можуть бути різні: ви гість, першокурсник, забули розташування аудиторії або просто нечасто відвідуєте alma mater.

Звідси виникла ідея створення мобільного додатку на платформі iOS, який містив би в собі карти будівель університету та міг будувати маршрути до них.

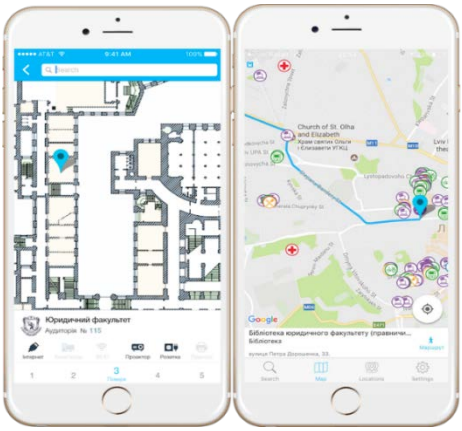


Рис 1. Зображення екрану для навігації між будівлями та екрану карти поверхів.

Для відображення карт Львова в додатку використовується Google Maps з нанесеними на неї маркерами. Ці маркери - це позначення будівель університету або закладів, які надають актуальні сервіси для студентів.

Карти поверхів відображаються у векторному форматі SVG. Даний підхід дозволяє зберегти чіткість зображення карти під час її масштабування.

Для отримання інформації про аудиторію потрібно виділити її на карті поверху. Базовою інформацією є кількість розеток, рівень сигналу WIFI, наявність проектора і т.д. Даний перелік можна розширити. Вся інформація зберігається в базі даних на сервері. Мобільний додаток синхронізує дані з сервером під час кожного нового запуску за допомогою HTTP запитів.

Для написання LNU COMPASS використовувалося середовище XCode. Дані зберігаються в базі даних Realm. Програма написана на мові SWIFT. Для роботи з векторним зображеннями використовується SVGKit. Бібліотека CocoaPods допомагає швидко встановлювати і оновлювати додаткові бібліотеки.

1. Бібліотека SVGKit для відображення зображень формату SVG - *Режим доступу: https://github.com/SVGKit/SVGKit*
2. Операційна система iOS - *Режим доступу: https://developer.apple.com/documentation/*

APPLICATION OF GENERALIZED INVERSE MATRICES FOR INVESTIGATION SINGULAR SYSTEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

Iryna Boretska, Ukraine
Ivan Franko National University of Lviv
Faculty of applied mathematics and informatics
iryna.boretska23@gmail.com

The researches of many processes is based on the analysis of their mathematical models. Let us consider the linear system of ordinary differential equations $\boldsymbol{A}(t)\dot{x}(t) = \boldsymbol{B}(t)x(t) + \boldsymbol{f}(t)$ (1)

There are some systems of this type with singular matrix A. To find the solution of such a problem, a quasi inverse, Moore-Penrose generalized inverse and Drazin inverse matrix are used.

Definition. Quasi inverse matrix $A^{\#}$ of the matrix A is a matrix which satisfies the system of equations:

$$\begin{gathered} A^{\#}AA^{\#} = A^{\#} \\ (AA^{\#})^{*} = AA^{\#} \\ A^{\#}A^{l+1} = A^{l} \\ A^{l}(A^{\#})^{l+1} = AA^{\#} \end{gathered} \tag{2}$$

where l – index of the matrix A - the smallest integer for which $rankA^{l+1} = A^{l}$.

Definition. Moore-Penrose generalized inverse (m x n) matrix A^{+} of the (n x m) matrix A is a matrix which satisfies the system of equations:

$$\begin{gathered} AA^{+}A = A \\ A^{+}AA^{+} = A^{+} \\ (AA^{+})^{*} = AA^{+} \quad (AA^{+})^{2} = AA^{+} \\ (AA^{+})^{*} = AA^{+} \quad (AA^{+})^{2} = AA^{+} \end{gathered} \tag{3}$$

Definition. Drazin inverse matrix A^{D} of matrix A is a matrix which satisfies the system of equations:

$$\begin{gathered} AA^{D} = A^{D}A \\ A^{D}AA^{D} = A^{D} \\ A^{D}A^{k+1} = A^{k} \end{gathered} \tag{4}$$

where k – index of the matrix A - the smallest integer for which $rankA^{k+1} = A^k$.

The influence of the distinct properties of this matrices on the solution of the model is studied on the dynamic model of the multi-sectoral economics with the following main equations

$$\begin{gathered} X(t) = A(X,K,t)X + Y(t) \\ y(t) = I^*(t) + C(t) \\ \frac{dK}{dt} = I(t) - \mu(t)K(t) \\ I^*(t) = s(t)Y(t) \end{gathered} \tag{5}$$

Since there is only one equation with derivatives, we can consider this model and mark the influence of using different matrices on the solution.

1. *Бояринцев Ю.Е.* Методы решения вырожденных систем обыкновенных дифференциальных уравнений – Новосибирск: Наука, 1988.
2. *Іванків К.С.* Математичне моделювання біологічних та еколого-економічних процесів / К.С. Іванків, М.В. Щербатий – Львів : Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – 154 с.
3. *Штыкель Т.Л.* К теории вырожденных систем обыкновенных дифференциальных уравнений / Т.Л. Штыкель // Сибирский математический журнал. - 1995. – Т. 36 № 5.
4. *Хайрер Э. Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи / Пер. с англ. – М.: Мир, 1999.

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ ЗЛИВКА, ЩО ТВЕРДНЕ

Борис Богдана Андріївна., Україна
Дніпровський державній технічний університет,
факультет електроніки та комп'ютерної техніки
dianka1612@gmail.com

В наш час проблема затвердіння металу є актуальною, оскільки її розв'язок надає більш високий рівень ливарному виробництву, підвищує якісні показники продукції металургії та машинобудування, скорочує витрати металів.

Важливе значення для знаходження оптимальних умов формування якісних зливків та відливок має виявлення основних закономірностей формування кристалічної структури, фізичної і хімічної неоднорідностей, які суттєво впливають на механічні і фізичні властивості литого металу [1].

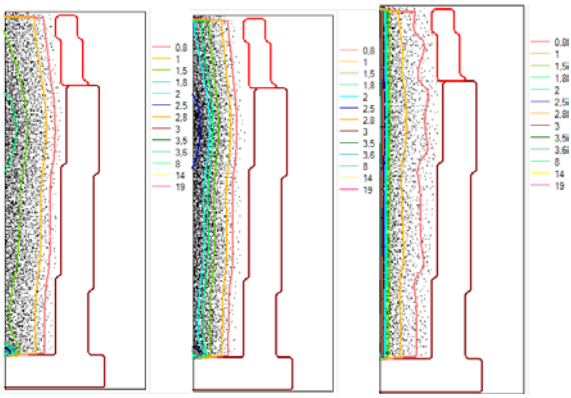
В даній роботі на основі вивчених моделей переносу домішок у дендритному каркасі зливка, що твердне [2], та формування структурних неоднорідностей при його кристалізації [3] розроблено програмний продукт у середовищі Microsoft Visual Studio .Net 2012 на мові C# для чисельного дослідження впливу теплофізичних параметрів на кінцеве формування структури зливка.

На рисунку 1 представлено процес переносу домішок при різних значеннях коефіцієнту тепловіддачі (α).

За математичною моделлю формування структурних неоднорідностей під час кристалізації [4] було побудовано програму та проведено чисельні дослідження для виявлення теплофізичних характеристик, які суттєво впливають на формування конусу осадження дрібнодисперсних кристалів та глибину та форму усадкової раковини.

На рисунку 2 представлено процес формування структурних неоднорідностей в різні моменти часу.

За розробленими програмами було проведено чисельне дослідження. З аналізу отриманих результатів зроблено висновок про суттєвий вплив теплофізичних параметрів, таких як: коефіцієнт тепловіддачі, теплопровідність прибуткової надставки та температура навколишнього середовища, на кінцевий розподіл хімічних та структурних неоднорідностей під час кристалізації сталевого зливку.



а *б* *в*

Рис. 1 — Кінцевий розподіл домішок при кристалізації сталевого зливка для різних значень коефіцієнту тепловіддачі α: *а* — α =0.05, *б* — α = 0.1, *в* — α=1.

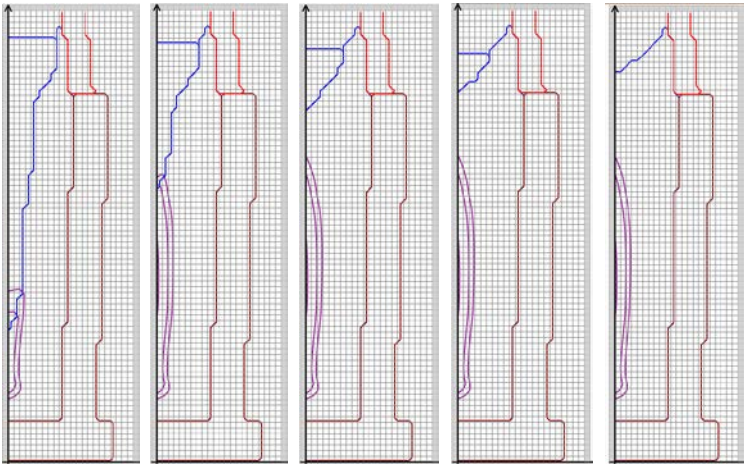


Рис. 2 — Динаміка формування структурних неоднорідностей при кристалізації сталевого зливку

1. *Самойлович Ю.А.* и др. Стальной слиток, Т.2, Управление кристаллической структурой / Под общ. ред. *В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича.* Мн: Беларуская навука, 2000, 583 с.
2. Самохвалов С.Є. Теплофізичні процеси в багатофазних середовищах: теоретичні основи комп’ютерного моделювання. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 1994.–172 с.

3. *Самохвалов С.Є., Надригайло Т.Ж.* Комп'ютерне моделювання багатофазних середовищ у зливку. – Дніпродзержинськ, ДДТУ, 2009, 144 с.
4. *Надригайло Т.Ж., Борис Б.А.* Математичне моделювання структури сталевого зливка, що твердне. // Сучасні проблеми металургії. Наукові вісті. — Дніпро, 2017, — №20 — 61-67 с.

РЕАЛІЗАЦІЯ ПОВНОТЕКСТОВОГО ПОШУКУ ДЕКЛАРАНТІВ ДЛЯ УКРАЇНОМОВНИХ СЛОВНИКІВ

Бурак Ольга Василівна, Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
olyaburak.vas@gmail.com

Перші версії програм повнотекстового пошуку передбачали сканування всього вмісту всіх документів у пошуках заданого слова або фрази. При використанні таких технологій пошук займав дуже багато часу (залежно від розміру бази документів), а в інтернеті був би неможливим. Сучасні алгоритми завчасно формують для пошуку так званий повнотекстовий індекс - словник, в якому перераховані всі слова, і вказано, в яких місцях вони зустрічаються. При наявності такого індексу достатньо здійснити пошук необхідних слів в ньому, і тоді одразу ж буде отримано список документів, в яких вони зустрічаються.

Документ - це одиниця обробки в системі повнотекстового пошуку; наприклад, журнальна стаття або поштове повідомлення. Система пошук тексту повинна вміти розбирати документи і зберігати зв'язок лексем (ключових сліва) з документом, що їх містять. Згодом ці зв'язки можуть використовуватися для пошуку документів з заданими ключовими словами.

Метою цієї роботи була реалізація повнотекстового пошуку по базі декларантів для україномовних словників за допомогою різних інструментів та проведення їх порівняльного аналізу. Такими інструментами було вибрано засоби повнотекстового пошуку СКБД PostgreSQL та бібліотека Elasticsearch на основі протоколу REST API. Elasticsearch - це пошуковий сервер з HTTP веб-інтерфейсом, який виконує розподілений повнотекстовий пошук.

У контексті пошуку в PostgreSQL документ - це зазвичай вміст текстового поля таблиці або, можливо, об'єднання таких полів, які можуть зберігатися в різних таблицях або формуватися динамічно. Іншими словами, документ для індексації може створюватися з декількох частин і не зберігатися як єдине ціле.

Повнотекстове індексування в СКБД PosgreSQL дозволяє попередньо обробляти документи та зберігати індекс для подальшого швидкого пошуку. Переробна робота включає в себе:

- Розбір документів у токени.
- Перетворення токенів у лексики.
- Зберігання попередньо оброблених документів, оптимізованих для пошуку.

Тип tsvector використовується в Postgres для повнотекстового пошуку

Тип tsvector відрізняється від типу text у наступних аспектах:

- Усунення відмінностей. Верхній / нижній регістр ідентичні.
- Видаляє стоп-слова (і, або, ні, вона, він, і сотні інших), оскільки ці слова не є релевантними для текстового пошуку.
- Замінює синоніми і приймає словосполучення (elephant -> eleph). У повному текстовому каталозі він не має слова elephant, але має слово eleph.
- Можна (і слід) індексувати GIST і GIN
- Використовує користувацький рейтинг з вагами & ts_rank

Обробка документів в Elasticsearch відбувається складніше, ніж в традиційній SQL базі даних. За лаштунками Elasticsearch відбувається початковий аналіз документів чи фраз, які надходять, застосування змін, індексування, розбиття слів на частини і згодом видача готового результату.

Всі дані в Elasticsearch зберігаються в Apache Lucene як інвертований індекс. Apache Lucence - це безкоштовна бібліотека з відкритим кодом для повнотекстового пошуку, яка реалізована на Java та підтримується Apache Software Foundation

Незважаючи на те що дані зберігає за фактом в Apache Lucene, Elasticsearch надає зручний API для роботи з цими даними.

При розробці високонавантажених сайтів або корпоративних систем часто виникає проблема з розробкою швидкої та зручної пошукової системи. Нижче перераховані найважливіші, на мій погляд, вимоги до такого системи:

- Швидкість
- Простота установки і налаштування
- Ціна (бажано безкоштовно і з відкритим кодом)

- Обмін інформацією в форматі JSON (по HTTP)
- Маштабованість (можливість розподілу на кілька серверів)
- Індексування в режимі реального часу
- Багаторазове використання (гнучкість в настройках під індивідуального користувача)

Саме Elasticsearch відповідає всім цим вимогам. В Elasticsearch всі дані, завантажені в індекс, спочатку проходять обробку аналізатором – виконується лематизація. Індекс складається тільки з фрагментів вихідних даних, що містять максимум сенсу при мінімумі знакового обсягу. Вже за цими самими фрагментами потім проводиться пошук. При використанні нечіткого пошуку може давати досить курйозні результати.

Звідси ми бачимо, що Fulltext search PostreSQL і Elasticsearch побудовані на одних самих базових технологіях побудови інвертованих індексів, тому, час виконання запитів є приблизно однаковим.

В результаті роботи наповнено базу декларантів та здійснено повнотекстовий пошук за базою декларантів використовуючи україномовний словник. За допомогою використання двох даних інструментів можна здійснювати складний пошук тексту по базі, всі слова при цьому проходять попередню обробку з відкиданням закінчень, приведенням до нормальної форми. У кінці запиту всі результати виводяться відсортовані за релевантністю, тобто спочатку ті, які відповідають запиту за найбільшою кількістю співпадінь.

1. *Сегаран. Т.* Программируем коллективный разум. – Пер. с англ. – СПб: Символ-Плюс, 2008. – 368 с.
2. Pro Full-Text Search in SQL Server 2008
3. https://www.postgresql.org/docs/9.4/static/textsearch.html
4. https://www.elastic.co/products/elasticsearch

ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПОЧАТКОВО-КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ РОБІНА ДЛЯ ОДНОРІДНОГО ХВИЛЬОВОГО РІВНЯННЯ

Глова Андрій
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
a.hlova@gmail.com

Нехай Ω^- - обмежена область із кусково-гладкою поверхнею Γ і $\Omega := \mathbb{R}^3 \backslash \overline{\Omega^-}$. Застосуємо перетворення Лагера зі змінною по часу $t \in \mathbb{R}_+ := (0, \infty)$ в поєднанні з методом граничних елементів для розв'язування початково-крайової задачі та системи еліптичних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.. Основні частини цього підходу і особливості його застосування до початково-крайової задачі Неймана для хвильового рівняння описано в [1]. Розглянемо перетворення Лагера для початково-крайової задачі з крайовою умовою Робіна:

$$\gamma_1 u - b\gamma_0(\partial_t u) = g \quad \text{на } \Sigma := \Gamma \times \mathbb{R}_+, \tag{1}$$

де u є невідомою функцією, а g – заданою, γ_0 і γ_1 є операторами сліду і нормальної похідної, b - імпедансний параметр, $b \geq 0$.

Якщо розглянути початково-крайову задачу у відповідних зважених просторах Соболєва з вагою $\rho_\sigma(t) := e^{-\sigma t}$, $t \in \mathbb{R}_+ := (0, \infty)$ і $\sigma > 0$, то, використовуючи перетворення Лагера, можна звести початково-крайову задачу до нескінченної трикутної системи еліптичних в Ω рівнянь для $u_k := (\mathcal{L}u)_k := \sigma \int_{\mathbb{R}_+} u(t)\, L_k(\sigma t)\; e^{-\sigma t} dt$ [1] з крайовими умовами:

$$\gamma_1 u_k - b\sigma \sum_{l=0}^{k} \gamma_0 u_l = g_k := (\mathcal{L}g)_k \quad \text{на } \Gamma, \quad k \in \mathbb{N}_0. \tag{2}$$

Тут $\{L_k(\sigma\, \cdot)\}_{k \in \mathbb{N}_0}$ є множиною поліномів Лагера і $\mathbb{N}_0$ – множина невід'ємних цілих чисел. Тоді формулу Кірхгофа для розв'язку u з невідомими $\lambda := \gamma_0 u$ та $\mu := \gamma_1 u$ можна подати у вигляді розвинення:

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(-S \underset{H^1(\Omega)}{\circ} \boldsymbol{\mu} + D \underset{H^1(\Omega)}{\circ} \boldsymbol{\lambda}\right)_k (x)\, L_k(\sigma t), \quad (x,t) \in Q, \tag{3}$$

де символ $\circ$ позначає q –згортку [1] послідовності операторів $S := \mathcal{L}\mathcal{S}$ and $D := \mathcal{L}\mathcal{D}$ і послідовностей функцій $\boldsymbol{\mu} := \mathcal{L}\mu$ і $\boldsymbol{\lambda} := \mathcal{L}\lambda$,

відповідно. Тут $\mathcal{S}$ і $\mathcal{D}$ є потенціалами простого і подвійного шару для хвильового рівняння. Використовуючи (3), (2) і стрибки для послідовностей операторів S і D [2], отримаємо послідовність граничних інтегральних рівнянь:

$$A_0\phi_k = \tilde{g}_k - \sum_{i=0}^{k-1} A_{k-i}\phi_i \quad \text{в } \mathcal{H} := H^{-\frac{1}{2}}(\Gamma) \times H^{\frac{1}{2}}(\Gamma), k \in \mathbb{N}_0, \quad (4)$$

де $\phi_k := (\mu_k, \lambda_k)^T$ і A_k, $k \in \mathbb{N}_0$, є операторами, що складаються з відповідних до S і D граничних операторів. Так як A_0 є $\mathcal{H}-$ еліпчтиним оператором [2], кожне рівняння з послідовності (4) має єдиний розв'язок [3]. Для розв'язування системи граничних інтегральних рівнянь (4), використовуємо метод граничних елементів, далі застосовує метод Гальоркіна і отримуємо систему лінійних алгебричних рівнянь, яку можна розв'язати відомими способами. Якщо для деякого N послідовності $\boldsymbol{\mu}^N := (\mu_0, \mu_1, \ldots, \mu_N)^T$ і $\boldsymbol{\lambda}^N := (\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_N)^T$ отримано з (4), тоді апроксимований розв'язок $u^N(x,t)$ початково-крайової задачі можна знайти як часткову суму ряду (3).

1. *Litynskyy S., Muzychuk Yu., Muzychuk A.* On the numerical solution of the initial boundary value problem with Neumann condition for the wave equation by the use of the Laguerre transform and boundary elements method // Acta Mechanica et Automatica, The J. of Bialystok Techn. Univ. — Vol. 10. — N 4. — 2016. — P. 285–290.
2. *Muzychuk Yu.* On the boundary integral equations method for Robin boundary value problems received as a result of the Laguerre transform of mixed problems for evolution equations /Yu.Muzychuk // Odesa National University Herald. Math. and Mech. – 2013. – T. 18, Vyp. 4(20). – C. 38-49. (in Ukrainian)
3. *Hsiao G. C., Wendland W. L.* Boundary Integral Equations. // Applied Mathematical Sciences. - Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.

АЛГОРИТМ З ДИНАМІЧНОЮ ЗМІНОЮ РОЗМІРНОСТІ ПРОСТОРУ ДЛЯ ЗАДАЧ УМОВНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Голуб Уляна Богданівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
ulyanaholub@gmail.com

Розглянемо задачу мінімізації неперервно диференційованої функції $f(x)$ на простій множині типу паралелепіпеда:

$$\min\{f(x): x \in X\}, \tag{1}$$

$$X = \{x \in R^n: a^i \le x^i \le b^i, \qquad i \in I = \{1, \dots, n\}\} \tag{2}$$

де $-\infty \le a^i < b^i \le \infty,\ i \in I$. Індексами зверху позначено компоненти векторів.

Для розв'язування задачі (1)-(2) існує велика кількість методів [1]. Однак в основному вони вимагають зведення цієї задачі до задачі математичного програмування, де прості обмеження на аргументи x розглядаються як загальні функції-обмеження. Такий підхід до розв'язування задачі (1)-(2) має недоліки: необхідність використання методів умовної оптимізації та відсутність гарантії належності множині X послідовності точок наближення розв'язку.

Загальна схема ітераційних методів мінімізації має вигляд:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k\,, \qquad k = 0,1, \dots\,, \tag{3}$$

де p_k – вектор напрямку руху, а α_k – скалярний кроковий множник.

Нехай X_*- множина тих точок із X, для яких виконуються необхідні умови мінімуму задачі (1)-(2):

$$f_i'(x) \begin{cases} \ge 0, \text{якщо } x^i = a^i \\ = 0, \text{якщо } a^i < x^i < b^i \\ \le 0, \text{якщо } x^i = b^i \end{cases} \tag{4}$$

де $f_i'(x) = \partial f(x)/\partial x^i$.

Означимо множини

$$I_a(x) = \{i \in I \backslash I_s(x): x^i \le a^i + r\},$$
$$I_b(x) = \{i \in I \backslash I_s(x): x^i \ge b^i - r\},$$
$$I(x) = I_a(x) \cup I_b(x) \cup \{i \in I:\ a^i + r < x^i < b^i + r\},$$

де $0 < r < \min\{1, \min_i (b^i - a^i)/2\}$, $I_s(x)$ – множина індексів з I, яка будується у процесі роботи алгоритму.

Нехай вибрано число $\varepsilon > 0$ – точність розв'язування задачі. Опишемо загальний крок алгоритму. Нехай точка x_k вже побудована.

1. Побудувати множину
$$I_s(x_k) = \{i \in I:\ f_i'(x_k) > 0,\ x_k^i = a^i, f_i'(x_k) < 0,\ x_k^i = b^i\}.$$
2. На множині індексів $I(x_k)$ обчислити вибраним методом оптимізації вектор p_k, доповнений значенням 0 по індексах з $I_s(x_k)$.
3. Якщо $\|p_k\| < \varepsilon$, тоді перейти до кроку 6.
4. Обчислити найбільше число β, яке задовольняє умовам
$$\beta \le 1,\ a^i \le x_k^i + \beta p_k^i \le b^i, \qquad i \in I$$
5. Обчислити $\alpha_k \le \beta$, для якого виконуватиметься нерівність
$$f(x_k + \alpha_k p_k) \le f(x_k) - \alpha_k \varepsilon \|p_k\|^2.$$
Прийняти $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$ та перейти на крок 1.
6. Якщо в точці x_k виконані умови (4) із заданою точністю ε, тоді закінчити роботу алгоритму. Інакше прийняти
$$x_{k+1} = x_k,\ I_s(x_k) = \emptyset$$
та перейти на крок 2.

Методи обчислення напрямку руху p_k та крокового множнику α_k не конкретизуються і можуть бути довільними [1].

Наведена схема модифікації алгоритмів безумовної оптимізації для розв'язування задачі пошуку мінімуму функції при наявності простих обмежень на змінні має такі переваги:

- послідовність $\{x_k\}$ точок наближення не виходить за межі допустимої множини X;
- у процесі пошуку розмірність задачі може понижуватися, наслідком чого є зменшення кількості обчислень;
- немає необхідності у використанні методів умовної оптимізації.

1. *Бартіш М.Я.* Методи оптимізації. Теорія і алгоритми: Навчальний посібник. – Львів: Видавн. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006. – 223с.

ДИНАМІЧНІ ДЕРЕВА РІШЕНЬ З ACCORD.NET FRAMEWORK

Гривняк Марта Юріївна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
martahryvniak@gmail.com

Прогрес у методах збору, зберігання і обробки даних дозволив багатьом організаціям збирати величезні масиви даних, які необхідно аналізувати. Через великий обсяг даних такий аналіз може бути виконаний лише машиною, що і породжує зростаючий попит на методи автоматичного дослідження даних і машинне навчання зокрема. Дерева рішень є простими прогностичними моделями, які з допомогою умовних правил пов'язують вхідні дані та цільову змінну. Мною були розглянуті алгоритми побудови дерев рішень для вирішення задач опису даних та класифікації.

Accord.NET Framework – це фреймворк, цілком написаний мовою C#, у якому реалізовано алгоритми машинного навчання разом із алгоритмами аудіо- та відео-обробки. Коли заходить мова про машинне навчання мало хто всерйоз розглядає .NET платформу, так як ООП парадигма загалом є недостатньо гнучкою для такого роду задач. Попри це Accord.NET Framework є повноцінним продуктом придатним для використання навіть у комерційній розробці.

Роботу алгоритмів машинного навчання Accord.NET демонструє web-додаток, побудований мною з використанням Web API. В реалізації користувацького інтерфейсу був використаний стандартний набір з CSS, HTML та JavaScript (JQuery). А для зберігання даних застосовано MS SQL Server з огляду на його ефективну інтеграцію з .NET.

Завдяки зберіганню інформації про кількість даних, що взяли участь в утворенні того чи іншого вузла дерева, розроблена програма забезпечує вирішення задачі опису даних. З такого дерева, якщо воно не піддавалося обтинанню (pruning), можна доволі точно відновити початковий набір даних в оперативній пам'яті. З використанням даної властивості стало можливим динамічно доповнювати початкову модель новими даними і перебудовувати її в розробленому web-додатку.

Коли дані надходять не всі одразу, а порціями, можлива поява нових тенденцій з проходженням часу. Аби не випустити ці зміни з поля

зору, необхідно зберігати інформацію про вузли породжені навіть відносно малою кількістю даних. Саме тому так важливо не застосовувати обтинання, допоки не досягнуто статистично значущої величини набору даних.

Додаток було протестовано з використанням наборів даних для машинного навчання, які у відкритому доступі розміщені на сайті Каліфорнійського університету в Ірвайні. Зокрема, “Wine Quality Data Set” (ID 625513) та “Heart Disease” (ID 630984).

Отже, використовуючи алгоритми Accord.NET Framework та організувавши розумне збереження даних, вдалося створити web-додаток, який дозволяє будувати дерева рішень та доповнювати їх динамічно. Був розроблений інтерфейс для візуалізації дерева та перегляду попередньо збудованих дерев.

1. *Нікольський Ю.В.* Дискретна математика : підруч. / Ю.В. Нікольський, Ю.М. Щербина, В.В. Пасічник. – Львів : Магнолія-2006, 2009. – 432 с.
2. Mathias Brandewinder. Machine Learning Projects for .NET Developers – New York: Apress, 2015 – 390 c.
3. Офіційний веб-сайт Accord.NET Framework – Режим доступу: http://accord-framework.net

БЛОЧНІ МЕТОДИ СПУСКУ

Далівська Х.М., Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка
факультет прикладної математики та інформатики
dalivskakhrystyna@gmail.com

Математичне моделювання реальних процесів часто потребує розв'язування задач оптимізації. Сьогодні досліджено багато методів для розв'язування таких задач, проте універсального методу не знайдено, тому актуальною є проблема побудови ефективних методів розв'язування задач на екстремум.

Під час побудови таких методів беруть до уваги критерій точності результату, швидкість збіжності ітераційного процесу. Також важливим є те, завдяки чому досягають високої швидкості збіжності. В практичних задачах обчислення других, а іноді й перших похідних зумовлює значні труднощі, тому часто використовують методи, які є менш трудомісткими.

Розглянемо метод безумовної мінімізації, із запропонованою модифікацією вибору напряму спадання досліджуваної функції, а саме із використанням часткових похідних по блоках у координатах вектора спуску.

Розглянемо задачу безумовної мінімізації функції багатьох змінних $f(x) \to min,\ x \in \mathbb{R}^n$.

Відомим методом розв'язування цієї задачі є градієнтний метод, досить простий у реалізації, працює з довільного початкового наближення, проте потребує обчислення антиградієнта на кожному кроці.

Розглянемо наступний метод:

$$x_k^{i+1} = x_k^i - \alpha_k^i h_i(x_k^i), \mathrm{i} = 0,1, \dots, p-1.$$

$$x_{k+1} = x_{k+1}^0 = x_k^{p+1}, k = 0,1, \dots$$

$$h_i(x_k) = \begin{pmatrix} h_i^1 \\ h_i^2 \\ \vdots \\ h_i^n \end{pmatrix}, i \in I_i, UI_i = \{1, \dots, n\}$$

$$h_i^j = \begin{cases} 0, j \notin I_i \\ \frac{\partial f}{\partial x_j}, j \in I_i \end{cases}.$$

$h_i(x)$ утворюють гострий кут із $f'(x)$, оскільки

$$\left(h_i(x), f'(x)\right) = \sum_{j \in I_i} \frac{\partial f^2}{\partial x^j} > 0.$$

У запропонованому методі, замість вектора спуску вибрано кілька часткових похідних функції, яку мінімізуємо. Швидкість збіжності є лінійною.

В результаті проведених обчислень та аналізі отриманих результатів було з'ясовано, що даний метод переважає базовий градієнтний метод у сенсі кількості обчислень. Зі збільшенням розмірності досліджуваних функцій, ефективність методів блочного спуску зростає.

1. *Бартіш М.Я.* Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. – Львів. Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2006.
2. *Бейко І.В.* Задачі, методи та алгоритми оптимізації / *І. В. Бейко, П. М. Зінько, О.Г. Наконечний.* – К.: ВПЦ Київський університет. – 2012. – 800с.
3. *Дэннис Дж. мл., Шнабель Р.* Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М.; 1988.

ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ РУХОМ ДВОЛАНКОВОГО МАНІПУЛЯТОРА

Віталій Демидюк,
Львівський національний університет ім. Івана Франка, факультет прикладної математики та інформатики
albinux0@gmail.com

Досліджуваний маніпулятор складається із двох ланок OA, AB, з'єднаних між собою шарніром A. Ланка OA за допомогою циліндричного шарніра O зв'язана з нерухомою основою, на кінці другої ланки розташовано захоплювач з вантажем (див. рис. 1).

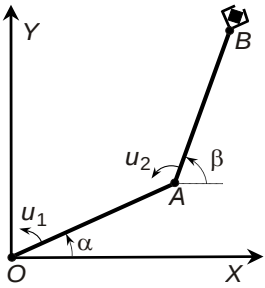


Рис. 1

Рівняння руху досліджуваного маніпулятора представимо у вигляді такої системи двох нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку:

$$K_a\ddot{\alpha} + K[\ddot{\beta}\cos(\alpha-\beta) + \dot{\beta}^2\sin(\alpha-\beta)] = u_1 - u_2\,,$$
$$K_b\ddot{\beta} + K[\ddot{\alpha}\cos(\alpha-\beta) - \dot{\alpha}^2\sin(\alpha-\beta)] = u_2\,,$$

де $\alpha(t)$, $\beta(t)$ – кути повороту ланок OA, AB відносно осі OX; $u_1(t)$, $u_2(t)$ – моменти сил (керування); K_a, K_b, K – конструкційні параметри маніпулятора.

Досліджуємо задачу оптимального керування дволанковим маніпулятором, який виконує транспортну операцію у горизонтальній площині: за заданий час T переносить вантаж із заданого початкового положення

$$x(0) = x_0\,,\ \ y(0) = y_0\,,\ \ \dot{x}(0) = \dot{y}(0) = 0$$

у задане кінцеве

$$x(T) = x_T\,,\ \ y(T) = y_T\,,\ \ \dot{x}(T) = \dot{y}(T) = 0\,,$$

де x, y – координати точки B в інерційній системі відліку OXY

.

Задача. Знайти такі керування $u_1(t),\ \ u_2(t),\ \ t \in [0, T]$, які забезпечать виконання маніпулятором транспортної операції з мінімальним значенням функціонала

$$E = \int_0^T [u_1^2(t) + u_2^2(t)]dt$$

.

Розв'язок сформульованої задачі побудовано двома способами: а) за допомогою процедури принципу максимуму Понтрягіна [3]; б) методом параметричної оптимізації [1, 2].

У першому випадку для розв'язання відповідної краєвої задачі використовуємо методику пристрілки в поєднанні з числовими методами Рунге-Кутта та нелінійного математичного програмування.

У другому випадку розв'язок задачі оптимального керування ґрунтується на параметризації кутових координат маніпулятора $\alpha(t)$, $\beta(t)$ сумою кубічного полінома та скінченного тригонометричного ряду:

$$f = \sum_{i=0}^{3} c_i^f t^i + G_n^f(t)\,, G_n^f = \sum_{i=1}^{n} [a_i^f \cos i\frac{2\pi}{T}t + b_i^f \sin i\frac{2\pi}{T}t]\ ,\ \ f \in \{\alpha, \beta\}\,,$$

де $\{a_i^f, b_i^f\}_{i=1}^n$ – коефіцієнти параметризації, які знаходимо в результаті розв'язання відповідної задачі нелінійного програмування; $\{c_i^f\}_{i=0}^3$ – коефіцієнти полінома, за допомогою яких забезпечуємо виконання граничних умов.

Аналіз результатів свідчить про повну ідентичність побудованих оптимальних процесів. Однак час розв'язання методом параметричної оптимізації є суттєво меншим за метод принципу максимуму.

2. *Демидюк М.В.* Параметрична оптимізація чотириланкового замкнутого маніпулятора з активними й пасивними приводами // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2009. – **52**, № 1. – С. 193–202.
3. *Демидюк М.В., Гошовська Н.В.* Параметрична оптимізація транспортних операцій дволанкового маніпулятора // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2016. – **59**, №4. – С. 142-152.
4. *Понтрягин, В.Л. Болтнянский, Р.В. Гамкрелидзе, Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1983. – 392 с.

INFORMATIONAL SYSTEM FOR THE EDUCATIONAL PROCESS AUDIT (ELECTRONIC DEANERY SYSTEM)

Demkiv Solomiia Tarasivna, Fostyak Markiyan Romanovych, Ukraine
Ivan Franko National University of Lviv
Faculty of Applied Mathematics and Informatics
solomiia.demkiv@gmail.com , markiyan.fostyak@gmail.com

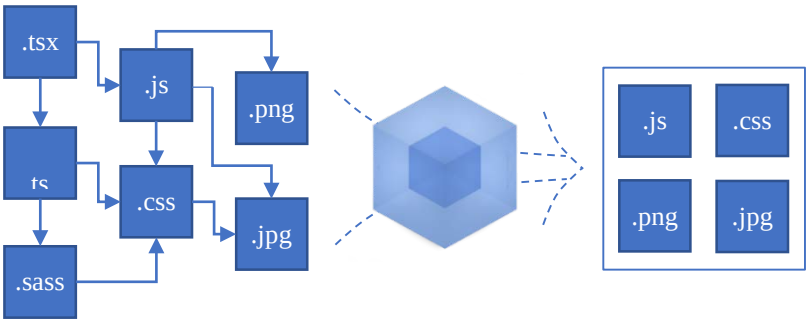
The modern world is fast and changing, constant progress of computer technologies brings new possibilities to improve daily routines at home and work. All these new inventions have a goal to speed up and optimize various tedious and time-consuming processes. There are a lot of such processes in the university, that could be improved in such way: information transmission, paperwork, ratings, etc. That is the place where the idea of Electronic Deanery System came.

Electronic Deanery System is a Web application for universities and high schools, the main goals of which are:

- ✓ Introduction of the electronic analog of the current paperwork at the university (attendance and progress journals, credit and exam notes).
- ✓ Automated filling in of journals and notes.
- ✓ Speeding up of the informational exchange between the users of the system.
- ✓ Access to all the necessary information at any time and from any place where the internet connection is available.
- ✓ Enhancement of the evaluation clarity and objectivity.
- ✓ Generation of up-to-date ratings (students are able to compare their educational achievements with others).

Electronic Deanery System is developed with the use of modern technologies, methodologies and approaches. The core technology of the system is ASP.NET Core. That is a cross-platform, high-performance, open-source framework for building modern, cloud-based, Internet-connected applications.

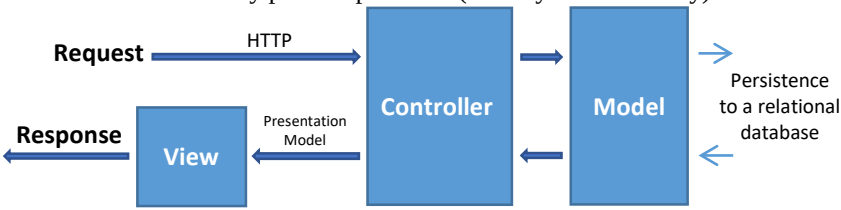
Users work with the system using the website, that is implemented using ASP.NET Core MVC. This is a web application framework which implements the model-view-controller (MVC) pattern. It is open-source software developed by Microsoft.



Picture 1. MVC model.

The Code-First approach of Entity Framework is used for providing of quick, easily understandable and convenient way of database design. With the Code-First approach, a developer can focus on the domain design and start creating classes as per the domain requirement rather than design a database first and then create the classes which match his or her database design. Code-First APIs will create the database on the fly based on specified entity classes and configuration.

To improve maintainability and performance of client-side assets the Webpack bundler is introduced. Webpack is a static module bundler. Webpack recursively builds a dependency graph that includes every module the application needs, then packages all those modules into one or more bundles. Each page has its own entry point which indicates which module Webpack should use to begin building out its internal dependency graph. After entering the entry point, Webpack will figure out which other modules and libraries that entry point depends on (directly and indirectly).



Picture 2. Webpack principle.

These technologies provide proper structuration, separation of concerns, flexibility, testability with unit and integrational tests.

Electronic Deanery System provides users the access to the data with different read/write permissions. Consequently, there are such roles in the system: super admin (rector), admin (dean), teacher and student. All of them has different rights and responsibilities. Non-registered users are not allowed to access any part of the system. Students and teachers can view their schedules and navigate to the journal of the particular lesson. Journals are auto-generated for each group and subject with two modes: for marks and for lesson attendance or notes. Also, there is an ability to print journals with actual data.

Therefore, developed Informational System for the education process audit allows to speed up knowledge sharing and organize communication between all members of the system. Talking about the future plans, the application will grow, become more user-friendly and secure. Also, will be implemented more electronic analogies of real paper documents and smart transfer of students to the next course.

ГЕНЕТИЧНИЙ АЛГОРИТМ: МОДИФІКАЦІЇ ТА ЗАСТОСУВАННЯ

Довганик Оксана Андріївна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
ksenia_dovg@ukr.net

Генетичний алгоритм (ГА) представляє клас алгоритмів пошукової оптимізації, заснованих на математичному моделюванні біологічних механізмів і процесів у живій природі за допомогою принципів популяційної генетики. Метод є загальним, його можна застосовувати до надзвичайно широкого кола задач.

Звичайно, ГА не є найкращим методом для розв'язання усіх задач. Наприклад, традиційні методи швидко знаходять розв'язок у випадку хороших опуклих аналітичних функцій декількох змінних і тоді використовувати ГА недоцільно. Величезний потенціал ГА полягає в іншому – в оптимізації недиференційовних або навіть розривних функцій, дискретній оптимізації і програмній індукції.

Застосовувати ГА варто тоді, коли існуючі для поставленої задачі методи оптимізації не справляються із нею через її складність. Також враховуються наступні переваги ГА:

- Оптимізує функції з неперервними або дискретними змінними;
- Не вимагає інформації про похідну;
- Оптимізує змінні з надзвичайно складню цільовою поверхнею;
- Одночасно виконує пошук для вибірки точок;
- Може надати список оптимальних розв'язків, а не тільки один.

Сутність генетичного пошуку полягає в циклічній заміні однієї популяції наступною, більш пристосованою. Основними операторами ГА є вибір батьків, рекомбінація, мутація і відбір осіб у нову популяцію (селекція). Для кожної особина (точка в просторі пошуку) оцінюється її пристосованість (цільова функція, фітнес-функція) відповідно до того, наскільки хорошим є відповідний розв'язок задачі. Правила відбору прагнуть залишити лише ті точки-розв'язки, де досягається оптимум цільової функції. Найбільш пристосовані особини дістають можливість відтворювати нащадків за допомогою схрещування з іншими

особинами популяції. Це призводить до появи нових особин, які поєднують в собі характеристики, успадковані ними від батьків. Після схрещування інколи відбуваються мутації – спонтанні зміни в генах, завдяки чому підвищується генетичне різноманіття. Найменш пристосовані особини з меншою ймовірністю зможуть відтворити нащадків, внаслідок чого ті властивості, якими вони володіють, поступово зникатимуть з популяції в процесі еволюції. Схематично генетичний алгоритм можна представити так: (див. рис. 1)

Рис. 1. Схема генетичного алгоритму

Кожен із операторів генетичного алгоритму можна реалізувати одним із декількох/багатьох способів, вибір яких може значно вплинути на перебіг і ефективність процесу розв’язання задачі. Нереально очікувати, що можна знайти один загальний генетичний алгоритм, який би ефективно розв’язував довільну задачу оптимізації. Але можна підібрати кодування, оператори і параметри генетичного алгоритму, адаптувати для конкретної задачі таким чином, щоб він працював ефективно.

Тому при розробці програмного забезпечення, яке надає можливість розв’язувати задачі оптимізації за допомогою ГА, необхідно враховувати описані особливості ГА, а саме необхідність кодування параметрів моделі та велику кількість варіантів вибору кожного з операторів ГА.

У розробленій програмі використано структурний паттерн «Фасад» та поведінковий паттерн «Стратегія», що дозволяє застосовувати її не тільки для однієї задачі, а для класу задач або навіть і для зовсім різних задач при мінімальних змінах або доповненнях у коді. Також це дозволяє із легкістю змінювати види операторів у процесі підбору оптимальних для розв'язуваної задачі операторів. Реалізований генетичний алгоритм застосовано для задачі знаходження оптимуму аналітичних функцій, а також для розв'язання задачі візуалізації графів; ці задачі за своєю суттю належать до різних класів задач.

1. *Aurora Torres, Dolores Torres, Sergio Enriquez, Eunice Ponce de León and Elva Díaz* (2012). Evolutionary Multi-Objective Algorithms, Real-World Applications of Genetic Algorithms, Dr. Olympia Roeva (Ed.), InTech, DOI: 10.5772/36230.
2. *Субботін С.О., Олійник А.О., Олійник О.О.* Неітеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей: Монографія / Під заг. ред. С.О. Субботіна. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2009. – 375 с.

RECORD MATCHING AND ENTITY RESOLUTION USING MACHINE LEARNING

Zatserkovnyi Rostyslav, Ukraine
Ivan Franko National University of L'viv
Applied Mathematics and Informatics Faculty
zatserkovnyi.rostyslav@gmail.com

Record matching is a term used to describe the process of recognizing records in a dataset which represent the same entity or event (said to be "matched"). Record matching can be used to link data from multiple data sources (e.g. documents, websites, and databases) or to find duplicates in a single data source - a process also known as deduplication [1].

Record matching algorithms can be either *deterministic* or *probabilistic*. In *deterministic matching*, simple comparisons are made to determine a match - either unique identifiers for each record or all fields of a record are compared using a predefined set of rules. Deterministic matching can be useful in clean datasets with reliable identifiers, but it's severely impacted by variations in different data sources. For example, a person named Andriy Sovenko might appear in three different datasets as follows:

	Record 1	**Record 2**	**Record 3**
Name	Andriy	ANDREW	Андрій
Surname	Sovenko	SOVENKO	Совенко
Birth date	13.04.1996	APRIL 13 1996	"13" квітня 1996 р.
Location	L'viv, Ukraine	LVIV/UA	м. Львів

Table 1. Fictional example data

In this example, various differences in formatting styles would prevent a match from being identified by naïve deterministic algorithms. However, to a human it is intuitively obvious that all of these records represent the same person. This intuition is translated into formal decision rules by *probabilistic matching*, a process based on estimating the probability that two different data records refer to the same entity [2].

Probabilistic record matching algorithms generally follow these three steps:

1. For each field in a dataset, a weight is determined based on its estimated ability to correctly identify a matching entity. For example, in a population census dataset two entries with the same passport number will very likely refer to the same individual, but the same cannot be said about two entries with the same birth month.

2. For each pair of records, the probability that they refer to the same entity is calculated. This is done by comparing individual fields using various metrics (e.g. Hamming distance for strings), then calculating a total score for a pair of records based on individual fields and the weights determined in step 1.

3. Record pairs with probabilities above a certain threshold are considered to be matches, while pairs with probabilities below another threshold are considered to be non-matches. Pairs that fall between these two thresholds are considered to be uncertain matches and can either be matched, not matched, or marked for manual review.

While probabilistic matching software still requires user involvement in parameterization (calculating field weights) and review (resolving uncertain matches), machine learning algorithms can be used to figure out these parameters automatically. For example, a technique called *regularized logistic regression* can be used to calculate field weights by training an algorithm with pairs of records that are labelled as either being duplicates or distinct [3].

As part of this work, an example program using the Python programming language has been created to showcase the potential of machine learning techniques in record matching algorithms. The program uses the “Krebsregister” data set, obtained in an epidemiological cancer study in Germany [4]. This dataset contains a large set of record pairs; for each record pair, it is known if the records represent the same person (match) or not (non-match). Using both supervised and unsupervised learning algorithms, the program achieved an F-score of 96-99%, suggesting that machine learning algorithms can be used for highly accurate record matching without the need of manual review.

1. *Singla, P., & Domingos, P.M.* (2006). Entity Resolution with Markov Logic. Sixth International Conference on Data Mining (ICDM'06), 572-582.
2. *Blakely, Tony; Salmond, Clare* (December 2002). "Probabilistic record linkage and a method to calculate the positive predictive value". International Journal of Epidemiology. 31 (6): 1246–1252
3. *Gregg, Forest and Derek Eder* (2015). Dedupe. https://github.com/dedupeio/dedupe.
4. *Schmidtmann I, Hammer G, Sariyar M, Gerhold-Ay A.* (2009). Evaluation des Krebsregisters NRW – Schwerpunkt Record Linkage – Abschlussbericht. Tech rep, Institut für medizinische Biometrie, Epidemiologie und Informatik, Universitätsmedizin Mainz

КОНСТРУЮВАННЯ ОБОЛОНОК У ВИГЛЯДІ РІЗНИХ ПОВЕРХОНЬ МОНЖА ЗАГАЛЬНОГО ВИДУ

Іллічова Т.А., Україна
Львівський національний університет ім.Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
tanka0225@gmail.com

Теорія пружності вивчає деформації і напруження в тілах, котрі перебувають у спокої або рухаються під дією навантажень.

Задачею цієї теорії є запис математичних рівнянь, розв'язання яких дозволяє відповісти на такі запитання:

- якими будуть деформації конкретного тіла, якщо до нього прикласти у відомих місцях навантаження заданої величини?
- якими будуть при цьому напруження в тілі?

В задачах теорії тонких оболонок важливу роль має розрахунок численних формул, без яких не можливий подальший розв'язок та 3D візуалізація. Проте, великим недоліком є те що їх треба розраховувати та підставляти вручну. Саме тому ми маємо на меті розробити програмне забезпечення, яке допоможе здійснити необхідні обчислення. Дана програма, отримуючи на вхід твірну та направляючі криві тривимірної поверхні, повинна повернути на виході параметричне задання тривимірної поверхні, на основі якого ми можемо побудувати 3D модель поверхні, а для застосування чисельних схем розв'язування задач теорії пружності, зокрема методу скінченних елементів, необхідно отримати викази для параметрів Ламе та головних кривин.

Отже для рішення такої задачі нам потрібно задати направляючу криву

$$\vec{r}\left(\alpha_2\right)=\left\{\chi\left(\alpha_2\right),\zeta\left(\alpha_2\right)\psi\left(\alpha_2\right)\right\}$$

в декартовій системі координат x, y, z та параметричне рівняння твірної

$$\eta=\eta\left(\alpha_1\right),\quad \varsigma\left(\alpha_1\right)$$

в локальній системі координат.

Отримання коефіцієнтів Ламе, головних кривин та їх часткових похідних вимагає багато складних обрахунків. В тому числі обрахунок похідних перших, других та третіх порядків та обрахунок інтегралів. На цьому етапі виникає проблема, адже мови програмування не здійснюють такі обрахунки. Тому в даній праці використовується AppId Wolfram Alpha, який рахує похідні та інтеграли.

Для розробки даного програмного забезпечення, мною було обрана платформа .NET, компанії Microsoft.

1. Савула Я.Г. Некоторые приложения метода конечных элементов / Я.Г. Савула, Г.А. Шинкаренко, В.Н. Вовк. – Львов: Изд-во Львов. ун-та, 1981. – 88 с.
2. Wolfram Alpha Documentation

ПРО РІЗНИЦЕВИЙ МЕТОД З НАДКВАДРАТИЧНОЮ ЗБІЖНІСТЮ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ПРО НАЙМЕНШІ КВАДРАТИ

Ільків Ігор Васильович., Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка,
Факультет прикладної математики та інформатики
ilkivihor@gmail.com

Нелінійна задача про найменші квадрати є частковим випадком безумовної оптимізації. Такі задачі найчастіше виникають у разі розв'язування перевизначених систем рівнянь, оцінювання параметрів фізичних процесів за результатами вимірювань, побудови нелінійних регресійних моделей, розв'язування інженерних проблем тощо. Ефективним методом розв'язування нелінійної задачі про найменші квадрати є метод Гаусса – Ньютона та його модифікації. Часто на практиці маємо проблеми з обчисленням похідних. У такому випадку доцільно використовувати ітераційно-різницеві методи, які не потребують обчислення матриці похідних і водночас не поступаються методу Гаусса – Ньютона за швидкістю збіжності та близькі до нього за кількістю обчислень.

Пропонуємо дослідження двокрокового різницевого методу з порядком збіжності $1+\sqrt{2}$.

Нелінійна задача про найменші квадрати має вигляд

$$\min_{x\in R^n} f(x) = \min_{x\in R^n} \frac{1}{2} F(x)^T F(x), \qquad (1)$$

де $m \geq n,$ функція відхилу $F : R^n \to R^m$ — нелінійна за x .

Для знаходження розв'язку задачі (1) розглянемо різницеву модифікацію двокрокового методу Гаусса – Ньютона [1]

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n - (A_n^T A_n)^{-1} A_n^T F(x_n); \\ y_{n+1} &= x_{n+1} - (A_n^T A_n)^{-1} A_n^T F(x_{n+1}), \quad n = 0,1,... \end{aligned} \qquad (2)$$

де $A_n = F(x_n, y_n)$ – поділена різниця першого порядку функції $F(x)$ в точках x_n, y_n; x_0, y_0 – задані початкові наближення.

На низці тестових прикладів порівняємо швидкість збіжності методу (2) з методом Гаусса – Ньютона та методом хорд. Ітераційні формули цих методів отримаємо з

$$x_{n+1} = x_n - \left(A_n^T A_n\right)^{-1} A_n^T F\left(x_n\right), n = 0,1,... \qquad (3)$$

Якщо в (3) A_n – матриця перших похідних функції $F(x_n)$, то маємо метод Гаусса - Ньютона, якщо ж $A_n = F(x_n, x_{n-1})$ – матриця поділених різниць першого порядку функції F в точках x_n і x_{n-1}, то маємо аналог методу хорд.

Значення матриці поділених різниць обчислюємо за формулою

$$F(x,y)_{i,j} = \frac{F_i\left(x_1,...,x_j, y_{j+1},..., y_n\right) - F_i\left(x_1,...,x_{j-1}, y_j,..., y_n\right)}{x_j - y_j}, (i = 1,...,m;\ j = 1,...,n) \qquad (4)$$

У разі практичної реалізації методу (2) на кожній ітерації потрібно розв’язувати дві системи лінійних рівнянь зі спільною матрицею і різними правими частинами.

Додаткові початкові наближення будуємо за правилом $y_0 = x_0 + 10^{-4}$. Результати шукаємо з точністю $\varepsilon = 10^{-8}$.

На підставі теоретичних досліджень, практичних розрахунків та порівняння отриманих результатів можна стверджувати, що двокроковий ітераційно-різницевий метод (2) збігається швидше, ніж метод Гаусса –Ньютона та значно переважає метод хорд.

1. *Бартіш М.Я., Чипурко А.І.* Про одну модифікацію методу Гаусса – Ньютона // Матем. студії. 1998. Т.10. № 1. С. 85 – 92.
2. *С. Шахно, О. Гнатишин, Р. Якимчук* Про різницевий метод з надквадратичною збіжністю для розв’язування нелінійних задач про

найменші квадрати //Вісн. Львів. ун–ту Сер. прикл. матем. та інф. 2007. Вип.12 . С. 22-104

3. *Бартіш М.Я., Чипурко А.І., Шахно С.М.* Про одну модифікацію методу Гаусса – Ньютона // Вісн. Львів.ун-ту. Сер. мех.-мат. 1995. Вип. 42. С. 35 – 38.
4. *Дєннис Дж., Шнабель Р.* Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М.: Мир, 1988. 440с.
5. *Ульм С.,* Об обобщенных разделенных разностях // Известия АН ЭССР. Физика. Математика. 1967. Т.16. С.13 – 26.
6. *Shakhno S.M., Gnatyshyn O.P.* On an iterative algorithm of order 1.839... for solving the nonlinear least squares problems // AMC (Appl. Math. Comp.) 2005. Vol. 161. P. 253 – 264.
7. *Shakhno S.M.* Method of $1+\sqrt{2}$ order for the solution of nonlinear equation with Holder continuous divided differences // Proc. Appl. Math. Mech. 2005. Vol. 4. P. 779 – 780.

ЗАСТОСУВАННЯ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ ДЛЯ ЛОГІСТИЧНИХ ЗАДАЧ

Клименко Микола Володимирович
Львівський Національний університети імені Івана Франка
факультет Прикладної математики
klymenko8@gmail.com

У світі існує широкий спектр задач, що можна розвязати лише за допомогою еврістичних методів. Я збираюсь показати застосування генетичних алгоритмів для знаходження найопитальніших маршрутів розвезення (товарів/пасажирів) у системі з багатьма вантажівками та різними параметрами цих вантажівок.

Пошук найоптимальніших маршрутів з багатьма автомобілями для розвезення товарів/пасажирів.

Пошук здійснюється за допомогою генетичних алгоритмів. Графічне відображення та демонстрація отриманих результатів маршрутів - здійснюється за допомогою Web API та AngularJs на клієнтській частині.

Структура генетичного алгоритму це популяція, яка складається із осіб. Особа у популяції складається із хромосом. Кожна особа представлена як масив із усіх точок на карті, значення яких є у діапазонні від -1 до 1.

Початкова популяція формується таким чином. Припустимо в нас N точок погрузки товару і відповідно N – розгрузки, M – вантажівок із своїми параметрами, матриця [(n+m) x (n)] – матриця відстаней до точок і вантажівок.

Відповідно хромосома буде масивом із 2*N*M із значеннями [-1, 1], де значення в [(i*N) – (N+1)*i-1] улументі – це імовірність, що i-автомобіль заїде в цю точку(i = 0…m-1). Заповнюємо хромосому із заданої матриці шляхів:

1. Проходимось по вхідних точках і ставимо відповідно на позиції (i*j) довільне значення від 0 до 1. (i = 0…M-1)(j=0…N-1)
2. Проходимось по всіх вихідних точках. Знаходимо для вихідної точки її вхідну

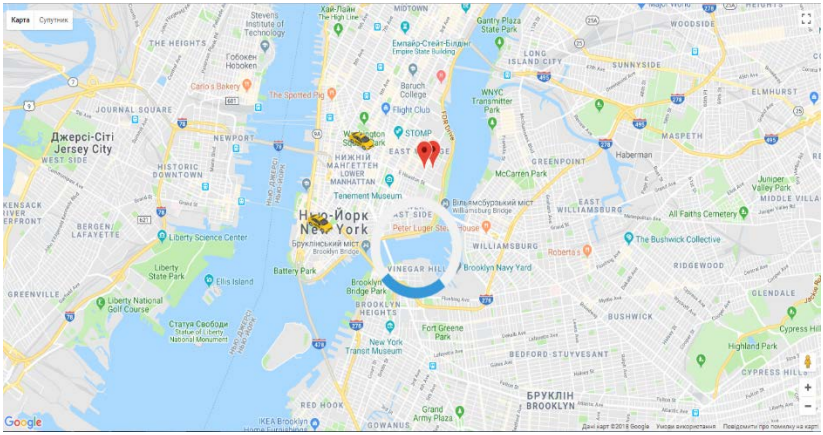
a) Для найбільшої вхідної точки ставимо відповідній вихідній довільне значення [0-1]
b) Для інших -1.

Після цього проходимось функцією кореляції, яка перевіряє чи можлива така особа і у випадку якщо вмістимість автомобіля або кількість пального не можуть задовільнити прийнятий маршрут, функція мутує дану особу щоб вона була прийнятна до життя, підвищуючи імоврність точки розгрузки для найважчого товару, до поки маршрут не буде прийнятним.

Цільова функція буде обчислювати цінність особи за заданим маршрутом спираючись на матрицю відстаней та розхід пального автомобіля.

Надалі працюємо із цією структурою як із класичним випадком у генетичних алгоритмах.

В дадоному додатку, на карті будуть задані місця автомобілей, також буде надано можливість відзначити на карті точки завантаження і розвантаження товару. Кожний автомобіль має такі характеристики: вмістимість, розхід пального, показники пального, показники завантаженості. Користувач задає точки товарів на карті, після чого відбувається пошук найоптимальнішого можливого маршруту за допомогою генетичного алгоритму. Коли маршрут знайдено, на карті будуть відзначені лініями маршрути для кожної з вантажівок і продемонстрована симуляція їх руху по маршрутам. Користувач має можливість додати нові точки товарів на карті і під час руху автомобілей. Тоді маршрути будуть переобчисленні відносно даних позицій на той момент. Робота генетичного алгоритму слідкується і записується у файл та консоль для опрацювання і перевірки, на скільки добре працює алгоритм і що варто було б поправити.



Для здійснення проекту, я використав такий список технологій та бібіліотек:

1. Мова програмування C#
2. Web API
3. MSSQL Server
4. Javascript
5. HTML/CSS
6. google.maps.api(для роботи з картою)

1. Генетичні алгоритми (*Ю.Ю Тарасевич*)
2. Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection (Complex Adaptive Systems)
3. Probably Approximately Correct: Nature's Algorithms for Learning and Prospering in a Complex World
4. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы(Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский)
5. Practical Genetic Algorithms(Рендi Л. Гаупт і Сью Еллен Гаупт)

СТВОРЕННЯ СПЕЦІАЛЬНОГО ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПІДТРИМКИ ЗАДАЧ ВТОРИННОЇ ОБРОБКИ ТЕЛЕМЕТРИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ КОСМІЧНОГО АПАРАТУ

Кобевко Андріан Тарасович
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
anneaptolemkob@gmail.com

Для управління конкретного КА силами розробника, як правило, створюється наземний автоматизований комплекс управління (НАКУ), складовою частиною якого являється центр управління польотом (ЦУП).

Основними задачами ЦУП КА являються:

- управління та проведення сеансів зв'язку з КА за допомогою технічних засобів станції управління;
- обробка телеметричної інформації (ТМІ) в процесі сеансу зв'язку та в післясеансному режимі;
- планування довгострокового та оперативного плану робіт з КА;
- здійснення навігаційно-балістичного забезпечення.

Ціллю телеметричних вимірювань являється одержання достовірної інформації про функціонування бортових підсистем КА, як в процесі штатної експлуатації, так й забезпечення своєчасного та контрольованого реагування на нештатні ситуації на борту КА.

Для реалізації інформаційно-телеметричного забезпечення КА в ЦУП формується лабораторія аналізу, задачами якої є:

- контроль стану та функціонування бортових підсистем;
- одержання та аналіз даних для прогнозування енергозабезпеченості підготовленої для передачі на борт КА програми управління;
- контроль відпрацювання програми управління на основі аналізу телеметричної інформації (ТМІ) сеансу зв'язку (СЗ) з КА;
- контроль виконання команд дій на борту КА;
- температурний контроль приборів та елементів конструкції й т.п.

Для забезпечення вирішення вище перерахованих задач лабораторією аналізу ЦУП розробляється спеціальне програмне забезпечення обробки ТМІ (СПЗ ОТМІ), функціональними характеристиками якого являються:

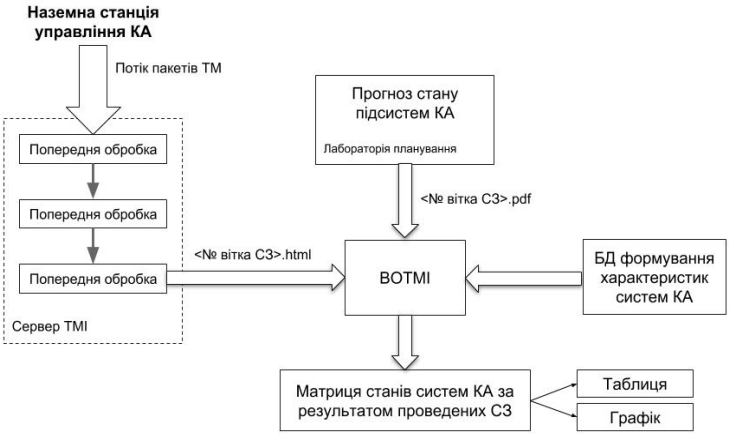
- прийом та реєстрація потоку ТМ-дейтаграм у вигляді ТМ-файлу в темпі поступлення з наземної станції управління КА;
- автоматизована попередня обробка потоку ТМІ КА, результатом якої є набір телеметричних пакетів підсистем КА;
- автоматизована первинна обробка ТМ-параметрів згідно даних завдання на автоматизовану обробку;
- формування та візуалізація результатів попередньої та первинної обробки на робочих місцях операторів-аналізаторів;
- післясеансна обробка, документування та архівація результаті за допомогою засобів СУБД.

Враховуючи досвід розробки та експлуатації СПЗ ОТМІ минулих КА, - в даний час проробляється можливість розробки СПЗ підтримки задач вторинної обробки ТМІ (СПЗ ВОТМІ) для експлуатації в ЦУП майбутніх вітчизняних КА.

Пропонується засобами СПЗ ВОТМІ автоматизувати процес аналізу ТМІ сеансу зв’язку з КА за допомогою алгоритмів «співставлення» результатів первинної обробки з даними форми «Прогноз стану підсистем КА». В якості вхідних даних повинні використовуватися файли даних (форми) ЦУПу:

- результати післясеансної обробки ТМІ КА (файл: <№ вітка СЗ>.html), створюється засобами підсистеми обробки ТМІ;
- прогноз стану підсистем КА (файл: <№ вітка СЗ>.pdf), поступає на сервер ТМІ від лабораторії планування ЦУП.

Створення ВОТМІ буде являтись основою для подальшої розробки інтелектуальної системи підтримки та прийняття рішень в процесі експлуатації космічних апаратів та при виникненні нештатних ситуацій.



Структурна схема взаємодії ВОТМІ з підсистемами ЦУП КА

1. *Вариченко Л.В., Кобевко Д.Г.* Создание специального программного обеспчения поддержки задач вторичной обработки телеметрической информации КА. Аерокосмічні технології в україні: проблеми та перспективи. Тези доповідей. С.49-50;

2. *Кравец В.Г., Любинский В.Е.,* Основы управления космическими полетами.

ЧИСЕЛЬНІ АЛГОРИТМИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ СИНТЕЗУ ВИПРОМІНЮЮЧОЇ СИСТЕМИ ЗА ЕНЕРГЕТИЧНОЮ ДІАГРАМОЮ НАПРАВЛЕНОСТІ

Молочій М.А., Копилець М.М.
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
molochiy@gmail.com, kopylets2580@gmail.com

У рамках простої математичної моделі розглядаються нелінійні скалярні задачі синтезу плоскої еквідістантної решітки при заданих вимогах до діаграми направленості за потужністю. Задачі синтезу за заданою енергетичною діаграмою направленості(ДН) полягають у знаходженні таких струмів I_{nm} на випромінювачах, щоб створювана ними діаграма направленості за потужністю $|f(\xi_1,\xi_2)|^2$ найкращим чином наближалася до заданої $P(\xi_1,\xi_2)$. З цією метою розглянемо варіаційні постановки задач, тобто задачі синтезу сформулюємо як задачу мінімізації(умовну та безумовну) функціоналів.

$$\begin{cases} \sigma(I) = \int\limits_{-1}^{1}\int\limits_{-1}^{1}[P(\xi_1,\xi_2) - |f(\xi_1,\xi_2)|^2]^2\, d\xi_1 d\xi_2 + \alpha \sum\limits_{n=-M_1}^{M_1}\sum\limits_{m=-M_2}^{M_2} |I_{nm}|^2 \\ g(\xi_1,\xi_2) = P(\xi_1,\xi_2) - |f(\xi_1,\xi_2)|^2 = 0 \\ \text{у просторі } H_I = C^N, \text{де } \sigma(I) \to \min\limits_{I\in H_I},\ I_{nm} \in H_I \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \sigma(I) = \int\limits_{-1}^{1}\int\limits_{-1}^{1}[P(\xi_1,\xi_2) - |f(\xi_1,\xi_2)|^2]^2\, d\xi_1 d\xi_2 + \iint\limits_{R/\Omega}[|f(\xi_1,\xi_2)|^2]^2\, d\xi_1 d\xi_2 \\ \text{у просторі } H_I = C^N, \text{де } \sigma(I) \to \min\limits_{I\in H_I},\ I_{nm} \in H_I \end{cases} \tag{2}$$

де I_{nm} – розподіл комплексних струмів на випромінювачах, $P(\xi_1,\xi_2)$– задана енергетична діаграма направленості в області Ω : $\{|\xi_1| \le 1, |\xi_2| \le 1\}$, α – деякий дійсний параметр.

Функціонал (1) характеризує величину середньоквадратичного відхилення модулів заданої та синтезованої енергетичних діаграм направленості в області і накладає обмеження на норму струмів, з додатковою умовою рівності норм синтезованої та заданої енергетичних діаграм.

Функціонал (2) характеризує величину середньоквадратичного відхилення модулів заданої та синтезованої енергетичних діаграм направленості в області та накладає обмеження на діаграму направленості за потужністю поза областю.

Розглядається випромінююча система (антенна решітка), яка складається з $N = N_1 \times N_2 = (2M_1 + 1)(2M_2 + 1)$ ідентичних і однаково орієнтованих випромінювачів з однаковою для усіх випромінювачів діаграмою направленості, у яких фазові центри розміщені на площині XOY декартової системи координат і діаграма направленості якої описується формулою:

$$f(\xi_1, \xi_2) = \sum_{n=-M_1}^{M_1} \sum_{m=-M_2}^{M_2} I_{nm} e^{i(c_1 n \xi_1 + c_2 m \xi_2)}, \tag{3}$$

де c_1, c_2 – основні параметри решітки.

Варіаційні постановки задач синтезу плоскої прямокутної антенної решітки приводить до нелінійної системи рівнянь для відшукання оптимальних струмів на випромінювачах. Задача (1) переходить в систему (4), а задача (2) відповідно в систему (5):

$$\alpha I_{nm} = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} [2(P(\xi_1, \xi_2) - |f(\xi_1, \xi_2)|^2) + \lambda] \times e^{-i(c_1 n \xi_1 + c_2 m \xi_2)} \times \sum_{n=-M_1}^{M_1} \sum_{m=-M_2}^{M_2} I_{nm} e^{i(c_1 n \xi_1 + c_2 m \xi_2)} \, d\xi_1 d\xi_2, \tag{4}$$

де λ – невизначений множник Лагранжа, який знаходиться за допомогою методу градієнтного спуску.

$$\alpha^2 I_{nm} = \frac{1}{\sum_{n=-M_1}^{M_1} \sum_{m=-M_2(n)}^{M_2(n)} |I_{nm}|^2} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} P e^{-i(c_1 n \xi_1 + c_2 m \xi_2)} \times \sum_{n=-M_1}^{M_1} \sum_{m=-M_2(n)}^{M_2(n)} I_{nm} e^{i(c_1 n \xi_1 + c_2 m \xi_2)} \, d\xi_1 \, d\xi_2 \tag{5}$$

Отже, розв’язавши системи рівнянь (4) та (5), отримуємо оптимальні струми на випромінювачах, для знаходження енергетичних діаграм для задач (1) та (2) відповідно.

1. *Подлевський Б. М.* Обчислення точних похідних детермінанта матриці / Б. М. Подлевський // Вісник Львів. ун-ту. Сер. прикл. математ. та ін форм – 2013. – Вип. 20. – С. 42-48.

2. *Подлевський Б. М.* Чисельні методи розв'язування багатопараметричних спектральних задач / Б. М. Подлевський, В. В. Хлобистов. – Київ: Наукова думка, 2017. – 148 с

3. *Савенко П.О.* Нелінійні задачі синтезу випромінюючих систем (теорія і методи розв’язування). / П.О. Савенко. – Львів: ІППММ НАН України, 2002. – 320 с.

4. Синтез антенн по амплитудной диаграмме направленности. Численные методы и алгоритмы / М. И. Андрийчук, Н. Н. Войтович, П. А. Савенко, В. П. Ткачук. – Киев: Наукова думка, 1993. – 256 с.

МЕТОДИ НЕЛІНІЙНОГО АНАЛІЗУ У НАПІВУПОРЯДКОВАНИХ ПРОСТОРАХ У АНАЛІЗІ ОДНІЄЇ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОЇ МІКРОЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ

Кончаковська Оксана Сергіївна, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки,
Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту
e-mail: oksana.konchakovska@nure.ua

Електростатичні мікроелектромеханічні системи поєднують електронні та механічні компоненти мікронних розмірів і використовуються при виробництві акселерометрів, оптичних перемикачів, мікронасосів тощо. Недоліки таких пристроїв пов'язані з нестабільністю відхиляння (pull-in instability). Цей ефект виникає, коли напруга, що подається на рухомий електрод, перевищує критичне значення, внаслідок чого система втрачає стаціонарну конфігурацію, яка забезпечує цілісність структури механічних компонентів МЕМС. Мембрани квадратної форми використовуються при виробництві мікрофонів, ємнісних мікромеханічних ультразвукових перетворювачів та датчиків тиску. При дослідженні таких систем необхідно визначити максимальний прогин мембрани для функціонування в стійкому стані. Однією з задач, яка виникає при математичному моделюванні електростатичних МЕМС, є:

$$-\Delta u = \frac{\lambda f(\mathbf{x})}{(1-u)^2} \quad \text{у} \quad \Omega = \left(0,\sqrt{\pi}\right)\times\left(0,\sqrt{\pi}\right), \tag{1}$$

$$0 < u < 1 \quad \text{у} \quad \Omega, \quad u\big|_{\partial\Omega} = 0, \tag{2}$$

де $f(\mathbf{x})$ – співвідношення відносної діелектричної проникності середовища до діелектричної проникності мембрани, $0 < f(\mathbf{x}) \le 1$, $\lambda > 0$ – квадрат фіксованої електричної напруги, Δ – оператор Лапласа, $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$.

Функцію $f(\mathbf{x})$ пропонують обирати у виді [2]:

$$f(\mathbf{x}) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{\alpha}{2}} \left|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0\right|^{\alpha}, \tag{3}$$

$$f(\mathbf{x}) = e^{\frac{\alpha}{\pi}\left(2\left|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0\right|^2-\pi\right)}, \tag{4}$$

де $\mathbf{x}_0 \in \Omega$.

Тоді крайовій задачі (1), (2) еквівалентне нелінійне операторне рівняння $u = \mathrm{T}u$ з

$$\mathrm{T}u = \lambda \int_{\Omega} \frac{f(\mathbf{s})G(\mathbf{x},\mathbf{s})}{(1-u(\mathbf{s}))^2} d\mathbf{s},$$

де $G(\mathbf{x},\mathbf{s})$ – функція Гріна першої крайової задачі для оператора $-\Delta$ для квадрата зі стороною $\sqrt{\pi}$, $\mathbf{s} = (s_1, s_2)$.

Для операторного рівняння $u = \mathrm{T}u$, яке розглядається на конусі К невід'ємних у $C(\bar{\Omega})$ функцій, побудуємо послідовні наближення $u_{n+1} = \mathrm{T}u_n$, $n = 0,1,2,\ldots$, за допомогою яких сформуємо два ітераційні процеси, які починаються з функцій $v_0 = 0$ і $w_0 = \beta = \mathrm{const} \in (0,1)$ відповідно та двобічно збігаються до точного розв'язку крайової задачі (1), (2).

Нерівність $v_0 \le v_1$ завжди виконується, тому нерівність $w_1 \le w_0$ буде виконано, якщо $\beta \in (0,1)$ та $\lambda M \le \beta(1-\beta)^2$, де $M = \max\limits_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}} \int_{\Omega} f(\mathbf{s})G(\mathbf{x},\mathbf{s})d\mathbf{s}$.

Завдяки монотонності оператора Т дістанемо ітераційні процеси, які двобічно збігаються до єдиного додатного розв'язку задачі (1), (2) [1]:

$$0 = v_0 \le v_1 \le \ldots \le v_n \le \ldots \le u^* \le \ldots \le w_n \le \ldots \le w_1 \le w_0 = \beta.$$

У таблицях 1, 2 представлено значення норм наближеного розв'язку в залежності від параметрів α та λ, де $\lambda_{\max}$ – граничне значення для якого можна побудувати двобічний ітераційний процес, для функцій (3), (4) відповідно, де $\mathbf{x}_0 = (\sqrt{\pi}/2, \sqrt{\pi}/2)$. Як бачимо, зі зростанням параметра α збільшується значення $\lambda_{\max}$, а норма відповідного розв'язку зменшується.

Таблиця 1

α	0	1	2	3	4	5
$\lambda_{\max}$	0,64005	1,85612	4,22033	8,36471	15,14717	25,69285
$\lVert u \rVert_C$	0,20322	0,20549	0,20587	0,20778	0,21176	0,21921
ε	$0{,}54\cdot10^{-4}$	$0{,}58\cdot10^{-4}$	$0{,}64\cdot10^{-4}$	$0{,}85\cdot10^{-4}$	$0{,}15\cdot10^{-3}$	$0{,}41\cdot10^{-3}$

Таблиця 2

α	0	1	2	3	4	5
λ_{max}	0,64005	1,47988	3,34487	7,36266	15,72022	32,42766
$\|u\|_C$	0,20322	0,20233	0,20153	0,20098	0,20100	0,20212
ε	$0,54\cdot10^{-4}$	$0,46\cdot10^{-4}$	$0,39\cdot10^{-4}$	$0,34\cdot10^{-4}$	$0,31\cdot10^{-4}$	$0,35\cdot10^{-4}$

1. *Красносельский М.А.* Положительные решения операторных уравнений. – М.: Физматгиз, 1962. – 394 с.

2. *Guo Y., Pan Z., Ward M.J.* Touchdown and pull-in voltage behavior of a MEMS device with varying dielectric properties // SIAM Journal on Applied Mathematics. – 2005. – Vol. 66. – № 1. – P. 309 – 338.

РОЗРОБКА ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ СПОВІЩЕНЬ КРИПТОВАЛЮТНИХ СИГНАЛІВ

Корнійчук Вадим Ігорович, Любарщук Євген Анатолійович
Україна, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, факультет математики та інформатики
vadim1korniychuk@gmail.com

У сучасному світі значного розвитку набувають блокчейн технології та криптовалюти, що на них базуються. У зв'язку з волатильністю криптовалютного ринку виникає необхідність швидко реагувати на зміну курсу певного активу. Тому є потреба в розробці системи, яка могла б швидко та якісно розповсюджувати нову інформацію, обробляти та структурувати дані, для кращого розуміння їх читачами та швидко застосувати їх на практиці. Така система з часом набуває складного вигляду і потребує постійної підтримки.

Для збору і представлення даних було обрано сучасний месенджер Телеграм. Для функціонування системі потрібен один зареєстрований користувач, підписаний на канали, що надають інформацію про зміни на ринку криптовалют. За допомогою цього користувача повідомлення зчитуються і потрапляють в структурованому вигляді (якщо це можливо) в публічний канал. Згодом був доданий телеграм бот, який міг передавати інформацію між користувачами і менеджерами системи. Також цей бот автоматично міг оформити підписку користувача і надсилати йому особисто, відфільтровану за деякими параметрами, інформацію. З часом в системі з'явились допоміжні сповіщення, такі як: щоденний звіт, список каналів з найкращою статистикою. Був доданий автоматичний переклад за допомогою Google Translate (рис.2), автоматична підписка на нові канали.

В процесі розробки повідомлення розділялися на ті, що відповідають шаблону (мають ключові слова) і ті що не відповідають. Крім ключових слів було реалізовано пошук цін у числовій і відсотковій формах та приведення їх до числа відповідного порядку відносно біржових даних. Повідомлення, які відповідали всім критеріям потрапляли у канал у структурованій формі і були названі "сигналами" (рис.1), а інші пересилалися тільки у формі оригіналу (рис.2).

Під час розробки були використанні технологій: Python, MySQL, Peewee, Telethon, Flask.

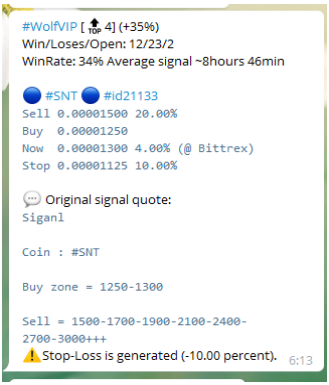


Рис. 1. Повідомлення в структурованій формі

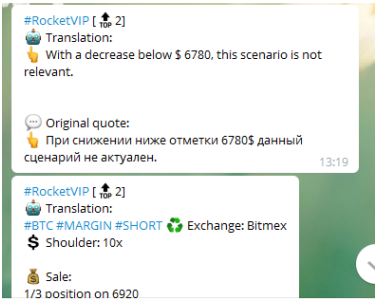


Рис. 2. Повідомлення у звичайні формі з перекладом

1. *Журнал о криптовалюте: биткоин, блокчейн и майнинг - BitJournal [Електронний ресурс]. - Режим доступу: https://bitjournal.media*
2. *Python 3.5.5 Documentation [Електронний ресурс]. - Режим доступу: https://docs.python.org/3.5*
3. *The Best Crypto Signals Channels on Telegram - Reviews & Discounts [Електронний ресурс]. - Режим доступу: https://smartoptions.io/telegram-crypto-signals*

АЛГОРИТМ ВІДШУКАННЯ КОРЕНІВ РІВНЯННЯ $f(x) = 0$

Королевич Одарина Володимирівна, Україна,
Львівський національний університет ім. Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
odaryna.korolevych@gmail.com

Апарат некласичних мажорант і мінорант Ньютона має широке застосування в чисельному аналізі. Використовуючи цей апарат, побудовано чисельні методи оптимізації гладких, негладких, розривних і дискретних функцій однієї, двох і багатьох змінних, розроблено чисельний метод розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їхніх систем, побудовано алгоритм відшукання нулів будь-якої функції [1, 2].

В доповіді приводиться модифікація алгоритму відшукання нулів функції, запропонованого в [2].

Нехай на проміжку $[a, b]$ треба відшукати всі нулі деякої функції f(x). Оскільки нулі функції f(x) є нулями функції $|f(x)|$ або $-ln(1 + |f(x)|)$, то для відшукання нулів функції $f(x)$ будемо шукати нулі функції $-ln(1 + |f(x)|)$. Для цього на проміжку $[a, b]$ виберемо систему точок $x_k = x_0 + kh, k = 0,1, \dots, n, x_0 = a, h = \frac{b-a}{n}$ і в площині xOy побудуємо точки зображення

$$P_k\big(x_k, -ln(1 + |f(x_k)|)\big), k = 0,1, \dots, n.$$

Позначимо

$$a_k = 1 + |f(x_k)|, k = 0,1, \dots, n.$$

Величину

$$r_k = \left(\frac{a_{k-1}}{a_k}\right)^{\frac{1}{h}}, k = 1,2, \dots, n$$

назвемо числовим нахилом функції $-ln(1 + |f(x)|)$ в точці x_k [1].

Алгоритм методу полягає в наступному.

Спочатку перевіряємо, чи точки $x = a$ і $x = b$ є нулями функції $f(x)$. Після цього будуємо послідовність нахилів

$$r_1, r_2, \ldots, r_n.$$

Якщо для деякого $k = i$ виконується одна з умов

$$r_i \geq 1, r_{i+1} < 1$$

або

$$r_i > 1, r_{i+1} \leq 1$$

і $|f(x_i)| < h$, то з точністю h коренем рівняння $f(x) = 0$ є точка $x = x_i$.

Для прикладу візьмемо поліном Чебишова $T_2(x) = 2x^2 - 1$ на проміжку $[-1,1]$ і застосуємо крок $h = 0.1$.

x	r_i	r_{i+1}	x	r_i	r_{i+1}
-0.9	8.225	10.545	0.1	1.106	1.360
-0.8	10.545	9.685	0.2	1.360	1.707
-0.7	9.685	0.103	0.3	1.707	2.226
-0.6	0.103	0.205	0.4	2.226	3.106
-0.5	0.205	0.322	0.5	3.106	4.884
-0.4	0.322	0.449	0.6	4.884	9.685
-0.3	0.44	0.58	0.7	9.68	0.10

	9	6		5	3
-0.2	0.586	0.735	0.8	0.103	0.095
-0.1	0.735	0.904	0.9	0.095	0.121
0	0.904	1.106	1.0	0.121	0.149

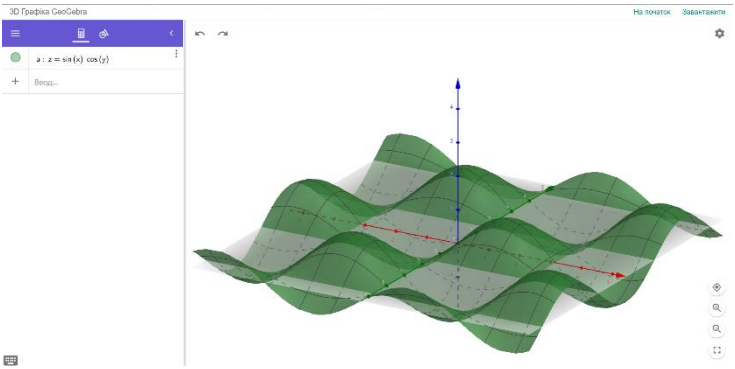
Точки $x = -0.7$ і $x = 0.7$ задовольняють вищезазначені умови. Отже ці точки є коренями рівняння $2x^2 - 1 = 0$ (з точністю 0.1). Для проведення обчислень була розроблена програма в середовищі XCode на мові програмування Swift.Алгоритм можна застосовувати також для знаходження розв’язків систем рівнянь.

1. *Цегелик Г.Г.* Апарат некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій, заданих таблично, та його використання в чисельному аналізі: монографія / Г.Г. Цегелик. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 190с.
2. *R. Bihyn*. Construction of a numerical method for finding the zeros of both smooth and non-smooth functions/ R.Bihyn, G. Tsehelyk // Східно-Європейський журнал передових технологій, 2/4 (86) 2017. - С.58-64.

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ РОЗВ'ЯЗКІВ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Костельна Оксана, Зубаль Богдан, Україна
Львівський національний університет ім.Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
zbohdan.313@gmail.com

Можна знайти багато застосунків, які дозволяють візуалізувати поверхні за допомогою задання формул, наприклад як на мал.1.

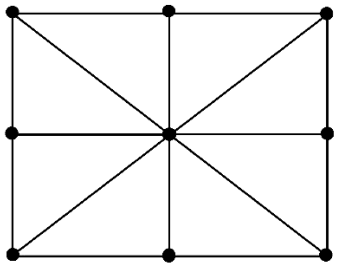


Мал.1. Побудова поверхні z=sin(x)cos(y) на сайті GeoGebra.

Проте важко знайти сайти або програми, які дозволяють візуалізувати поверхні за заданими точками у форматі (X, Y ,Z) та матрицею суміжності. Такий застосунок буде доволі корисний для візуалізації результатів обрахунків методом скінченних елементів.

Для реалізації такої програми ми використали технологію .Net WPF(3D). Застосунок отримує на ввід текстовий документ з матрицею суміжності та координатами точок скінченного елемента. Засоби 3d-візуалізації WPF не дають змогу візуалізовувати складні поверхні за даними точками, але дають змогу візуалізовувати поверхню як сукупність трикутників.

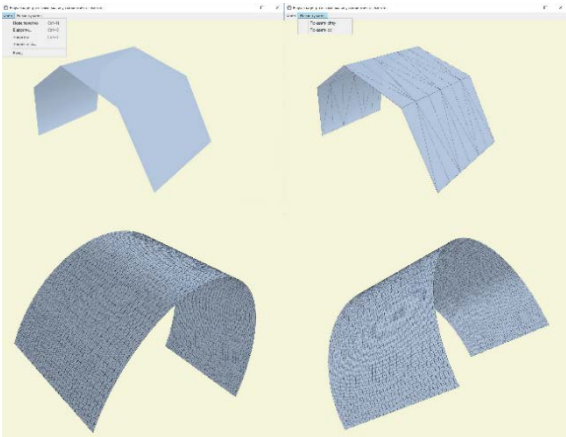
Кожен скінченний серендиповий елемент представлений як прямокутник з 8 вузлами, за допомогою яких обчислюємо значення в центрі елемента. Скінченні елементи розбиваємо на елементарні фігури – трикутники, як на мал.2:



Мал.2. Розбиття скінченного елемента за точками на 8 трикутників.

Таке розбиття вважаємо найкращим, оскільки використовує усі задані точки та утворює найбільшу кількість трикутників за допомогою цих точок, до того ж є доволі зручним у використанні. Утворені трикутники поміщаємо в спеціальну колекцію для візуалізації.

Для реалізації можливості обертання, переміщення та масштабування WPF не надає стандартних засобів. Знайдені варіанти вирішення цієї проблеми пропонували перерахунок кожної координати при найменшому русі, проте це дуже знижує продуктивність програми і є не ефективним при великій кількості точок. Тому було прийнято рішення реалізації повороту, переміщення і наближення камери відносно фігури. А саме: навколо фігури малюємо уявну сферу і по ній переміщуємо камеру. Це дає змогу не змінювати координати фігури, а лише координати камери.



Мал.3. Результат роботи програми

1. https://msdn.microsoft.com
2. *Савула Я.Г.* Некоторые приложения метода конечных элементов / *Я.Г. Савула, Г.А. Шинкаренко, В.Н. Вовк. – Львов: Изд-во Львов. ун-та, 1981. – 88 с.*

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТА-МОДЕЛЮВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ ТА РАДІАЛЬНИХ БАЗИСНИХ ФУНКЦІЙ ДО ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ

Кохан О.М., Криськув Д.Е.,
Львівський національний університет ім. Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
kokhan.oksana@gmail.com, diana.kryskuw@gmail.com

Розв'язування задач оптимізації для складних систем зумовлює необхідність багаторазового розв'язування прямої задачі. Складність математичних моделей, що описують стан і поведінку розглянутої системи, призводить до великої кількості розрахунків. Тому корисно розробити спрощені функції - мета-моделі, які є явними аналітичними функціями відносно параметрів моделі і з достатньою точністю апроксимують розглядувані характеристики системи [1,2]. Метою даної роботи є дослідити та проаналізувати різні способи побудови мета-моделей.

Розглядатимемо задачу оптимізації, яка полягає в знаходженні локального мінімуму функції в області з двосторонніми обмеженнями:

$$\varphi(x) = \min_{x},\ \ x_- < x < x_+;\quad x_-,\ x,\ x_+ \in \mathbb{R}^n$$

У своїй роботі ми використовували побудову плану експерименту за допомогою латинського гіперкуба для *k* точок плану експерименту.

Поліноміальні поверхні (PRS). Найбільш використовуваними є квадратичні поліноми, які для n- вимірного випадку матимуть вигляд:

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i + \sum_{i_1=1}^{n} \sum_{i_2=i_1}^{n} a_{i_1 i_2} x_{i_1} x_{i_2}$$

Для побудови поліноміальних поверхонь в роботі використано як значення функцій мети в точках плану експерименту, так і значення її часткових похідних. Для цього знайдемо похідну полінома:

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \tilde{f}}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial \tilde{f}}{\partial x_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + \sum_{i_2=2}^{n} a_{1 i_2} x_{i_2} + 2a_{11} x_1 \\ \cdots \\ a_n + \sum_{i_2=1}^{n-1} a_{n i_2} x_{i_2} + 2a_{nn} x_n \end{pmatrix}.$$

Коефіцієнти $a_0,\dots,a_{i_1 i_2}$ визначаються за допомогою методу найменших квадратів і мінімізують суму квадратів відхилень поліноміальної функції і її похідних від відповідних значень функції мети точках експерименту .

Радіальні базисні функції (RBF). Для підходу RBF, наближення невідомої функції $f(x)$ в досліджуваних точках x визначається як лінійна комбінація базисних функцій $\varphi(x)$.

$$\tilde{f}(x) = \sum_{i=1}^{k} \omega_i \, \varphi(\|x - x^{(i)}\|)$$

ω_i - невідомі вагові коефіцієнти, що обчислюються за допомогою

$$\begin{pmatrix} \varphi_1(x^1) & \dots & \varphi_k(x^1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1(x^k) & \dots & \varphi_k(x^k) \\ \varphi_1{}^1(x^1) & \dots & \varphi_k{}^1(x^1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1{}^1(x^k) & \dots & \varphi_k{}^1(x^k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1{}^d(x^1) & \dots & \varphi_k{}^d(x^1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1{}^d(x^k) & \dots & \varphi_k{}^d(x^k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x^1) \\ \vdots \\ f(x^k) \\ f^1(x^1) \\ \vdots \\ f^1(x^k) \\ \vdots \\ f^d(x^1) \\ \vdots \\ f^1(x^k) \end{pmatrix} \begin{matrix} \varphi_i(x^j) = \varphi(\|x^i - x^j\|), \\ \\ \varphi_i{}^p(x^j) = \dfrac{\partial \varphi_i(x^j)}{\partial x_p}, \\ \\ f^p(x^j) = \dfrac{\partial f(x^j)}{\partial x_p}, \end{matrix}$$

,

В даній роботі мета-моделі згаданих типів застосовані, як до розв'язування тестових задач нелінійного математичного програмування, так і розв'язування задачі оптимального керування розв’язком рівняння еліптичного типу в одновимірній області. Рівняннями даного типу описується ряд стаціонарних процесів – наприклад, теплопровідності, дифузії. Було сформульовано задачу оптимального керування: знайти таке керування, яке дозволяє в області якомога ближче наблизити розв’язок до заданого значення. В результаті апроксимації функції керування, задача оптимального керування зводиться до задачі нелінійного математичного програмування.

1. *Forrester A.I.J., Sobester A., Keane A.* Engineering design via surrogate modelling: a practical guide. - John Wiley & Sons, Ltd, 2008. – 218 p.
2. *Zhong-Hua Han and Ke-Shi* Surrogate-Based Optimization// Real-World Applications of Genetic Algorithms, Dr. Olympia Roeva (Ed.), 2012, Vol. 20: - P. 158-179.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ВАЛЮТНИХ КУРСІВ НА ОСНОВІ УНІВЕРСАЛЬНОЇ ПЛАТФОРМИ РОЗРОБКИ ПІД WINDOWS 10 (UWP)

Крупей Л.О., Добуляк Л.П., Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
Факультет прикладної математики та інформатики
krupey_ljybchuk@ukr.net

Тема прогнозування динаміки курсу валют є надзвичайно важливою для забезпечення стабільності життя населення та економічного розвитку країни. Без надійного та об'єктивного прогнозування валютного курсу неможливим є планування дохідної та витратної частини бюджету держави, визначення експортних та імпортних цін на продукцію, впровадження ефективної валютної політики.

Оскільки валютний курс піддається постійному коливанню на світовому валютному ринку, неможливим є врахування всіх чинників, що впливають на цей процес, що відповідно ускладнює пошук підходів для побудови оптимальних економіко-математичних моделей [1].

Нами було розроблено проект для аналізу статистичних даних на основі сучасної платформи розробки – UWP (Universal Windows Platform), використовуючи архітектурний патерн розробки MVVM (Model-View-ViewModel) [2]. В проекті здійснено побудову поліноміальних трендів для аналізу тенденцій на основі динамічних рядів і обчислення прогнозних оцінок на певний період часу T із урахуванням закономірностей, що склалися у попередньому періоді. Зокрема, реалізована можливість побудови поліноміальних трендів на основі таких поліномів як лінійний, логарифмічний та гіперболічний.

З метою визначення сили зв'язку між вхідним динамічним рядом (реальні значення) та побудованим трендом (теоретичні значення), в програмі обчислюється коефіцієнт кореляції.

Програма також надає можливість виконати RS-аналіз статистичних даних, а також будувати MA (Moving Average) моделі, зокрема SMA_t, EMA_t, WMA_t:

Для отримання найактуальніших статистичних даних з метою подальшого їх аналізу, нами було реалізовано WCF веб-сервіс, що взаємодіє із API НБУ та надає можливість отримання статистичних даних різних валют за вказаний проміжок часу.

Розглянемо приклад побудови лінійного поліноміального тренда порядку k=14. Наведемо результати роботи програми для даних за період від 12.04.2017 по 12.04.2018 (366 днів).

На рис.1 та рис. 2 представлені десктопна та мобільна версії програми:

Рис. 1. Десктопна версія програми

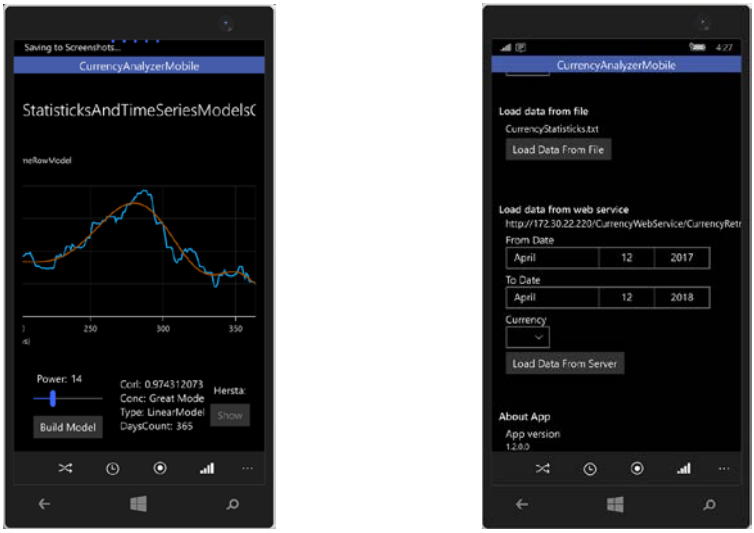


Рис. 2. Мобільна версія програми

1. *Сергієнко О. А., Татар М. С. «*Моделі прогнозування валютних курсів в системі управління конкурентоспроможністю підприємства»

2. *Э.Е. Тихонов* «Методы прогнозирования в условиях рынка»: учебное пособие. - Невинномысск, 2006. - 221 с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ МАСО-ПЕРЕНЕСЕННЯ СОЛЬОВИХ РОЗЧИНІВ У ГРУНТІ З УРАХУВАННЯМ ФРАКТАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ СЕРЕДОВИЩА

Кулик Остап Миколайович, Україна
Національний лісотехнічний університет України
Інститут дерево оброблювальних технологій та дизайну

Грунт — основний компонент наземних екосистем, що утворився протягом геологічних епох в результаті постійної взаємодії біотичних і абіотичних факторів. Важливою властивістю грунтів є їх родючість. Завдяки їй грунти є основним засобом виробництва в сільському та лісовому господарствах, головним джерелом сільськогосподарських продуктів та інших рослинних ресурсів, основою забезпечення добробуту населення. Тому охорона грунтів, раціональне використання, збереження та підвищення їх родючості — неодмінна умова дальшого економічного прогресу суспільства.

Забруднення ґрунту - це потрапляння у ґрунт різних хімічних речовин, токсикантів, відходів сільського господарства і промислового виробництва, комунально-побутових підприємств у розмірах, які перевищують їх звичайну кількість, що необхідна для участі в біологічному кругообігу ґрунтових екологічних систем. Нижче розглянуті основні види забруднення ґрунтів і заходи боротьби з ними.

Математична модель процесу масоперенесення сольових розчинів у грунті з урахуванням фрактальної структури матеріалу описується диференціальним рівнянням у часткових похідних дробового порядку по часовій змінній τ та просторовій змінні1 x [1]-[4]:

$$0\frac{\partial\left(D(c)\frac{\partial c}{\partial x}\right)}{\partial x}-V(c)\frac{\partial c}{\partial x}-\gamma(c-C)=\sigma\frac{\partial^{\alpha}c}{\partial t} \tag{1}$$

$$\mu(h)\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(k(c,h)\frac{\partial h}{\partial x}\right)-\nu(c)\frac{\partial c}{\partial x} \tag{2}$$

$$V=k(c,h)\frac{\partial h}{\partial x}-\nu(c)\frac{\partial c}{\partial x} \tag{3}$$

$$c(x,0)=C_0(x) \tag{4}$$

$$c(0,t) = C_1(t) \tag{5}$$

$$c(l,t) = C_2(t) \tag{6}$$

$$h(x,0) = H_0(x) \tag{7}$$

$$h(0,t) = H_1(t) \tag{8}$$

$$h(l,t) = H_2(t) \tag{9}$$

У математичній моделях (1)–(9) використані такі позначення:

D — коефіцієнт конвективної дифузії;

γ — коефіцієнт масообміну;

C_1, C_2 — концентрації граничного насичення сольових розчинів;

σ — коефіцієнт пористості ґрунтів;

$k(c,h)$ — коефіцієнт фільтрації;

V — швидкість фільтрації сольових розчинів;

h — напори вологи;

ν — осмотичні функції;

$\mu(h)$ — вологоємність ґрунту;

α — параметр фрактальності, дробовий показник похідної по часовій змінній.

Математична модель (1)-(9) дозволяє дослідити солеперенесення при вологоперенесенні в шарах області неповного насичення з урахуванням фрактальної структури грунту. Аналіз отриманих результатів дає змогу дослідити зміну вологи з часом та глибиною по всій області шаруватого ґрунту; розподіл поширення вологи у піщаному шарі ґрунту по всьому ґрунтовому масиві; розподіл концентрації солей з врахуванням розподілу напорів вологи.

1. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторие их приложения. Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.
2. *Sokolowskyi Ya.* Mathematical modelling of non-isothermal moisture transfer and rheological behavior in cappilary-porous materials with fractal structure during drying / *Ya. Sokolowskyi, V. Shymanskyi* // Computer and Information Science. – Canadian Center of Science and Education – Vol. 7, No. 4 – 2014. – pp. 111-122.
3. *Соколовський Я., Шиманський В.* Математична модель тепловологоперенесення та напружено-деформівного стану у капілярно-пористих матеріалах із фрактальною структурою // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. –2012. – Вип. 16. – С. 133-142.
4. *Гусев Е. М.* Проблемы теории переноса жидкости в ненасыщенных пористих середах / *Е. М. Гусев* // Физика почвенных вод. — М. : Наука, 1981.

МЕТОД ТЕПЛОВИХ ПОТЕНЦІАЛІВ ДЛЯ НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПАРАБОЛІЧНОЇ ЗАДАЧІ КОШІ

Лебеденко Надія Володимирівна,
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
nadiykalebedenko@gmail.com

У даній роботі досліджується можливість використання методу телових потенціалів для наближеного розв'язування параболічної задачі Коші.

Нехай $D \subset R^2$ – напівобмежена двозв'язна область з границями Γ_1 і Γ_2, $T > 0$. Позначимо $Q_T = D \times (0;T)$, $\Sigma_T^i = \Gamma_i \times (0;T)$, $i = 1,2$. Необхідно знайти розв'язок задачі:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u \ \text{ в } \ Q_T, \\ u(x,0) = 0 \ \text{ в } D, \\ u = f, \ \frac{\partial u}{\partial \vartheta} = g \ \text{ на } \ \Sigma_T^2. \end{cases} \qquad (1)$$

Тут f і g- задані функції. Зокрема складає інтерес знаходження даних Коші u та $\frac{\partial u}{\partial \vartheta}$ на Σ_T^1. Подамо розв'язок у вигляді суми теплових потенціалів простого шару

$$u(x,t) = \frac{1}{4\pi}\int_0^t \int_{\Gamma_1} G(x,t;y,\tau)\varphi(y,\tau)ds(y)d\tau$$
$$-\frac{1}{4\pi}\int_0^t \int_{\Gamma_2} \frac{\partial G(x,t;y,\tau)}{\partial \vartheta(x)} f(y,\tau)ds(y)d\tau,$$

де G – функція Гріна для області з обмеженою границею Γ_2, φ - невідома густина. Використовуючи властивості теплових потенціалів, поставимо у відповідність задачі (1) інтегральне рівняння першого роду

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^t \int_{\Gamma_1} \frac{\partial G(x,t;y,\tau)}{\partial \vartheta(x)} \varphi(y,\tau)ds(y)d\tau = p(x,t), \quad (x,t) \in \Sigma_T^2, \quad (2)$$

$$p(x,t) = 2g(x,t) + \frac{1}{2\pi}\int_0^t \int_{\Gamma_2} \frac{\partial^2 G(x,t;y,\tau)}{\partial\vartheta(x)\partial\vartheta(y)} f(y,\tau)ds(y)d\tau$$

Припускаючи параметричне задання кривої $\Gamma_1 = \{x_1(s) = (x_{11}(s), x_{12}(s)): 0 \le s \le 2\pi\}$, запишемо рівняння (2) у вигляді:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^t \int_0^{2\pi} H^{(1)}(s,\sigma;t,\tau)\mu(\sigma,\tau)d\sigma d\tau = F(s,t), (s,t) \in [0,2\pi] \times (0,T),$$
$$F(s,t) = 2\tilde{g}(s,t) + \frac{1}{2\pi}\int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\sigma,\tau)H^{(2)}(s,t;\sigma,\tau)d\sigma d\tau, \quad (3)$$

$$\tilde{f}(s,t) = f(x_2(s),t),\ \tilde{g}(s,t) = g(x_2(s),t), \mu(s,t) = \varphi(x_1(s),t)|x_1'(s)|.$$

Після застосування методу колокації по часовій змінній з кусково-постійними базисними функціями і точного обчислення інтегралів по часу рівняння (3) редукується до рекурентної послідовності 2π - періодичних інтегральних рівнянь Фредгольма [1]

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H_0^{(1)}(s,\sigma)\mu_n(\sigma)d\sigma = F_n(s) - \frac{1}{2\pi}\sum_{m=1}^{n-1}\int_0^{2\pi} H_{n-m}^{(1)}(s,\sigma)\mu_m(\sigma)d\sigma,$$

$$F_n = 2\widetilde{g_n}(s) + \frac{1}{2\pi}\sum_{m=1}^{n-1}\int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{f_m}(\sigma)H_{n-m}^{(2)}(s,\sigma)d\sigma, \qquad n = 0,\dots,N. \quad (4)$$

Зауважимо, що в ядрі $H_p^{(2)}$ міститься особливість. Повна дискретизація послідовності (4) здійснюється методом тригонометричних квадратур [2].

Отже в кожен момент часу необхідно розв’язувати систему лінійних рівнянь, матриця якої є незмінною, а права частина містить розв’язки, отримані у попередні моменти часу. Зважаючи на некоректність цих систем, при їх розв’язуванні застосовуємо регуляризацію Тіхонова.

Проведені чисельні експерименти підтверджують ефективність запропонованого методу.

1. *Chapko R.* On the numerical solution of the inverce parabolic problem for the heat quation/ *R. Chapko, R. Kress, R.J. Yoon*// Inverse Problems.- 1998. - 14.- p.853-867.
2. *Kress R.* Linear Integral Equations/ *R.Kress*. - Heidelberg:Springer- Verlag , 1999. - 368 c.

НЕЙРОМЕРЕЖЕВА СИСТЕМА ВИЯВЛЕННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ПАТОЛОГІЙ СЕРЦЯ

Леньо Соломія Андріївна, Україна
Львівське територіальне відділення МАН України, КЗ ЛОР "Львівська обласна Мала академія наук учнівської молоді", Львівський навчально-виховний комплекс
"Школа І ступеня – гімназія"
solomialenio13@gmail.com

Вступ. Згідно статистики кінця XX-початку XXI століття, захворювання серцево-судинної системи посідають чільне місце (майже 80%) серед причин смертності населення усіх вікових категорій. При чому в 90% випадків їх можна вилікувати за вчасної та точної діагностики, кажуть спеціалісти. Проблема полягає у застарілих методах діагностики проблем роботи серцево-судинної системи, а саме виявлення їх людиною, що призводить до ряду помилок. Хоча із використанням сучасних технологій її досить легко вирішити.

Найбільш повну інформацію про роботу нашого серця на сьогоднішній день дає лише електрокардіограма (ЕКГ), яка, незважаючи на свою давню історію, все ще залишається досить складною для детального та точного аналізу. Саме тому метою роботи стало створення алгоритму та програмного забезпечення, що зможе, детально проаналізувавши дану йому ЕКГ, виявити збій у роботі серця із якомога меншою похибкою.

Ідеально для **вирішення такої задачі** підходять алгоритми штучного інтелекту, а саме нейронні мережі. Програмна реалізація складається із двох так званих модулів, двох нейронних мереж. Перша з них (2-шаровий перцептрон) призначена для вирішення задачі класифікації, тобто постановки самого діагнозу. Друга (LSTM-рекурентна нейронна мережа) – для знаходження місця зародження електричного імпульсу, що допоможе лікареві при постановці кінцевого діагнозу та курсу лікування.

На вхід системі подаються три файли із специфічними розширеннями .dat , .hea та .xyz. Для роботи із такими файлами існує бібліотека wfdb, за допомогою якої ми розшифровуємо дані та перетворюємо їх в три масиви, що місять значення того чи іншого

відділу ЕКГ в певний момент часу. Ці сигнали і йдуть на вхід нейронній мережі. Перша нейронна мережа має три входів, для кожного сигналу відповідно, та один прихований шар, що складається із дев'яти нейронів. На виході ми отримуємо діагноз (на даний момент нейронна мережа вміє розрізняти дев'ять різних діагнозів, серед яких тахікардія, брахікардія, інфаркт міокарда, гіпертрофія тощо).

Другий програмний модуль призначений для того, щоб знайти місце, де зародився електричний імпульс, оскільки саме це є головною причиною збою в роботі серця людини. LSTM рекурентні мережі або так звані мережі із довгою короткотривалою пам'яттю показують хороші результати у роботі із несегментованими даними, тобто такими де кожен елемент є безпосередньо пов'язаний із попереднім, наприклад речення або ж дана нам ЕКГ. Проте пошук ділянки зародження електричного імпульсу не є таким простим завдання, для цього потрібна опорна точка. За цю опорну точку ми приймаємо зубець R, який є піком ЕКГ і відображає процес поляризації. У згаданій раніше бібліотеці wfdb є реалізований алгоритм Пан-Томпкінса, який знаходить зубці R. Отже спершу ми знаходимо зубці R серед перших трьох відділень, після чого ми перевертаємо масиви задом-наперед. Таким чином мережа досліджуватиме рух електричного імпульсу від його піку до самого зародження. На вхід LSTM рекурентна нейронна мережа отримує вже три сигнали із головних відділень (I, II та III). Дана нейронна мережа складається лише із одного прихованого шару з троьх нейронів. На виході ми отримуємо ділянку серця (правий, лівий шлуночок, АВ-вузол тощо), в які зародився патологічний електричний імпульс.

Система є реалізована мовою Python 3.6.4 із використанням бібліотек для роботи з мережами з високорівневою архітектурою Keras з бек-ендом Teano та базової бібліотеки машинного навчання scikit-learn. Окрім цього для роботи із вхідними даними використовується бібліотека wfdb. Тренувальна та контрольна вибірки були сформовані на основі бази даних PTB Diagnostic ECG із ресурсу PhysioNet.org.

Дане програмне рішення показує досить непогані результати: точність роботи першого програмного модуля становить 80%, в той час як точність роботи другого – близько 60%. Безперечно система ще має безліч шляхів та удосконалення та покращення результатів. Одним із таким способів є створення кількох мереж, що працюватимуть

паралельно та виноситимуть спільне рішення, а також тестування системи на експериментальних даних.

Варто також додати, що за рахунок роботи із фалами .dat , .hea та .xyz безпосередньо дана програма може використовуватись не лише в домашніх умовах пацієнтами, а й слугувати прикладним програмним забезпеченням для ЕКГ-апарату безпосередньо. Таким чином діагноз буде надаватися миттєво після зняття ЕКГ під наглядом спеціаліста-кардіолога.

Висновки. У результаті виконаної роботи було розроблено алгоритм та створено програмний продукт, який вирішує проблему постановки діагнозу про роботу серцево-судинної системи людини на базі ЕКГ із 70-відсотковою успішністю.

1. *Онлайн курс «ЕКГ під силу кожному»*. [Електронний ресурс] - https://www.youtube.com/watch?v=H-TnrZxHbzU&list=PLlNBsfdvoYudukyw5axeXDRxp0jf_gffc
2. *Онлайн курс «Машинне навчання».* [Електронний ресурс] - https://edx.prometheus.org.ua/courses/IRF/ML101/2016_T3/info

РЕАЛІЗАЦІЯ ТРИКРОКОВОГО АЛГОРИТМУ НА БАЗІ МЕТОДУ БРОЙДЕНА

Максимишин Р.О., Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка
факультет прикладної математики та інформатики
maksymyshyn.roman@gmail.com

Розглядається задача

$$f(x) \to min, \qquad x \in \mathbb{R}^n$$

Для мінімізації функції багатьох змінних використовують послідовні алгоритми, коли вибір наступного наближення залежить від попередніх результатів, їх загальний вигляд такий:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k h_k, \text{ де } \alpha_k \in R^n,\ k = 0,1, \dots$$

Кожен конкретний алгоритм визначається заданням початкового наближення x_k правилом вибору напряму h_k і чисел α_k залежно від інформації, яку отримали на підставі попередніх обчислень, а також правилом умов зупинки. Вектор h_k визначає напрям $k+1$ – го кроку методу мінімізації, а коефіцієнт α_k - довжину цього кроку.

Одним із класичних способів розв’язування даної задачі являється метод Ньютона. Однак, важливим його недоліком є велика трудомісткість кожної ітерації, що особливо сильно відчувається при великих n (на кожному кроці треба обчислювати матрицю Гессе). Метою дослідження була побудова підходу, який би був не менш ефективним, але позбавлений недоліків методу Ньютона. Тому за основу для алгоритму був взятий квазіньютонівський метод Бройдена.

В досліджуваному трикроковому алгоритмі на базі методу Бройдена на кожній ітерації, з використанням методів градієнтів та Бройдена, обчислюються два проміжні наближення до розв’язку, а наступне наближення алгоритму шукається як мінімум на прямій, що з’єднує отримані точки.

$$u_k = x_k - \alpha_k H_k f'(x_k)$$

$$v_k = x_k - \beta_k f'(x_k), \;\; k = 0,1,2,\ldots$$

$$x_{k+1} = arg\ min_\gamma\ f(u_k + \gamma_k(v_k - u_k))$$

$$H_0 = I \qquad\qquad H_{k+1} = H_k + \frac{(\Delta x_k - H_k \Delta y_k)(\Delta x_k - H_k \Delta y_k)}{(\Delta x_k - H_k \Delta y_k, \Delta y_k)}$$

де k – поточна ітерація, n – розмірність простору з якого взята функція. Обчислення проводились до виконання однієї з наступних умов, з точністю $e = 10^{-8}$

$$min\{\|f'(x_{k+1})\|, \qquad \|x_{k+1} - x_k\|, \qquad |f(x_{k+1}) - f(x_k)|\} < e$$

Коефіцієнти α, β, γ обчислювалися шляхом одновимірної мінімізації із низькою точністю та методом дроблення.

Результати обчислень подано нижче в таблиці для розширеної функції Розенброка: $f(x) = \sum_{n=1}^{n/2}[100(x_{2i} - {x_{2i-1}}^2)^2 + (1 - {x_{2i-1}}^2)^2] \to min$, де I – кількість ітерацій, n – розмірність простору, C – кількість обчислень еквівалентних $f(x)$, для порівняння взято методи Бройдена (2), його трикроковий аналог (1), та метод Ньютона (3). Початкове наближення $(-0.5; -0.5; \ldots; -0.5)$

n	(1)		(2)		(3)	
	I	C	I	C	I	C
20	8	662	67	4486	17	3952
60	8	980	113	11724	17	32172
100	8	1302	141	20100	18	92744
150	9	1934	162	30760	18	206594
200	9	2360	204	48684	18	365444

На підставі експериментів застосованих до кількох тестових функцій та порівняння отриманих результатів, було виявлено, що запропонований трикроковий алгоритм не поступається методам Ньютона і Бройдена в сенсі кількості обчислень, а переважно дає кращу

ефективність, що чітко виявляється при збільшенні кількості змінних (n).

1. *Бартіш М.Я.* Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. – Львів. Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2006.
2. *Бартіш М.* Трикрокові методи мінімізації функцій / М.Я. Бартіш, Н.П. Огородник // Математичні студії. – 2008.– Т. 28, №1. – С. 108-112.
3. *Дэннис Дж. мл., Шнабель Р.* Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М.; 1988.

ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ПАРАЛЕЛЬНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПЛОСКОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Малюга Олена Ігорівна, Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
olenkamaluga@gmail.com

Використання математичного моделювання та сучасних інформаційних технологій для оцінки міцності конструкцій зумовлює появу розрахункових задач великої та надвеликої розмірності. Для таких актуальним є застосування паралельних обчислень і кластерів.

Була розглянута плоска задача теорії пружності. Для розв'язування задачі використано метод ізопараметричних квадратичних скінченних елементів. Стандартна процедура застосування МСЕ приводить до розв'язування системи лінійних рівнянь Ax = b. Структура матриці A і правої частини b залежить від сітки розбиття області Ω на скінченні елементи Ω_e. Матрицю A можна розглядати як квадратну матрицю $N \times N$(N-загальна кількість невідомих у вузлах), як блочно-діагональну матрицю або як матрицю стрічкової будови. Побудова алгоритму розв'язування поставленої задачі з використанням n_p процесів полягає у представленні області Ω як об'єднання n_p підобластей, тобто

$$\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup .. \cup \Omega_{n_p}; \quad \Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset, i \neq j, j = 1, n_p.$$

У кожній підобласті Ω_i будується сітка МСЕ з використанням i-го процесу. Кожна підобласть Ω_i містить N_i вузлів і M_i елементів. Позначимо через $\widehat{A_i}$ матрицю жорсткості, $\widehat{x_i}$ - вектор невідомих, $\widehat{b_i}$ - вектор правих частин підобласті Ω_i без вкладів з сусідніх підобластей, а через $\overline{A_i}$, $\overline{x_i}$, $\overline{b_i}$ ті ж величини, але з вкладами з сусідніх підобластей у глобально-розподіленому форматі. Глобальну матрицю жорсткості A можна представити, використовуючи булеву матрицю

$C_i \in Z^{n_i \times N}$(матрицю зв'язності).

$$A = \sum_{i=1}^{n_p} C_i^T \widehat{A}_i C_i; \quad \overline{x_i} = C_i x; \quad \overline{b_i} = C_i b;$$

$$x = \sum_{i=1}^{n_p} C_i^T \widehat{x_i}\,;\; b = \sum_{i=1}^{n_p} C_i^T \widehat{b_i}$$

Необхідно відзначити, що саме обчислення за попередніми формулами вимагають комунікації між процесами, тобто здійснення обміну між процесами частинами векторів $\widehat{x_{\mathrm{i}}}$ і $\widehat{b_{\mathrm{i}}}$, які необхідні для обчислення $\overline{b_{\mathrm{i}}}$ і $\overline{x_{\mathrm{i}}}$.

Для розв'язування СЛАР було використано модифікований метод спряжених градієнтів, який не вимагає побудови глобальної матриці жорсткості і дає можливість ефективно використовувати паралельні обчислення.

Програму було реалізовано на кластері університету Івана Франка на мові C++. Для апробації розробленого алгоритму було розглянуто плоску деформацію консольної балки рівномірно навантаженої на верхній границі. Дослідження проводились на одному (послідовний алгоритм), двох, п'ятьох і десятьох вузлах. Для цього область Ω розбивалась на відповідну кількість підобластей. Розбиття всієї області і кожної підобласті здійснювалось таким чином, щоб розмірність СЛАР була однаковою у всіх випадках, тобто для послідовного і паралельного алгоритмів. На рис. 1 зображено прискорення t_1/t_i алгоритму для різної кількості процесів, де t_1 - час розв'язування задачі на одному процесорі (послідовний алгоритм), а t_i- час розв'язування задачі на з використанням i процесорів. Як видно з наведених даних, чим більша розмірність СЛАР, тим ефективніше використовувати паралельний алгоритм.

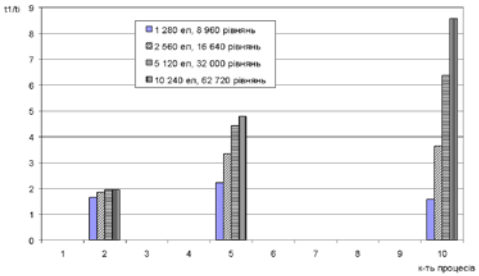


Рис.1 *Прискорення паралельного алгоритму для різної кількості процесів*

1. *Антонов А.С.* Параллельное программирование с использованием технологии MPI.
2. *Дияк І.* Комп'ютерне моделювання локально нелінійних задач на основі методу декомпозиції області

ПРОЕКТУВАННЯ ТА РЕАЛІЗАЦІЯ МОДЕЛІ СИСТЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПАРКОМІСЦЬ МІСТА

Мандибур Андрій Володимирович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
mandybur.andriy@gmail.com

Сьогодні питання паркування є особливо актуальним у проблемі облаштування громадського простору не лише для Львова з його особливостями історичної забудови, а й інших великих міст України.

У нашому дослідженні ми використовуємо підхід, який ґрунтується на детальній імітації паркомісць міста в комп`ютерній програмі. Використання такого підходу дає можливість залучати для аналізу значно більше важливих інформаційних даних. Наприклад, відведений та залишковий час для перебування автомобіля на паркомісці, розпізнавання вільних та зайнятих паркомісць.

При запуску програми формується модель із заданими координатами паркомісць, де зайняте паркомісце позначене червоним кольором, а вільне синім. Також визначається місцезнаходження автомобіля, для якого потрібно знайти вільне паркомісце.

В момент переміщення автомобіля програма шукає усі вільні паркомісця та здійснює пошук оптимального шляху від місцезнаходження автомобіля до найближчого вільного паркомісця.

Після прибуття на місце призначення, паркомісце змінює свій колір на червоний і виділяється дві години для перебування автомобіля на вибраному місці.

Користувач має можливість бачити усі паркомісця, відрізняти вільні від зайнятих, і клікнувши на одне з них, отримати інформацію про залишковий час на вибраному місці. Також візуально зображено оптимальний щлях, за яким користувач може здійснювати рух.

У підсумку можна сказати, що проектування та реалізація моделі системи забезпечення паркомісць міста значно спрощує пошук вільного паркомісця. Розроблена система має повноцінний набір необхідних інструментів для користувача, а підхід на основі детальної імітації паркомісць підвищує її надійність. Тому, розроблена модель системи

Рис. 1 Модель паркомісць та їхній залишковий час.

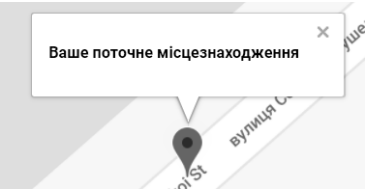


Рис. 2 Відображення поточного місцезнаходження.

допомагає користувачеві заощадити час та забезпечити зручність у пошуку оптимального шляху.

1. Maps JavaScript API [Електронний ресурс] – Режим доступу: https://developers.google.com/maps/documentation/javascript/– Назва з екрану.
2. Place Search [Електронний ресурс] – Режим доступу: https://developers.google.com/places/web-service/search – Назва з екрану.
3. Geolocation API [Електронний ресурс] – Режим доступу: https://developers.google.com/maps/documentation/geocoding/ – Назва з екрану.
4. Marker Clustering [Електронний ресурс] – Режим доступу: https://developers.google.com/maps/documentation/javascript/marker-clustering – Назва з екрану.

ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ КІНЦЕВИМ РОЗПОДІЛОМ ТЕМПЕРАТУР У ОДНОРІДНІЙ ПЛАСТИНЦІ

Мартиненко Михайло Сергійович, Харків, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки,
Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту
e-mail: mykhailo.martynenko@nure.ua

Розглядається задача оптимального керування кінцевим розподілом тепла у пластинці. Математична модель процесу розповсюдження тепла у пластинці описується двовимірним рівнянням теплопровідності з початковою та крайовими умовами [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \Delta u + f\left(t, x, y\right) + p(t, x, y), \qquad x \in (0, a), \qquad y \in (0, b), \qquad t \in (0, T], \tag{1}$$

$$u\,|_{t=0} = 0, \ \left.\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} + \alpha u\right|_{\partial\Omega} = 0, \tag{2}$$

де $f(t, x, y) \in L_2(Q)$ – задана функція, а $p(t, x, y)$ – керуюча функція, $\overline{Q} = \overline{\Omega} \times [0, T]$, $\overline{\Omega} = [0, a] \times [0, b]$.

Вважатимемо припустимими керуваннями функції $p(t, x, y) \in L_2(Q)$, які майже всюди у Q задовольняють умову $\left|p(t, x, y)\right| \le 1$.

Задача оптимального керування полягає у тому, щоб відшукати таке припустиме керування $p^*(t, x, y)$ та відповідний йому розв'язок $u^*(t, x, y)$ задачі (1) – (2), за яких функціонал якості

$$I = \int_0^a \int_0^b [u(T, x, y) - z(x, y)]^2 \, dxdy + \beta \int_0^a \int_0^b \int_0^T p^2(t, x, y) dxdydt$$

набуває найменшого значення.

Розв'язуючи задачу за допомогою принципу максимуму аналогічно до одновимірного випадку, розглянутого у [2], отримаємо оптимальне керування у вигляді:

$$p^*(t, x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\lambda^2 \mu_{mn}^2 q_{mn}}{2\beta\lambda^2 \mu_{mn}^2 + 1 - e^{-2\lambda^2 \mu_{mn}^2 T}} \cdot e^{\lambda^2 \mu_{mn}^2 (t-T)} \cdot \Phi_{mn}(x, y),$$

де

$$q_{mn} = z_{mn} - \int_0^T f_{mn}(\tau) e^{\lambda^2 \mu_{mn}^2 (\tau - T)} d\tau,$$

$$\Phi_{mn}(x,y)=\left(\sqrt{\rho_n}\cos\sqrt{\rho_n}x+\alpha\sin\sqrt{\rho_n}x\right)\cdot\left(\sqrt{\eta_m}\cos\sqrt{\eta_m}y+\alpha\sin\sqrt{\eta_m}y\right),$$

$$\mu_{mn}=\sqrt{\eta_{mn}+\rho_{mn}}\ ,$$

$\rho_n=\dfrac{\xi_n^2}{a^2}$, ξ_n – n-й додатний корінь рівняння $\operatorname{tg}\xi=\dfrac{2\alpha a\xi}{\xi^2-\alpha^2a^2}$,

$\eta_m=\dfrac{\zeta_m^2}{b^2}$, ζ_m – m-й додатний корінь рівняння $\operatorname{tg}\zeta=\dfrac{2\alpha b\zeta}{\zeta^2-\alpha^2b^2}$.

Наведемо результати обчислювального експерименту за різної ступені обмеження керування $p(t,x,y)$. Розглянуто три випадки $\beta=0$, $\beta=0,001$, $\beta=0,1$. Бажаний розпо діл температури у пластинці у кінцевий момент часу має вигляд:

$$z(x,y)=xy\left(x-\frac{a}{2}\right)(x-a)(y-b)\ \text{(рис. 1).}$$

Порівняння бажаного й фактичного розподілів температур наведено у табл. 1.

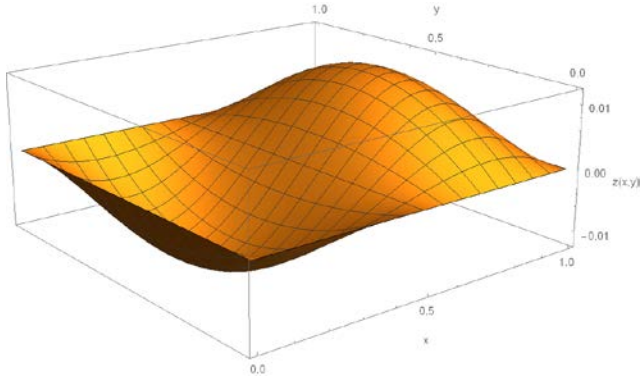


Рисунок 1 – Бажаний розподіл температур $z(x,y)$ у пластинці у кінцевий момент часу $T=1$

Таблиця 1 – Порівняння якості керування температурою для різних β

β	$\left(\int_0^a\int_0^b[u(T,x,y)-z(x,y)]^2\,dxdy\right)^{\frac{1}{2}}$
0	$0,96\cdot10^{-4}$

0,001	$0,88 \cdot 10^{-3}$
0,01	$0,47 \cdot 10^{-2}$

1. *Мартинсон Л.К., Малов Ю.И.* Дифференциальные уравнения математической физики. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 368 с.

2. *Егоров А.И.* Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. – М.: Наука, 1978. – 464 с.

СИСТЕМА АВТОМАТИЗАЦІЇ РОБОТИ МЕДИЧНОГО ЗАКЛАДУ НА ОСНОВІ СТАНДАРТУ FHIR

Мельник Дмитро Дмитрович, Бігун Ярослав Йосипович, Юрценюк Андрій Володимирович
Україна, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, факультет математики та інформатики
wdimamiller@gmail.com

Системи автоматизації різних аспектів роботи медичних закладів давно стали частиною їх інфраструктури. Протягом останніх 20 років вони вийшли далеко за межі медичної картки хворого (системи типу Electronic Health Record, Electronic Medical Record) та фінансових аспектів (бухгалтерські системи). Сьогодні окремі чи інтегровані програмні комплекси застосовуються для отримання, обробки та зберігання лабораторних, візуальних та даних інших досліджень (КТ, МРТ, УЗД, ЕКГ, мікроскопія тощо)

Більше 30 років тому постало питання об'єднання таких програмних систем та обмін інформацією між ними. Донедавна в цій області домінував стандарт HL7, започаткований ще у кінці 70-х років. Стандарт передбачає інформаційну модель даних, протоколи передачі та формат повідомлень між інформаційними системами з різною архітектурою.

Проте, з розвитком веб-технологій виявились і недоліки – стандарт надто складний, потребує окремих портів для передачі даних, погано пристосований для розробки веб-додатків. На початку 2000-х років активно розробляються альтернативні стандарти для зберігання та передачі медичних даних, серед яких домінують openEHR та FHIR, які пристосовані до передачі структурованих повідомлень у форматах XML/JSON та використання REST.

Для розробки нової системи автоматизації в медичному центрі Angelholm мною обрано стандарт FHIR (Fast Healthcare Interoperability Resources), який добре пристосований для зберігання і передачі даних у форматі JSON, передбачає RESTful архітектуру клієнт-сервер.

В моделі даних стандарту базовою одиницею для операцій є ресурси, якими описуються усі дані, що підлягають збереженню чи обміну.

Всі ресурси у FHIR поділяють такі характеристики:

- спільний спосіб визначення подачі і представлення, побудова їх з базових типів даних, що визначають загальні шаблони елементів, що часто використовуються;
- спільний набір метаданих;
- близьке людському розумінню представлення.

У програмній системі, яка розробляється використовується реалізація стандарту у вигляді бібліотек HAPI FHIR для керування даними, зв'язку з будь-якою реалізацією RESTful-сервера, що відповідає цьому стандарту. Для реалізації бізнес-логіки та веб-інтерфейсу використовується Spring Framework, ZK Framework, що дозволяють побудову складних веб-інтерфейсів із мінімальним використанням коду на стороні браузера, а також підтримує модульність, різні способи автентифікації користувачів та добре масштабуються.

Таким чином, прийнятий у центрі Angelholm стандарт потребує більше часу на вивчення та опрацювання нових концепцій та патернів програмування в порівнянні з подібною програмною системою на основі реляційної моделі даних. Але даний стандарт дозволяє одразу перейти до програмування клієнтської частини та бізнес-логіки, а також вирішує більшість питань, пов'язаних з розширенням системи чи додаванням нових клієнтів та модулів, розробкою мобільних додатків, обміном даними між багатьма серверами та клієнтами, незалежно від їх об'єму.

1. Офіційний сайт стандарту FHIR [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL : https://www.hl7.org/fhir/
2. Офіційний сайт бібліотеки HAPI FHIR [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL : http://hapifhir.io/
3. Clinical Predictive Modeling Development and Deployment through FHIR Web Services [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL : https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4765683/

ДЕЯКІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ ПРО НАЙМЕНШІ КВАДРАТИ

Мисько Юліан Павлович,
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
yulianmysko@outlook.com

Нелінійні задачі про найменші квадрати часто виникають при розв'язуванні інженерних та наукових задач. Для її розв'язування можна використати метод Гаусса-Ньютона і його модифікації. Однак, ці методи використовують похідні від функції $F(x)$, які на практиці буває дуже важко або неможливо обчислити. В таких випадках пропонується використання ітераційно-різницевих методів, які не потребують похідних або комбіновані методи, що використовують похідні від диференційовної частини та поділені різниці від недиференційовної частини нелінійного оператора, та мають високий порядок збіжності.

Розглянемо нелінійну задачу про найменші квадрати:

$$\min_{x\in R^n}\frac{1}{2}(F(x)+G(x))^T(F(x)+G(x)), \qquad (1)$$

де $F+G:R^n\to R^m$ (m ≥ n) нелінійна по x, F – неперервно диференційовна функція, G – неперервна функція, диференційовності якої, загалом, не вимагається.

Для розв'язування задачі (1) пропонується наступна ітераційна процедура:

$$x_{k+1}=x_k-(A_k^TA_k)^{-1}A_k^T(F(x_k)+G(x_k)),\ k=0,1,..., \qquad (2)$$

Зокрема, розглянемо такі випадки [1, 2]:

1. Метод типу Гаусса-Ньютона:

$$A_k=F'(x_k); \qquad (3)$$

2. Різницеві методи:

) $$A_k = \delta F(x_k, x_{k-1}) + \delta G(x_k, x_{k-1}); \qquad 4)$$

) $$A_k = \delta F(x_k, x_{k-1}) + \delta G(x_k, x_{k-1}) + \delta F(x_{k-2}, x_k) + \\ + \delta G(x_{k-2}, x_k) - \delta F(x_{k-2}, x_{k-1}) - \delta G(x_{k-2}, x_{k-1}); \qquad 5)$$

) $$A_k = \delta F(2x_k - x_{k-1}, x_{k-1}) + \delta G(2x_k - x_{k-1}, x_{k-1}); \qquad 6)$$

3. Комбінований метод Ньютона і хорд:

$$A_k = F'(x_k) + \delta G(x_k, x_{k-1}); \qquad (7)$$

де $\delta F(x, y)$ – поділена різниця першого порядку. Додаткові початкові точки обчислюються як $x_{-1} = x_0 + 0.01 * x_0$, $x_{-2} = x_0 - 0.01 * x_0$. Умова зупинки ітераційного процесу: $\|x_{k+1} - x_k\| \le 10^{-8}$.

Розглянуті методи реалізовано і результати обчислювальних експериментів наведені у Табл. 1 для задач 1-4 із статті [2] та у Табл. 2 для задач із статті [3, с. 21-24]. В таблицях наведено кількість ітерацій, необхідних для визначення розв’язку із заданою точністю.

Номер прикладу	Метод		
	(2), (3)	(2), (4)	(2), (7)
1	—	28	3
2	20	28	19
3	—	12	10
4	—	17	14

Таблиця 1.

Як видно з Табл. 1, у випадку, коли функція є недиференційовною, комбінований метод (2), (7) працює найефективніше.

У Табл. 2 різницеві методи (2), (4) – (2), (6) за кількістю ітерацій практично не поступаються, а в багатьох випадках працюють краще за метод Гаусса-Ньютона ( ), однак, вони не потребують обчислення похідних.

Номер прикладу	Метод			
	(2), (4)	(2), (5)	(2), (6)	Гаусса-Ньютона
1	3	3	3	3
2	34	23	55	63
3	18	—	45	13
4	5	8	8	7
5	10	10	13	46
8	16	—	15	7
9	3	3	4	3
12	7	—	7	6
13	44	28	42	28
14	27	42	31	51

Таблиця 2.

1. *Shakhno S.M.* On an iterative algorithm of order 1.839… for solving the nonlinear least squares problems / *S.M. Shakhno, O.P. Gnatyshyn* // Applied Mathematics and Computation. – 2005. – Vol. 161. – P. 253-264.
2. *Shakhno S.M.* An iterative method for solving nonlinear least squares problems with nondifferentiable operator / *S.M. Shakhno, R.P. Iakymchuk, H.P. Yarmola* // Matematychni Studii. – 2017. – Vol. 48, No. 1. – P. 97–147.
3. *Moré J.J.* Testing unconstrained optimization software / *J.J. Moré, B.S. Garbow, K.E. Hillstrom* // ACM Transactions on Mathematical Software. – 1981. – Vol. 7, No. 1. – P. 17–41.

ТРИКРОКОВИЙ АЛГОРИТМ НА ОСНОВІ МЕТОДУ ДЕВІДОНА-ФЛЕТЧЕРА-ПАУЕЛЛА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ БЕЗУМОВНОЇ МІНІМІЗАЦІЇ

Нанинець В.Я., Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка
факультет прикладної математики та інформатики
nanvolodja123@gmail.com

Розглянемо задачу безумовної мінімізації

$$f(x) \to min, \qquad x \in \mathbb{R}^n$$

Знайти явний розв'язок задачі на екстремум вдається вкрай рідко, але є багато різних алгоритмів для розв'язування таких задач. З появою обчислювальної техніки з'явилась можливість будувати алгоритми, які дають наближений розв'язок задачі із заданою точністю. На жаль, універсального методу немає, що потребує побудови нових методів, які в тому або іншому сенсі ефективніші. Очевидно, що побудова таких методів є актуальною сьогодні, оскільки задачі оптимізації присутні практично в усіх сферах нашого життя.

Відомими методоми для розв'язування задачі безумовної мінімізації є квазіньютонівський метод Девідона-Флетчера-Пауелла з надлінійною швидкістю збіжності і градієнтний метод з лінійною швидкістю збіжності [1].

Пропонується алгоритм на основі методу Девідона-Флетчера-Пауелла, який має наступний вигляд:

$$u_k = x_k - \alpha_k H_k f'(x_k), \quad \alpha_k \in (0,1]$$

$$v_k = x_k - \beta_k f'(x_k)\,,$$

$$x_{k+1} = arg \min_{\gamma} f(u_k + \gamma(v_k - u_k)),\ k = 0,1,\dots$$

де $H_0 = I,\ H_{k+1}$ шукаємо за формулою

$$H_{k+1} = H_k + \frac{\Delta x_k * \Delta x_k}{(\Delta x_k, \Delta y_k)} - \frac{H_k(\Delta y_k * \Delta y_k)H_k}{(H_k \Delta y_k, \Delta y_k)}$$

$$\Delta x_k = x_{k+1} - x_k,\ \Delta y_k = f'(x_{k+1}) - f'(x_k)$$

В запропонованому методі на кожному кроці за допомогою методу Девідона-Флетчера-Пауелла і градієнтного методу обчислюються два проміжні наближення до розв'язку, а наступне наближення алгоритму шукається як мінімум на прямій, що з'єднує отримані точки.

Обчислення проводились до виконання однієї з наступних умов, з точністю $\varepsilon = 10^{-8}$

$$min\{\|f'(x_{k+1})\|,\ \|x_{k+1} - x_k\|,\ |f(x_{k+1}) - f(x_k)|\} < \varepsilon$$

Коефіцієнти α, β, γ обчислювалися шляхом одновимірної мінімізації.

Результати обчислень подано нижче в таблиці для розширеної функції Розенброка: $f(x) = \sum_{n=1}^{n/2}[100(x_{2i} - {x_{2i-1}}^2)^2 + (1 - {x_{2i-1}}^2)^2] \to min$, де n – розмірність простору, i – кількість ітерацій, c – кількість обчислень еквівалентних обчисленню функції $f(x)$. Порівнюються методи: (1) – трикроковий алгоритм на основі методу Девідона-Флетчера-Пауелла, (2) – метод Девідона-Флетчера-Пауелла, (3) – метод Ньютона. Початкове наближення $(-0.5; -0.5; \dots; -0.5)$.

n	(1)		(2)		(3)	
	i	c	i	c	i	c
20	10	1106	57	5106	17	4322
60	11	2068	94	15498	17	33222
100	11	2918	116	28088	18	94576
150	11	3976	101	34070	18	209326
200	11	5040	107	46760	18	369076

Метод проявив свою ефективність в сенсі кількості обчислень, особливо при великих n, оскільки він не потребує обчислення другої похідної та оберненої матриці.

1. *Бартіш М.Я.* Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. – Львів. Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2006.
2. *Бартіш М.* Трикрокові методи мінімізації функцій / М.Я. Бартіш, Н.П. Огородник // Математичні студії. – 2008.– Т. 28, №1. – С. 108-112.
3. *Бейко І. В.* Задачі, методи та алгоритми оптимізації / І. В. Бейко, П. М. Зінько, О. Г. Наконечний. – К.: ВПЦ Київський університет. – 2012. – 800с.

ПОЗДОВЖНІЙ ЗСУВ ОРТОТРОПНОГО ТІЛА З ТОНКИМ ПРУЖНИМ ВКЛЮЧЕННЯМ

Нос Надія Василівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
nosnadya.n@gmail.com

Для надання елементам конструкцій бажаних багатофункціональних властивостей часто використовують матеріали із сформованою чи природною анізотропією їх пружних властивостей, яка в основному визначається типами кристалічних ґраток.

Розробка відповідних математичних моделей таких тіл і методів їх розв'язування відповідних крайових задач для анізотропних середовищ пов'язані з подоланням певних математичних труднощів. Експериментальні й теоретичні дослідження свідчать, що при однакових навантаженнях напружено-деформований стан анізотропного тіла різниться від стану ізотропного, істотно залежачи від міри анізотропії пружних властивостей матеріалу.

Вісь *Oz* спрямуємо уздовж напряму зсуву. За поздовжнього зсуву напружено-деформований стан у кожній площині, перпендикулярній до напряму поздовжнього зсуву, однаковий, а тому достатньо обмежитися аналізом полів у одній із них, зокрема *xOy*. Розглянемо поздовжній зсув ортотропного простору з тонким пружним включенням малої товщини *2h* уздовж відрізка *L`* = *[-a, a]* осі *Ox* декартової системи координат.

Для ортотропного середовища узагальнений закон Гука та рівняння рівноваги, у випадку поздовжнього зсуву, мають вигляд [2]:

$$\frac{\partial w}{\partial y} = a_{44}\sigma_{yz}, \qquad \frac{\partial w}{\partial x} = a_{55}\sigma_{xz}; \tag{1}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} = 0. \tag{2}$$

Введемо функцію напружень $F(x, y)$:

$$\sigma_{xz} = \frac{\partial F}{\partial y}, \qquad \sigma_{yz} = -\frac{\partial F}{\partial x}; \tag{3}$$

Рівняння рівноваги (2) задовольнятиметься тотожно, а зі співвідношень (1) і отримаємо диференціальне рівняння:

$$a_{55}\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}+a_{44}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}=0. \qquad (4)$$

Загальний розв’язок рівняння (4) знаходимо за допомогою інтегрального перетворення Фур’є.

Задачу поздовжнього зсуву ортотропного тіла з тонким пружним включенням розв’язано методом функцій стрибка [3]. За методом функції стрибка вплив тонкого включення на напружено-деформований стан тіла моделюємо стрибками векторів напружень та переміщень на серединній лінії включення L'. У випадку поздовжнього зсуву:

$$\sigma_{yz}^{-}-\sigma_{yz}^{+}=f_1(x), \qquad \frac{\partial}{\partial x}(w^{-}-w^{+})=f_2(x) \quad (x\in L'). \qquad (5)$$

Функції стрибка є, взагалі кажучи, невідомими, хоча для окремих класів задач усі чи деякі стрибки можуть бути заданими наперед.

Отже, у довільній точці тіла напружено-деформований стан визначається геометрією задачі, властивостями матеріалів, зовнішнім навантаженням і функціями стрибка. Для визначення заздалегідь невідомих функцій стрибка використовують умови взаємодії тонкого включення із зовнішнім середовищем , які з погляду математичного моделювання еквівалентні умовам неідеального контакту між прилеглими до включення поверхнями матриці.

Підставивши граничні значення напружено-деформованого стану тіла на серединній лінії включення в умови взаємодії, отримаємо систему незалежних сингулярних інтегральних рівнянь стосовно функцій стрибка:

$$-\frac{1}{h}\int_{-a}^{x} f_2(t)dt+\frac{t_2(x)}{a_{55}^{1}\alpha}=2\sigma_{yz}^{0}(x,0)+2N_{-a}^{2}; \qquad (6)$$

$$\frac{(a_{55}^{\text{в}}\alpha^{\text{в}})^2}{h}\int_{-a}^{x} f_1(t)dt-a_{55}^{1}\alpha\cdot t_1(x)=2\frac{\partial w^0}{\partial x}(x,0)-2(a_{55}^{\text{в}}\alpha^{\text{в}})^2\cdot N_{-a}^{1}; \qquad (7)$$

Сингулярні інтегральні рівняння (6), (7) розв’язано методом колокацій [1].

1. Божидарник В. В. Метод колокацій розв'язання системи сингулярних інтегральних рівнянь / В. В. Божидарник, Г. Т.Сулим // Вісн. Львів. політехн. ін-ту. – 1990. – Вип. 242. – С. 8-13.
2. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела / С. Г. Лехницкий – [2-е изд., перераб. и дополн.]. – М. : Наука, 1977. – 416 с.

3. Sulym G. Antiplane problem for anisotropic layered media with thin elastic inclusions under concentrated forces and screw dislocations / G. Sulym, S. Shevchuk // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. – 1999. – Vol. 37, No. 1. – P. 47–63.

РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ВЕЛИКИХ ДАНИХ

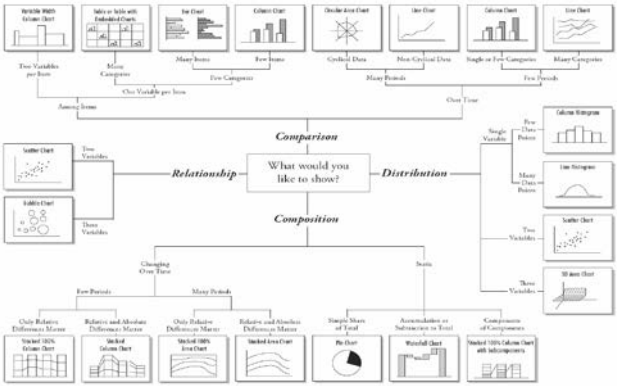
Павленко П.В.,
Львівський національний університет ім. Івана Франка, факультет прикладної математики та інформатики
pete.pavlenko@gmail.com

Візуалізація інформації — це інтерактивне вивчення візуального представлення абстрактних даних для посилення людського пізнання. Візуалізація великих даних дуже часто подають в поганому вигляді і це потребує багато роз'яснень. Для того, щоб зрозуміло подавати інформацію потрібно також усвідомлювати цілі візуалізації.

Цілі візуалізації – це реалізація основної ідеї інформації, це те, заради чого потрібно показати вибрані дані, якого ефекту потрібно досягнути – виявлення взаємозв'язків в інформації, відображення розподілу даних, композиції або порівняння даних.

Залежно від мети і даних можна вибрати найбільш підходящий їм графік. Найкраще уникати різноманітності заради різноманітності і вибирати за принципом "чим простіше, тим краще".

Для того, щоб правильно вибрати тип графіка маючи ціль, можна скористатися наступною діаграмою



Існує проблема для аналітиків які не розуміли візуалізацію даних, тому було проведено аналіз і створено програмне забезпечення яке полегшувало це завдання для них.

1. “Говори мовою діаграм” Джина Желязни
2. Нейтан Яу. Мистецтво візуалізації в бізнесі
3. Ден Роем. Практика візуального мислення

ОБРОБКА ТА АНАЛІЗ ДАНИХ У РЕАЛЬНОМУ ЧАСІ (FAST DATA). ЗБЕРІГАННЯ ВЕЛИКИХ МАСИВІВ ДАНИХ ТА ЇХ ПОДАЛЬШЕ ОПРАЦЮВАННЯ (BIG DATA)

Падус Софія Володимирівна, *Україна*
Львівський національний університет ім.Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
padus.sofija@gmail.com

Інформація – стратегічний ресурс. Той, хто володіє інформацією і має можливість її опрацьовувати, отримує передові можливості. У результаті неперервного потоку інформації, з'являється необхідність її нормалізації, вибору головних аспектів та швидкого аналізу.

У роботі реалізована задача обробки та аналізу даних у реальному часі з використанням сучасних технологій, баз даних, мов програмування та підходів, які буде розглянуто нижче.

Великі дані (big data) — серія підходів, інструментів і методів обробки структурованих і неструктурованих даних величезних обсягів і значного різноманіття для отримання результатів, які може сприймати людина, ефективних в умовах безперервного приросту. Грунтовними принципами роботи з великими даними є: горизонтальна масштабованість, відмовостійкість, локальність даних.

Ще зовсім недавно було важко уявити можливість аналізу петабайтів даних. Сьогодні ж, Hadoop кластери, які побудовані з тисяч вузлів є майже звичним явищем, а все більшої популярності набуває нове поняття – швидкі дані.

Fast Data (Швидкі дані) – дані в режимі реального часу або близького до реального часу, які вимагають миттєвого усвідомлення, швидкого прийняття рішень і негайних дій. Аналіз Fast Data є дуже важливим, проте такі дані дуже часто втрачають свою оперативну цінність протягом короткого проміжку часу.

Apache Kafka розпридільний програмний брокер повідомлень, що призначений для будівництва в режимі реального часу потокових комунікацій даних, що надходять з різних систем або додатків, а також для побудови стрімінгів – програм, які трансформують та обробляють потоки даних. Apache Kafka горизонтально масштабована, відмовостійка й надзвичайно швидка. Базові API кафки: Producer API, Consumer API, Streams API, Connector API.

Apache Cassandra — розподілена система керування базами даних, що відноситься до класу noSQL-систем. Apache Cassandra -

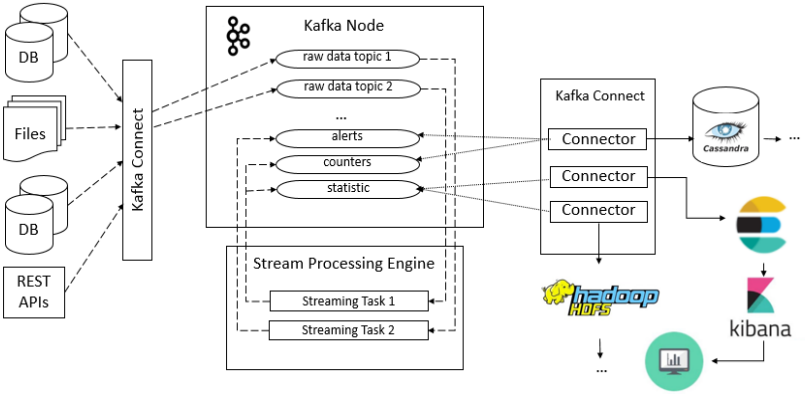
правильний вибір, якщо ціллю є масштабованість і висока доступність без зниження продуктивності.

Elastic Stack надає можливість достовірно і надійно прийняти дані з різних джерел, в будь-якому форматі, зберегти їх, робити пошук та аналіз, візуалізовувати дані у реальному часі.

Elastic Search – серце elastic стеку, розподілений, пошуковий та аналітичний двигун з json rest api, який дозволяє швидко зберігати, шукати і аналізувати великі обсяги даних.

Kibana – надає можливості для управління та візуалізації даних, які знаходяться в Elastic Search.

За допомогою розглянутих технологій, побудовано наступну архітектуру (рис. 1): запис сирих даних з різних джерел у топіки кафки, які за допомогою спеціальних аплікацій – стрімінгів - опрацьовуються і потрапляють у нові топіки, після чого через конектори записуються у elastic search, cassandra для real-time аналітики та в файлову систему hadoop (hdfs) для подальшої offline аналітики.



Дана архітектура була використана для розв’язування практичної задачі, а саме аналізу наявності товарів у мережі магазинів.

1. *Hewitt E.* Cassandra: The Definitive Guide / E. Hewitt, J. Carpenter. - 2nd ed. – O'Reilly Media, 2016. – 92 p.
2. *White T.* Hadoop: The Definitive Guide: Storage and Analysis at Internet Scale / T.White – O'Reilly Media, 2015. – 235 p.
3. *Garg N.* Learning Apache Kafka / N. Garg -2nd ed. – O'Reilly Media, 2015. – 79 p.
4. Elastic Stack and Product Documentation . – Режим доступу: https://www.elastic.co/guide/index.html

5. Confluent Platform Documentation . – Режим доступу: http://docs.confluent.io/current/
6. Apache Kafka Documentation. – Режим доступу: https://kafka.apache.org/documentation/

КРІПЛЕННЯ ДЛЯ ЧЕРЕВИКІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ УНІКАЛЬНОГО МЕТОДУ ЗМІНИ ПОЛЯРНОСТІ МАГНІТІВ

Паславський Володимир-Юрій Ігорович, Радиш Ростислав Дмитрович,
Львівський національний університет ім. Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики,
фізичний факультет
v.i,paslavsky@ukr,net, radishrostislav@gmail.com

Вступ. Кріплення (черевики або спеціальне кріплення до черевиків) на базі апаратно-обчислювальної платформи Arduino, а також самостійно розроблених схем, дозволяє за допомогою зміни полярності магнітів закріпитися на металевій поверхні. Примагнічення та відмагнічення від поверхні відбувається завдяки зміні шляху проходження магнітного потоку неодимових магнітів, завдяки ефекту зміни магнітного потоку. Це дозволяє використовувати енергію акумуляторів лише при примагніченні чи відмагніченні від поверхні, що в перспективні дозволяє використовувати кріплення довготривало без підзарядки акумуляторів. На даний момент, сила дії магнітів розрахована на користувача вагою не більше ста кілограмів. Дія магнітів не впливає на здоров’я користувача та не передбачає використання габаритних акумуляторів, інформація про стан кріплення передається за допомогою радіосигналу.

Потенційні користувачі. Робітники в небезпечних умовах (на баржі в межах моря під час шторму, в космосі, під час ремонтних робіт на висотних об’єктах, котрі містять металеві конструкції, рятівники тощо).

Мета. Збільшити рівень безпеки користувача та надати додаткові можливості при роботі в середовищі зі складними умовами праці.

Принцип дії. Людина вдаряє кріпленням (закріпленим на черевиках) об металеву поверхню і цим самим змінює полярність магнітів, що дозволяє прикріпитися до поверхні, себто принцип дії передбачає логіку контролю так званого кроку, коли один з двох черевиків обов'язково примагнічений до поверхні. Щоб відкріпитися користувачу необхідно натиснути кнопку на браслеті.

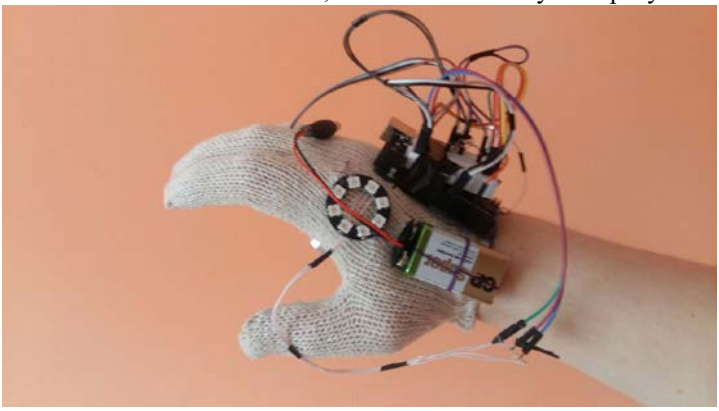
РОЗУМНА РУКАВИЦЯ НА ОСНОВІ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Паславський Володимир-Юрій Ігорович, Радиш Ростислав Дмитрович, Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики,
фізичний факультет
v.i,paslavsky@ukr,net, radishrostislav@gmail.com

Вступ. Рукавиця (в найближчому майбутньому браслет) має можливість не лише визначити наявність об'єктів, що знаходяться у межі дії ультразвукового радару, але й повідомити користувачу цієї рукавиці (браслета) потенційну відстань до об’єкта у вигляді вібрації в долоню (кількість імпульсів збільшується в алгебраїчній прогресії відносно відстані). Користувач (людина з вадами зору) з допомогою пристрою може передбачити в межах приміщення стіну, сходи, стіл тощо. Пристрій обладнаний фоторезистором та світлодіодами, що дозволяє застерегти водіїв та інших людей й звернути їхню увагу на Користувача за поганої видимості (ніч, туман...).

Потенційні користувачі. Особи з обмеженими можливостями (вадами зору).

Мета. Допомогти людям з вадами зору ліпше орієнтуватись в знайомяих і незнайомих оточеннях, збільшити безпеку їх пересування.



Висновки. Прототип рукавиці було протестовано незрячою людиною, яка залишила позитивний відгук від користування пристроєм. Перший прототип рукавиці для незрячих людей використовував апаратно-обчислювальну платформу Arduino, проте задля збільшення ергономіки та продуктивності було розроблено власну схему плати на базі процесора ATMega 8.

АДАПТИВНА СИСТЕМА ВІДТВОРЕННЯ ТЕКСТОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ ДЛЯ ЛЮДЕЙ З ОСОБЛИВИМИ ПОТРЕБАМИ

Петришин Софія, України,
Львівська обласна Мала академія наук учнівської молоді,
НВК"Школа-ліцей"Оріяна"
sophiya2petryshyn@gmail.com

Вступ. Однією з основних особливостей сприйняття навколишнього світу людиною є її здатність сприймати об'єкти, що її оточують, за допомогою зорових рецепторів, тобто основну частину інформації люди отримують завдяки можливості бачити. Проте, є частина людей, які, в силу певних обставин, такої можливості не мають.

В силу зростання і всеохоплюючого впровадження інформаційних технологій у всі сфери життєдіяльності людини, виникає потреба допомогти людям, які не можуть побачити реальний світ у всіх його барвах, за допомогою комп'ютерної техніки "відчути" його.

Саме тому, дана **робота спрямована** на створення зручного та доступного приладу , який дає змогу читати текст, що зберігається на комп'ютері, і за допомогою спеціального механізму, відтворювати його.

Для того, щоб мати можливість працювати з інформацією потрібно організувати алгоритм пошуку відкритих текстових систем, а отже застосування функцій, які зможуть безперервно модифікувати дані.

Наступним є покрокове зчитування тексту системою. Далі система шифрування даних повинна ідентифікувати кожну літеру та присвоїти їй відповідник за шрифтом Брайля — рельєфно-крапковий шрифт [1] . В основі якого лежить комбінація шести крапок. Далі йде обробка процесів на мікроконтролері та найважливіше - рельєфне відображення даних.

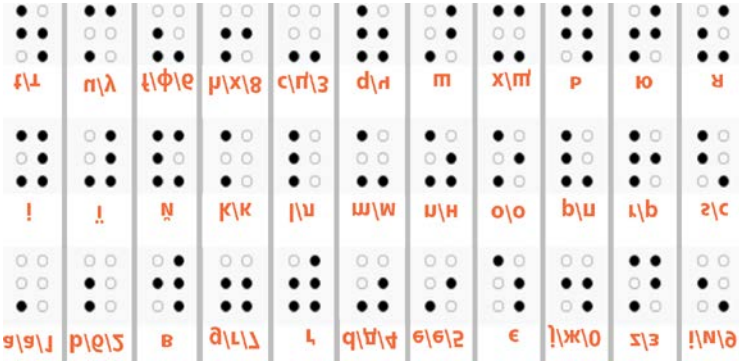


Рис. 1. Скомбінований шрифт Брайля

Програмна реалізація складається з 3-х основних функцій [2] : зчитування даних з SD-карти, перетворення тексту за допомогою шрифту Брайля та проектування перетворених даних – робота механізму. Окрім цього, для вивчення шрифту Брайля є доданою функція, за допомогою якої людина вивчатиме даний алфавіт при підключенні через Bluetooth мобільного пристрою [3] .

Рис. 2. Алгоритм основних функцій

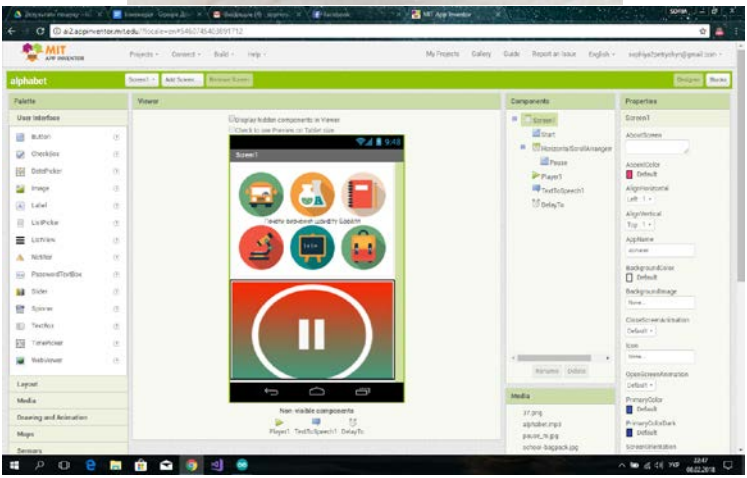


Рис 3. Розроблений пристрій та платформа для вивчення шрифту Брайля

Висновки. Розроблено систему в середовищі, що підтримується Arduino для рельєфної демонстрації даних, які зчитуються з SD-card.

Реалізовано платформу для інтерактивного вивчення шрифту Брайля. Дана платформа є унікальною, взаємодіє з мобільним

приладом, та демонструє популяризацію та заохочення до вивчення мови незрячих.

Особливістю даної системи є те, що вона дозволяє зменшити витрати на друк Брайлівської літератури, зменшити використання паперу, а отже скоротити вирубку дерев, а також дати незрячим людям доступ до цифрової інформації.

Дана розробка є цілком прийнятна для українського споживача і є альтернативною та корисною. Великим плюсом є те, що даний механізм знаходить собі важливе для людства практичне застосування, бо він може стати корисним не лише у персональному використанні, але у суспільному – це застосування у бібліотеках, організаціях та асоціаціях незрячих України, а також у банківських системах, що створює комфортні умови для потребуючих.

1. Щороку кількість сліпих у світі зростає – країна. [Електронний ресурс] – Режим доступу : https://health.unian.ua/country/152529-schoroku-kilkist-slipih-u-sviti-zrostae.html – Назва з екрана.
2. Незрячих у світі може стати втричі більше до 2050 року – вчені. [Електронний ресурс] – Режим доступу : https://life.pravda.com.ua/health/2017/08/3/225687/ – Назва з екрана.
3. Arduino ARDUINO UNO R3 Price in India - Buy Arduino ARDUINO UNO R3 online at Flipkart.com. [Електронний ресурс] – Режим доступу : https://www.flipkart.com/arduino-uno-r3/p/itmehkjbvxxjr5zc – Назва з екрана.

МЕТОД НА ОСНОВІ QR-ПОДІБНОГО РОЗКЛАДУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ НА ВЛАСНІ ЗНАЧЕННЯ

Ірина Плахтій, Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
ira.plakhtiy@gmail.com

Розглянемо обернену задачу на власні значенні (IEP). Нехай задано

$$A_i = \{a_{jk}^i\} \in \mathbb{R}^{n\times n} - \text{симетричні},\ i = 0..n, n > 0;$$
$$\lambda = (\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_m, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}^n, \qquad 1 \le m \le n.$$

Потрібно знайти вектор $c = (c_1, c_2, \dots, c_n) \in \mathbb{R}^n$, такий що матриця

$$A(c) = A_0 + \sum_{i=1}^{n} A_i c_i$$

має власні значення $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$.

Потреба у розв'язанні такої задачі часто виникає у фізичній хімії при вивченні молекулярних структур.

Для розв'язування IEP існує декілька підходів. Один із них полягає у зведенні IEP за допомогою еквівалентних перетворень до системи нелінійних рівнянь $F(c) = 0$. Інший – у мінімізації деякого функціоналу:

$$F(c) \to min \tag{1}$$

У цій роботі будемо досліджувати метод, що базується на основі QR-розкладу [2] та його модифікацію. Його можна ефективно застосовувати як у випадку простих власних значень, так і кратних. В даному випадку функціонал має вигляд

$$\mathrm{F}(c) = \frac{1}{2} f^T(c) f(c)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\left\| R_{22}^{(1)}(\mathrm{c}) \right\|_F^2 + \sum_{i=m+1}^{n} \left(r_{nn}^{(i)} \right)^2 \right), \tag{2}$$

де $(\mathrm{A(c)} - \lambda_\mathrm{i} I) P_i(c) = Q_i(c) R_i(c)$ – QR-подібний розклад з матрицею перестановок з

$$\mathrm{R}_1(c) = \begin{pmatrix} R_{11}^{(1)} & R_{12}^{(1)} \\ 0 & R_{22}^{(1)} \end{pmatrix}, R_{11}^{(1)} \in \mathbb{R}^{(n-m)\times(n-m)},$$

$$\mathrm{R}_i(c) = \begin{pmatrix} R_{11}^{(i)} & r_{12}^{(i)} \\ 0 & r_{nn}^{(i)} \end{pmatrix}, R_{11}^{(i)} \in \mathbb{R}^{(n-1)\times(n-1)}.$$

Для розв'язування задачі (1)-(2) застосуємо методу Гаусса-Ньютона [4], ітераційна формула якого має вигляд

$$J_f^T\left(c^{(k)}\right)J_f\left(c^{(k)}\right)\left(c^{(k+1)} - c^{(k)}\right) = -J_f^T\left(c^{(k)}\right)f\left(c^{(k)}\right), \qquad \mathrm{k} = 0,1,\ldots,$$

де

$$J_f(c) = \begin{pmatrix} col\dfrac{\partial R_{22}^{(1)}(c)}{\partial c_1} & \cdots & col\dfrac{\partial R_{22}^{(1)}(c)}{\partial c_n} \\ \dfrac{\partial r_{nn}^{(m+1)}(c)}{\partial c_1} & \ddots & \dfrac{\partial r_{nn}^{(m+1)}(c)}{\partial c_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \dfrac{\partial r_{nn}^{(n)}(c)}{\partial c_1} & \cdots & \dfrac{\partial r_{nn}^{(n)}(c)}{\partial c_n} \end{pmatrix}.$$

У випадку, коли ІЕР має кратні власні значення, матриця похідних $J_f(c)$ буде прямокутною.

Також ми побудували модифікацію методу, яка полягає у тому, що замість якобіану обчислюється матриця поділених різниць $\left[c^{(k-1)}, c^{(k)};\ F\right]$, за наступними формулами [4]

$$[x, y;\ F]_{ij} = \frac{1}{x_j - y_j}\left(F_i(x_1,..,x_j,y_{j+1},..,y_n) - F_i(x_1,..,x_{j-1},y_j,..,y_n)\right).$$

На тестових прикладах провели чисельні експерименти. Порівняли обчислювальні ресурси розглянутих методів та їхню швидкість збіжності.

1. *Dai H., Lancaster P.* Numerical methods for finding multiple eigenvalues of matrices depending on parameters // Numer. Math./ 1997, 76, P. 189208
2. *Dai H., Lancaster P.* Numerical method for solving inverse eigenvalue problems // CERFACS Technical Report, China, 1998, 16 p.
3. *Li R.C.* Algorithms for inverse eigenvalue problems // J. Comput. Math, 10, P. 97-11
4. *Ortega M., Rheinboldt W. C.* Iterative Solutions of Nonlear Equations in Several Variables // Academic Press, New York, 1970

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ТЕЧІЙ МЕТОДОМ r-ФУНКЦІЙ

Подгорний Олексій Русланович, Харків, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки,
Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту
e-mail: alex.aminuts@gmail.com

Фільтраційні течії рідин в неоднорідному пористому середовищі широко розповсюджені в природі та викликають підвищений інтерес дослідників. Це можуть бути процеси зрошення чи осушення, втікання морської води в прісну, обтікання гідротехнічних споруд тощо. Для дослідження цих явищ, а також отримання точних розв'язків поставлених задач, існує велике різноманіття чисельних методів: скінченних елементів, мажорантних областей, фіктивних областей, сіток тощо. Не дивлячись на переваги запропонованих наближених методів, найголовнішим їх недоліком є втрата точності під час апроксимації геометрично складних меж області дослідження. Само тому, розробка нових та модифікація існуючих методів чисельного аналізу фільтраційних течій є актуальною науковою задачею.

Розглядатимемо задачу стаціонарної безнапірної фільтрації у однорідному ізотропному недеформованому ґрунті (фільтрація відбувається в площині, що паралельна до координатної площини xOy). Теоретичне дослідження фільтрації базується на основі закону Дарсі, який вказує на зв'язок між градієнтом тиску та швидкістю фільтрації [2]. Цей закон може бути обґрунтований за допомогою загальних диференційних рівнянь гідродинаміки, а саме рівнянь Нав'є-Стокса. Аналіз плоских течій зручно проводити за допомогою функції течії, яка вводиться за формулами

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \; v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Функція течії задовольняє в області фільтрації Ω рівняння

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\kappa}\frac{\partial \psi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\kappa}\frac{\partial \psi}{\partial y}\right) = 0, \qquad (1)$$

де κ – коефіцієнт фільтрації.

Лінії рівня $\psi = \text{const}$ функції течії ψ називають лініями течії. Основною властивістю цих ліній є спрямування вектору швидкості фільтрації в будь-якій точці області фільтрації по дотичній до лінії течії, що проходить через цю точку.

Виходячи з фізичного змісту процесів, які проходять в області дослідження, рівняння (1) необхідно доповнити відповідними крайовими умовами. Наприклад, розглядаючи поверхні бетонних гідроспоруд чи межі піску та глини, ділянки області фільтрації є непроникними поверхнями, а тому повинна виконуватися умова не протікання $\mathbf{v}_n = 0$, тобто нормальна складова швидкості повинна дорівнювати нулю. Завдяки закону Дарсі випливає, що на таких ділянках межі $\psi = \text{const}$, тобто вони є лініями течії.

Можна розглянути випадки, коли ділянки межують з областями вільної рідини. Такими ділянками межі є, наприклад, дно водойми, через яке рідина може просочуватися з водойми у ґрунт і, навпаки, через яке ґрунтові води можуть потрапляти у водойму. На таких ділянках межі дотична складова швидкості повинна обертатися в нуль: $\mathbf{v}_s = 0$, а за законом Дарсі випливає, що $\dfrac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}} = 0$.

Розглянемо таку крайову задачу теорії стаціонарної фільтрації:

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\kappa}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\kappa}\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) = 0 \text{ у } \Omega, \tag{2}$$

$$\psi\big|_{\partial\Omega_1} = 0, \ \psi\big|_{\partial\Omega_3} = Q, \tag{3}$$

$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}}\right|_{\partial\Omega_2} = 0, \ \left.\frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}}\right|_{\partial\Omega_4} = 0. \tag{4}$$

Межа $\partial\Omega$ області Ω складається з чотирьох ділянок: $\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2 \cup \partial\Omega_3 \cup \partial\Omega_4$. На ділянках $\partial\Omega_2$, $\partial\Omega_4$ ґрунт межує з областями вільної рідини (наприклад, це дно водойми), а ділянки $\partial\Omega_1$, $\partial\Omega_3$ відповідають непроникним поверхням (гранітна основа або бетонна гідротехнічна споруда). Стала величина Q – повни витрати рідини – є невідомою і визначається інтегральним співвідношенням $\int\limits_{\partial\Omega_3} \frac{1}{\kappa}\frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}} ds = -H'$, де H' – діючий напір.

Задачу (2) – (4) можна розглядати як тестову при апробації чисельних методів.

Для розв’язання тестової задачі пропонується використати структурний метод R-функцій, так як завдяки йому можливо точно і повно врахувати геометричну та аналітичну інформацію, яка міститься у постановці задачі [1, 3]. Відповідно до цього методу, побудовано

повну структуру розв'язку. Для апроксимації невизначеної компоненти структури пропонується застосувати варіаційний метод Рітца.

1. *Кравченко В.Ф., Рвачев В.Л.* Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях. М.: Физматлит, 2006. 416 с.

2. *Полубаринова-Кочина П.Я.* Теория движения грунтовых вод. – М.: Наука, 1977. – 664 с.

3. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые её приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.

ВИБІР, МОДЕЛЮВАННЯ І ПРИЙНЯТТЯ СКЛАДНИХ КОМПЛЕКСНИХ РІШЕНЬ В ЕКСТРЕМАЛЬНИХ СИТУАЦІЯХ (НА ПРИКЛАДІ ПОШИРЕННЯ ВОГНЮ В ПРИМІЩЕННІ)

Протасеня А. М., Львів
Львівський національний університет імені Івана Франка, факультет
Прикладної математики та інформатики
AprotaseniaDante@gmail.com

В сучасному світі виникає величезна кількість екстримальних ситуацій, таких як пожежі, землетруси, повені і інші. В продовж усього свого існування людство пробувало вирішити проблеми, які постають після них, а тому усіма способами намагається їх уникнути. Для цього використовує сейсмодатчики, засоби протипожежної безпеки, різні способи укріплення будівель тощо.

Коли ж уникнути такої події неможливо, або вона вже відбулась, то використовуються різного типу симулятори, основним завданням яких є відтворити всі випадки розгортання події. Це дозволить навчитися якнайшвидше приймати рішення, яке є оптимальним для даної ситуації з метою мінімізації нанесення шкоди.

Удосконалення таких методів протягом попередніх років здійснювалось за двома напрямками:

- розширення кількісних показників, які впливають на вибір рішення;

- надання нових якісних характеристик, які описують окремі явища.

Відповідно на наше рішення може повпливати величезна кількість показників. Тому важливим для вибору рішення є якнайточніше відображення події і включення усіх показників для отримання якнайкращої відповіді в будь-який момент часу.

Для прикладу візьмемо ситуацію, коли розпочалась пожежа в приміщенні і немає засобів боротьби з нею. В даній ситуації основним завданням симулятора буде на основі даних, які йому подано розрахувати можливі варіанти поширення пожежі і визначення безпечних зон та рівень їхньої безпеки.

Для моделювання пожежі потрібно мати в наявності показники, які впливають на поширення вогню. До них належать: типи палива, до яких

в даний момент часу має доступ вогонь, кількість розмежувань (стін) і їх загальний план на кожному поверсі, висота до стелі, структурна схема (з чого зроблені опорні стіни, колони і як на них впливає постійний вплив вогню), склад диму, який утворюється, вентилювання повітря, паливні ресурси в приміщенні, загальна територія пожежі і т.д.

На основі наявних показників ми можемо розрахувати додаткові важливі показники. Так швидкість поширення вогню визначаємо за спрощеною формулою Ротермеля $R = \frac{I_R}{p_b Q_T}$ де R – швидкості поширення (м/хв.), I_R – інтенсивність вогню, p_b- густина сухої маси і Q_T - енергія потрібна для того, щоб матеріал загорівся. Відповідно за іншими формулами можна визначити інтенсивність диму, опірність стін тощо.

Основною метою роботи є написання програми-симулятора поширення вогню, у випадку відсутності окремих показників (не відомо всіх точок вспалахування, території, яку займає пожежа тощо), і яка динамічно налаштовується до нових внесених даних відповідно до їхньої появи. Це допоможе в виборі і коригуванні рішень у будь-якій ситуації.

Прийняття правильного рішення здійснюється за допомогою бібліотеки Apex utility AI. Це інструментарій для оцінки рішень на основі отриманих програмою-симулятором даних. При чому процес прийняття рішення може проходити в декілька етапів, для отримання кращого результату. Так після прогнозування ситуації (наприклад у відповідності до сітки, яка накриває територію пожежі, розраховується ймовірність того, що дана клітина загориться в наступний проміжок часу) визначаємо чи нам краще залиш7итися на місці чи перейти в безпечніше. Якщо обрано друге, то вибираємо кращий варіант маршруту переходу в те місце. На рішення можуть впливати зокрема й деякі психологічні показники (дитина в сусідній кімнаті, комусь потрібна допомога).

Для визначення найкращої стратегії можна використовувати також і експертні оцінки фахівців, які залучені для прийняття рішень, на основі оцінок за Парето, якщо відома точна корисність кожного показника.

Симулятор написано мовою C#.

1. Performance of fire behavior fuel models developed for the rothermel surface fire spread model - 2008 May 20-22; Carbondale, IL. Gen. Tech. Rep. NRS-P-46: p.78-87
2. A decision model for recommending which building occupants should move where during fire emergencies

3. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0379711215300412
4. Russell S.J., Norvig P. - Artificial Intelligence - A Modern Approach (Prentice Hall, 3rd edition) – 2010 : p. 645-688

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ КЕРАМЗИТНО-БЛОКОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ З УРАХУВАННЯМ ФРАКТАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ МАТЕРІАЛУ

Рібун Володимир Васильович, Україна
Національний лісотехнічний університет України
Інститут дерево оброблювальних технологій та дизайну

Надійність споруд і техніко-економічна ефективність будівництва значною мірою залежать від правильного вибору матеріалів. Сучасне будівництво має у своєму розпорядженні широку номенклатуру матеріалів, вибір яких визначається характером конструкцій, умовами їхньої роботи і техніко-економічними показниками. Властивості будівельних матеріалів класифікують по характеру їх відношення до різних впливів навколишнього середовища. В окремі групи виділяють звичайно властивості, що характеризують відношення матеріалів до хімічних, фізичних і механічних впливів. Найбільш важливими для будівельних матеріалів, що застосовуються у будівництві, є фізичні і механічні властивості, що характеризують стан матеріалів, їхнє відношення до води і температури, а також механічних впливів. Пористість – найважливіший показник структури матеріалів, з нею тісно зв’язані їхні технічні властивості. При цьому значення має не тільки величина загальної пористості, але і будова пористого простору, наявність відкритих і закритих, капілярних і некапілярних пор.

Математична модель процесу теплопровідності у керамзито-блоковій конструкції з урахуванням фрактальної структури матеріалу описується диференціальним рівнянням у часткових похідних дробового порядку по часовій змінній τ та просторових змінних x_1 і x_2 [1]-[3]:

$$c\rho \frac{\partial^{\alpha} T}{\partial \tau^{\alpha}} = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x_1} + \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) \qquad (1)$$

та початковою умовою, що характеризує температуру конструкції в початковий момент часу

$$T\big|_{\tau=0} = T_0(x) \qquad (2)$$

і відповідними граничними умовами третього роду, що описують взаємодію конструкції з температурою зовнішнього середовища та кімнати [1]

$$-\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{x_i=l_i} = \beta\left(T_{\text{environment}} - T\big|_{x_i=l_i}\right) \qquad (3)$$

$$-\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{x_i=l_i} = \beta\left(T_{\text{building}} - T\big|_{x_i=l_i}\right) \qquad (4)$$

де T - температура; τ - час; λ - коефіцієнт теплопровідності; β - коефіцієнт теплообміну; n - зовнішня нормаль; c - питома теплоємність; ρ - густина; α - дробовий порядок похідної по часовій змінній; $T_{\text{environment}}$ - температура зовнішнього середовища; T_{building} - температура в середині будівлі.

Проведемо чисельний експеримент для математичної моделі процесу теплопровідності керамзито-блокової конструкції з урахуванням фрактальної структури матеріалу. За основу візьмемо конструкцію з товщиною стіни 50 см., температура зовнішнього середовища -5 градусів, температура у середині будівлі – 18 градусів, початкова температура конструкції лінійно змінюється від температури зовнішнього середовища до температури у середині будівлі. Знайдемо розподіл температурних полів через 2 години.

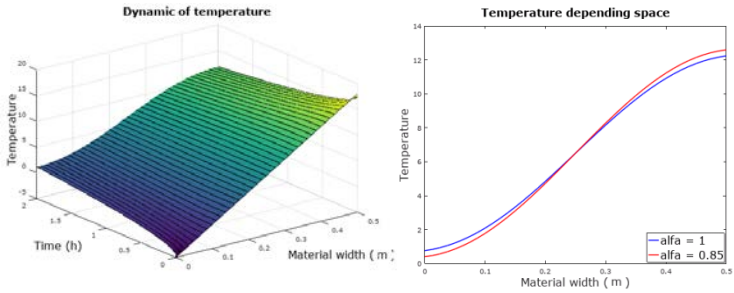


Рис. 1. Зміна температури у керамзито-блоковій конструкції

Проаналізувавши рис. 1 можна прийти до висновку, що фрактальність матеріалу впливає на зміну температури у конструкції наступним чином. Чим більше закритих каналів для протікання процесу (більша пористість, неоднорідність структури матеріалу, складніша природа просторових кореляцій) тим повільніше відбувається процес теплопровідності.

1. *Sokolovskyy Ya*. Mathematical and Software Providing of Research of Deformation and Relaxation Processes in Environments with Fractal Structure / *Ya. Sokolovskyy, V. Shymanskyi, M. Levkovych, V. Yarkun* // "COMPUTER SCIENCE AND INFORMATION TECHNOLOGIES" CSIT-2017; 2017, Lviv, Ukraine. – p. 24-27.
2. *Kilbas, H. M. Srivastava, and J. J. Trujillo*, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Elsevier, 2006
3. *Povstenko, Y.Z.* Fractional heat conduction equation and associated thermal stresses. J. Thermal Stresses 2005, 28, pp. 83–102

РОЗРОБЛЕННЯ КРОС-ПЛАТФОРМНОЇ СИСТЕМИ ПІДБОРУ ТА ВІДОБРАЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ АПРОКСИМАНТ ДЛЯ ТАБЛИЧНО ЗАДАНИХ ДВОВИМІРНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ

Олег Сальніков, Україна
Національний лісотехнічний університет України
Інститут деревооброблювальних технологій і дизайну

Вступ. Іноді таблично задана функція є результатом експериментальних досліджень або спостережень і, отже, наперед відомо, що кожна з приведених точок, які входять у таблицю експериментальних даних, не є абсолютно достовірною внаслідок впливу ряду побічних факторів, які прийнято вважати випадковими. До випадкових факторів відносяться похибки вимірювання, а також фактори, що випливають з неможливості чи доцільності ідеально точного дотримання умов експерименту в кожній з експериментальних точок.

Постає потреба якимось чином описати досліджуваний процес, тобто представити його у певній математичній залежності. Тому задача встановлення виду залежності однієї величини від іншої є важливою задачею як в науковому так і в практичному плані.

Мета роботи полягає в розробленні методики і програмного забезпечення крос-платформної системи підбору та відображення оптимальних апроксимант для таблично заданих двовимірних залежностей.

Виклад основного матеріалу. Якість апроксимації для кожного з повних поліномів першого, другого, та третього степенів оцінюватимемо на підставі коефіцієнта детермінації R^2, який визначається [1] наступним чином:

$$R^2 = 1 - \frac{S}{S_{tot}}, \tag{1}$$

де

$$S_{tot} = \sum_{i=1}^{m} (z_i - \overline{z})^2; \tag{2}$$

$$\bar{z} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} z_i \ . \qquad (3)$$

Оптимальною вважатимемо ту з отриманих апроксимант, у якої значення коефіцієнта детермінації є найбільшим.

Розроблене програмне забезпечення представляє веб-сайт, після успішного виконання реєстрації на якому з'являється вікно графічного інтерфейсу системи.

Спочатку користувачу необхідно порядково заповнити таблицю вхідних величин (рис. 1), наприклад, для залежності питомої теплоємності деревини z (кДж/(кг·К) від абсолютної вологості x (%) і температури y (°C). Для цього потрібно вводити у відповідні поля значення величин x_i, y_i, z_i по кожному i-ому вузлу і натискати кнопку "Ввести значення".

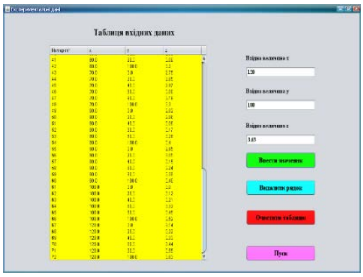


Рис. 1. Вікно графічного інтерфейсу системи із заповненою таблицею вхідних величин

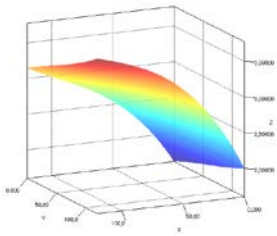


Рис. 2. Тривимірний графік оптимальної апроксиманти для залежності питомої теплоємності деревини від абсолютної вологості і температури

Для підбору оптимальної апроксиманти потрібно натиснути кнопку "Пуск". В результаті спочатку з'являється діалогове вікно з виразом оптимальної апроксиманти або з повідомленням про неможливість її отримати, якщо система рівнянь не має розв'язку.

Після закриття цього вікна відображається тривимірний графік оптимальної апроксиманти (рис. 2), який можна повертати, масштабувати, переміщати по осі Z, анімувати та зберегти у вигляді скріншоту, з цією метою застосовано бібліотеку Jzy3d [2] на мові Java.

Висновки. Розроблено методику та програмне забезпечення крос-платформної системи підбору та відображення оптимальних апроксимант для таблично заданих двовимірних залежностей. Дану веб-систему можна застосовувати для математичного опису досліджуваних процесів у різних предметних областях.

1. *Coefficient of determination [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. – Режим доступу:.https://en.wikipedia.org/wiki/Coefficient_of_determination (дата звернен-ня 17.03.2018). – Назва з екрана.*
2. *JZY3D [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. – Режим доступу: http://*
3. *www.jzy3d.org/ (дата звернення 17.03.2018). – Назва з екрана.*

ПЛОСКА ЗАДАЧА ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ ТОНКОГО ПРУЖНОГО ВКЛЮЧЕННЯ В ОРТОТРОПНОМУ ПРОСТОРІ

Сколоздра Ю.С., Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка, факультет прикладної математики та інформатики
yurii.skolozdra@gmail.com

Тонкі неоднорідності структури є одним з найпоширеніших типів дефектів конструкційних матеріалів. До них належать тріщини, тонкі плівкові прошарки, заповнені чужорідними матеріалами порожнини тощо. Часто тонкі неоднорідності свідомо впроваджуються у матеріал для покращенння, зміни чи підтримання на належному рівні його властивостей (наприклад, зміцнювальні волокна, платівки, наповнювачі та ін.). Із поширенням ін'єкційних технологій залікування тріщин задача розрахунку напруженого стану тіла з включеннями набуває все більшої ваги, а додаткове врахування анізотропії властивостей матеріалу є важливим аспектом при дослідженні цього комплексу задач.

У даній роботі методом функцій стрибка розв'язана плоска задача анізотропної теорії пружності для однорідного ортотропного середовища з тонким пружним включенням. За методом функції стрибка тонке включення вилучаємо з розгляду, а його вплив на напружено-деформований стан тіла моделюємо невідомими заздалегідь стрибками напружень та переміщень на серединній лінії включення. Таким чином, розв'язок зовнішньої задачі залежить від шуканих функцій стрибка. Для визначення заздалегідь невідомих функцій стрибка використовують умови взаємодії тонкого включення із зовнішнім середовищем.

Зовнішню задачу для однорідного ортотропного середовища з лінією розриву напружень та переміщень розв'язано з використанням інтегрального перетворення Фур'є. Напружено-деформований стан тіла визначається за зовнішнім навантаженням, властивостями матеріалів, геометрією задачі і невідомими функціями стрибка.

Скориставшись умовами взаємодії тонкого пружного ортотропного включення із зовнішнім середовищем задачу зведено до системи сингулярних інтегральних рівнянь для знаходження функцій стрибка. Вона містить сингулярні інтеграли типу Коші та інтеграли зі змінною межею інтегрування від шуканих функцій стрибка. Систему

сингулярних інтегральних рівнянь розв’язано чисельно методом колокацій.

Обчислено компоненти напружено-деформованого стану ортотропного тіла з тонким ортотропним пружним включенням. Досліджено концентрацію напружень у залежності від пружних характеристик включення в широкому діапазоні від абсолютно податного до абсолютно жорсткого.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ АСОЦІАТИВНИХМ ПРАВИЛ В АНАЛІЗІ ДАНИХ ДЛЯ СТИМУЛЮВАННЯ ПРОДАЖУ

Смага Марія Орестівна, Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
imariasmaga@gmail.com

Останнім часом неухильно зростає інтерес до методів «виявлення знань в базах даних» (knowledge discovery in databases). Обсяги сучасних баз даних, які є вельми значними, викликали стійкий попит на нові масштабовані алгоритми аналізу даних. Одним з популярних методів виявлення знань стали алгоритми пошуку асоціативних правил.

Асоціативні правила дозволяють знаходити закономірності між пов'язаними подіями. Прикладом такого правила, служить твердження, що покупець, що придбає «Хліб», придбає і «Молоко» з ймовірністю 75%. Перший алгоритм пошуку асоціативних правил, що називався AIS був розроблений в 1993 році співробітниками дослідницького центру IBM Almaden. З цієї піонерської роботи зріс інтерес до асоціативних правил; на середину 90-х років минулого століття припав пік дослідницьких робіт в цій області і з тих пір щороку з'являлося по декілька алгоритмів.

Вперше це завдання було запропоновано для знаходження типових шаблонів покупок, що здійснюються в супермаркетах, тому іноді її ще називають аналізом ринкового кошика (market basket analysis).

Аналіз ринкового кошика - процес пошуку найбільш типових шаблонів покупок в супермаркетах. Він проводиться шляхом аналізу баз даних транзакцій з метою визначення комбінацій товарів, пов'язаних між собою. Іншими словами, виконується виявлення товарів, наявність яких в транзакції впливає на ймовірність появи інших товарів або їх комбінацій.

Для вирішення завдання аналізу ринкового кошика використовуються асоціативні правила виду «якщо ... то ...». Наприклад, «якщо клієнт купив пиво, то він купить і чіпси». Кожна покупка іменується «транзакцією», на підставі більшого набору таких транзакцій і будують дослідження поведінки клієнта.

Метою моєї роботи було дослідження пошуку асоціативних правил (association rule), тобто знаходження закономірностей між пов'язаними подіями в базах даних. Дуже часто покупці купують не один товар, а декілька. У більшості випадків між цими товарами існує

взаємозв'язок. Так, наприклад, покупець, що придбає макаронні вироби, швидше за все, захоче придбати також кетчуп. Ця інформація може бути використана для розміщення товару на поличках.

Я розглянула два алгоритми пошуку асоціативних правил Apriori і Frequent Pattern-Growth Strategy (FPG).

Алгоритм Apriori здійснює генерацію кандидатів, з яких можуть бути знайдені залежності, що збільшує час його виконання, а також вимагає багаторазового сканування бази даних транзакцій, що є тривалим процесом, враховуючи потужні об’єми інформації, які потрібно аналізувати. FPG-алгоритм спрощує аналіз даних завдяки стискуванню транзакцій в компактну деревоподібну структуру та дозволяє швидко й повністю вилучити часті предметні набори.

Вигода представлення бази даних транзакцій у вигляді FP-дерева очевидна. Якщо у вихідній базі даних кожен предмет повторюється багаторазово, то в FP-дереві кожен предмет представляється у вигляді вузла, а його індекс вказує на те, скільки разів даний предмет з'являється. Іншими словами, якщо предмет у вихідній базі даних транзакцій з'являється 100 разів, то в дереві для нього досить створити вузол і встановити індекс 100.

Порівняльні дослідження класичного алгоритму Apriori і FPG показали, що зі збільшенням кількості транзакцій в БД тимчасові витрати на пошук частих предметних наборів ростуть для FPG набагато повільніше, ніж для Apriori (рис.1) .

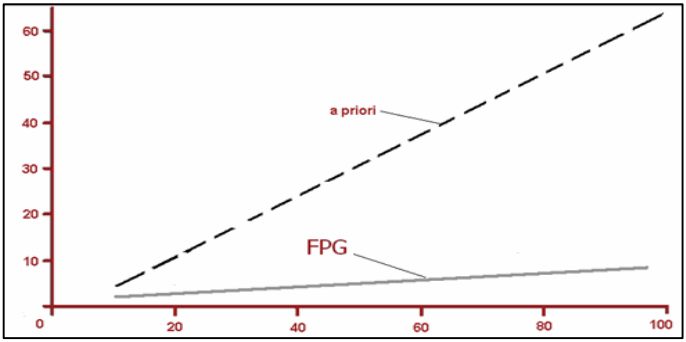


Рисунок 1 – Графік залежності часу роботи алгоритмів Apriori і FPG від кількості транзакцій (вісь X – кількість транзакцій; вісь Y – час виконання)

1. *Барсегян А.А., Куприянов М. С., Степаненко В. В., Холод И.И.* Методы и модели анализа данных: OLAP и Data Mining. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 336 с.
2. *Гордеева К. В.* Применение методов ассоциативных правил для изучения потребительского спроса.

МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ КОРИСТУВАЧА ІНТЕРНЕТ-РЕСУРСІВ ЗА УМОВ НЕПОВНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Снятинський Тарас Михайлович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
tarasss95@gmail.com

Розвиток Інтернету в Україні та й світі загалом стимулює зростання кількості інформаційних ресурсів, зокрема тих, які виконують освітні, наукові та соціальні завдання. До них належать форуми, блоги, освітні портали, електронні бібліотеки, архіви, музеї тощо. Сучасні веб-сайти, змагаючись за увагу до себе, пропонують інтернет-аудиторії дедалі більше інтерактивних можливостей та нових сервісів, забезпечують легкість і доступність у пошуку, обробці та використанні інформації. Тому вивчення та дослідження поведінки користувача є актуальною темою для інтернет-ресурсів.

У данному дослідженні використовується метод адаптивного формування структури наповнення веб-сайту, який забезпечує динамічну класифікацію наповнення на підставі інтересів користувача.

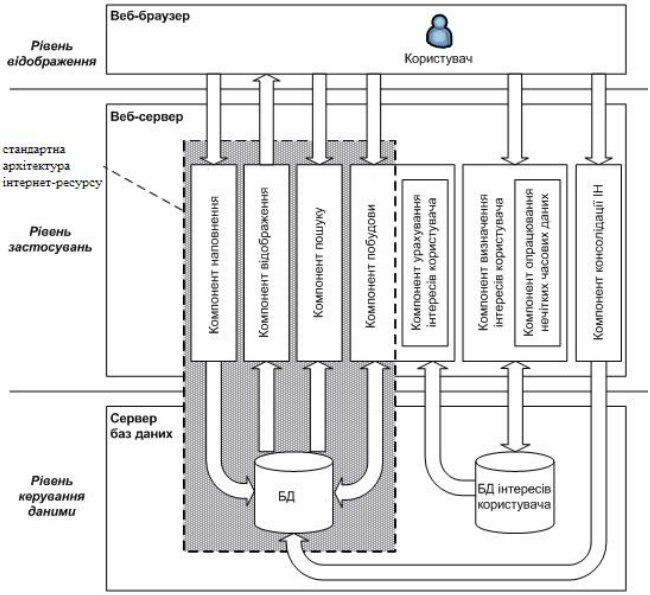


Рис. 1. Архітектура інтернет-ресурсу

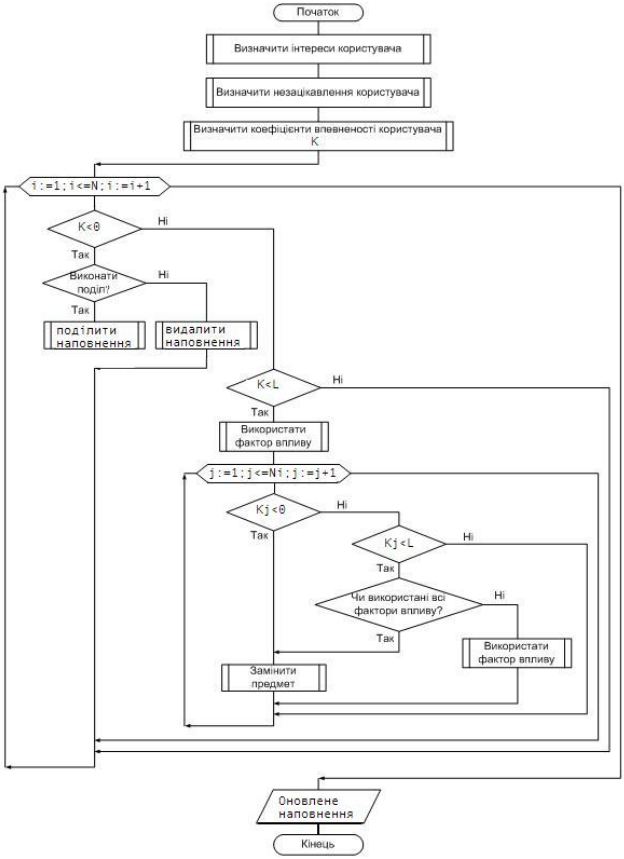


Рис. 2. Алгоритм оновлення інтернет-наповнення

1. *Ришковець Ю. В.* Побудова віртуальних галерей за інтересом користувача / Ю. В. Ришковець, В. В. Литвин, П. І. Жежнич – К. : Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є.Пухова НАН України, 2009. – Вип. 51. – С. 159-166.
2. *Березко О. Л.* Методи та засоби персоніфікації інформаційного наповнення у глобальній системі WWW – Львів, 2011. – С. 5-6
3. *Пелещишин А. М.* Інтелектуальний аналіз поведінки відвідувачів Веб-сайтів (формальна модель) – Вісник Національного університету «Львівська політехніка». – 2004. - № 489. – С.247-255.

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ МСЕ ДЛЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Ольга Соляр, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики,
solyarolya@gmail.com

Розглядається осесиметрична задача лінійної теорії пружності. Наведено слабке формулювання задачі у вигляді варіаційного рівняння в гільбертовому просторі. Для розв'язування цього рівняння застосовано метод скінченних елементів з лінійними та квадратичними базисними функціями на трикутних елементах [1, 2]. На C# розроблено програмне забезпечення, що реалізує цей алгоритм. Числову ефективність використаного методу досліджено для задачі про деформацію циліндричного ілюмінатора підводного човна під дією рівномірно розподіленого зовнішнього навантаження. Повздовжній переріз ілюмінатора зображено на рис. 1.

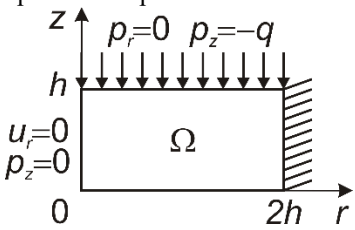


Рис.1

Висота ілюмінатора дорівнює h, радіус – $2h$. Механічні властивості матеріалу: модуль Юнга E, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0{,}3$. Інтенсивність зовнішнього навантаження $q = 0{,}01E$. Досліджено вплив згущення скінченноелементних сіток та підвищення порядку апроксимації на числові розв'язки. На рис. 2 зображено графіки безрозмірного напруження $\sigma_{rz}^* = \frac{\sigma_{rz}}{E}$ в перерізі $r = 0{,}5h$.

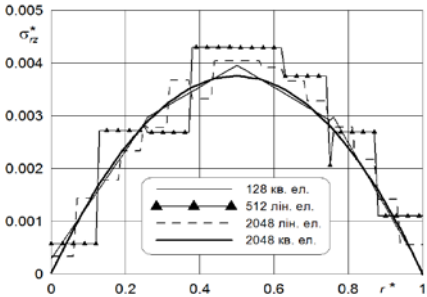


Рис.2

Отже, використання квадратичних трикутних елементів значно покращує результати для напружень. Крім цього, проаналізовано розподіл безрозмірного еквівалентного напруження фон Мізеса $\sigma^*_{eq} = \frac{\sigma_{eq}}{E}$ в тілі. На рис. 3 зображено лінії рівня цього напруження.

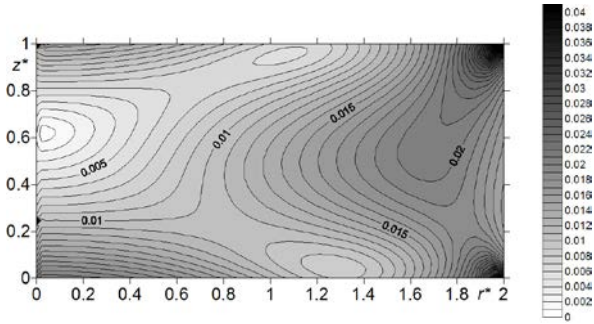


Рис.3

Максимум цього напруження досягається біля нижнього і верхнього правого кута тіла Ω. Мінімум напруження σ^*_{eq} досягається у точці з координатою $r \approx 0{,}005h$ та $z \approx 0{,}01h$.

1. 1.*Зенкевич О. К.* Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир,1975, – 541 с.
2. 2.*Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. – М.: Наука,1975. –392 с.

АНАЛІЗ ТРАНСПОРТНОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ ДАНИХ ПАСАЖИРОПОТОКУ

Сомик Григорій, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
somykhryhorii@gmail.com

Кожного дня мільйони людей у містах користуються громадським транспортом. У більшості із них день починається із планування оптимального маршруту для подорожей містом. Спроектуємо систему для оптимізації системи громадського транспорту міста і для пошуку оптимального маршруту. Для побудови мережі маршрутів та мережі зупинок громадського транспорту використовуватимемо географічні координати, а саме широту і довготу, і в подальшому називатимемо геолокаційним місцезнаходженням.

Для проектування оптимального маршруту отримуємо вхідні дані, а саме геолокаційні місцезнаходження початкової та кінцевої точки маршруту. Під час обрахунку оптимального маршруту, спочатку потрібно знайти усі можливі маршрути, які можуть виконати поставлене завдання, тобто знайти найближчі зупинки транспортних засобів до кінцевої та початкової точок маршруту та транспортні маршрути, які можуть доставити користувача із однієї із знайдених початкових точок до однієї із знайдених кінцевих точок.

Для реалізації цієї системи за допомогою інформаційних технологій однією із проблем є питання як зберігати геолокаційні дані місцезнаходжень в базі даних, для того, щоб мати можливість швидко опрацювати їх, а саме отримати найближчі геолокаційні місцезнаходження об’єктів у заданому радіусі від певної заданої точки місцезнаходження. Оскільки задана геолокаційна точка місцезнаходження завжди змінюється ми не можемо наперед порахувати і тримати в базі даних відстані від заданої точки до усіх інших. А кожного разу при виконанні запиту до бази даних обрахунок відстаней усіх точок до заданої займатиме певну кількість часу, оскільки транспортна система великого міста містить достатньо багато записів у базі даних про місцезнаходження певних об’єктів.

Що ж для вирішення цієї проблеми використаємо геохешування - це алгоритм, який ділить карту на комірки певного розміру і кожній

комірці присвоює унікальний ідентифікатор, ці комірки можуть бути поділені на ще менші комірки, а кожна внутрішня комірка містить інформацію про зовнішню. Сам алгоритм геохешування може бути застосований до геолокаційної точки, і на вихід він поверне хеш код цієї точки, а саме унікальний ідентифікатор комірки, в якій міститься задана геолокаційна точка. За цим хеш кодом і маніпуляцією із його довжиною можна отримати будь-яку комірку за розміром, в якій міститься задана точка.

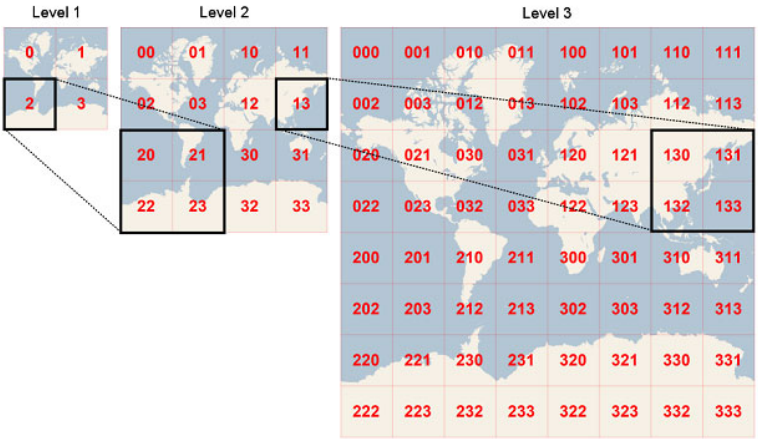


Рисунок 1. Приклад процесу геохешування

Даний підхід для пошуку найближчих геолокаційних точок у базі даних дозволяє швидко відсіяти небажані результати вибірки, що пришвидшує виконання операції пошуку. Але перед кожним пошуком у базі даних спочатку потрібно вибирати правильну довжину хеш коду, як показує практика, це можливо коли сторона комірки близька за розміром до заданого радіусу. І залежно від розміщення точки у комірці, потрібно знайти усі комірки, які попадають у заданий радіус, це як правило сусідні комірки до комірки, в якій лежить задана точка, і відсортувати ті дані, які потрапили у знайдені комірки, але відстань від заданої точки до знайдених об’єктів більша за заданий радіус.

1. Geohashing : [Електронний ресурс] // Вікіпедія – вільна енциклопедія. – Режим доступу : https://en.wikipedia.org/wiki/Geohashing

2. Geohash : [Електронний ресурс] // Вікіпедія – вільна енциклопедія. – Режим доступу : https://en.wikipedia.org/wiki/Geohash

3. *Patel J.M.* Building a Scalable Geospatial Database System. In SIGMOD. 1997.

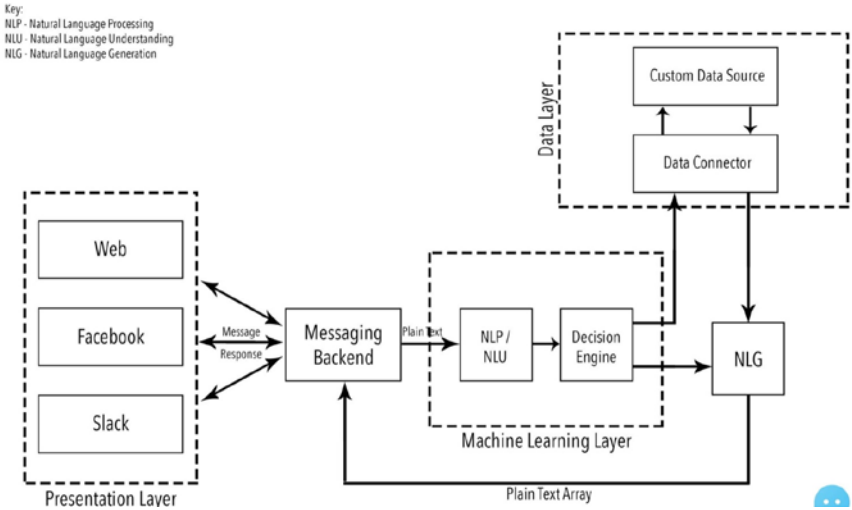
4. *Visvalingam M.*, Trends and concerns in digital cartography // ComputerAided Design, vol. 22, issue 3, 1990, P. 115-130

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАТБОТІВ, БУДОВИ ДИЗАЙНУ ТА ВЗАЄМОДІЇ ЧАТБОТІВ З КОРИСТУВАЧАМИ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ РОЗПІЗНАВАННЯ ТА ОБРОБКИ ТЕКСТУ.

Ахмедов Абульфаз, Христина Спасник
Львівський національний університет ім. Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
abulfazahmadov@gmail.com , hristinaspasnik@gmail.com

Вступ. У наш час все більше і більше набирають популярність соціальні мережі та месенджери які забезпечують комунікацію між людьми.Разом із цим, також набирають популярність чатботи-програми що на основі моделі машинного навчання, розпізнавання мови та нейромереж імітують розмову.Перші чатботи були створені ще в 60-х роках XX ст. , але з розвитком інтернет технологій та месенджерів, ця концепція почала стрімко набирати популярність у наш час.В данній роботі розглянуто спосіб побудови таких систем, створення UI/UX, проблем у використанні чатботів користувачами, дослідження сервісів які дозволяються на основі http запитів розпізнавати текст користувача.

Головна ідея.Головна ідея створення систем чатботів для месенджерів(на прикладі facebook messenger) базується на http запитах.В ролі клієнта виступає вебсайт або мобільна аплікація месенджера.Технічно все відбувається приблизно за схемою поданою на рисунку.У нас є клієнт — один із популярних месенджерів, чи якийсь власностворений сервіс, що взаємодіє з користувачем, отримавши повідомлення від нього, формує та відправляє запит на сервер, який отримавши цей запит, обробляє його, текст користувача зазвичай сервер відправляє на NLP сервіс, який обробивши цей текст, повертає дані про нього назад на сервер, тоді сервер маючи усі ці дані про текст користувача, аналізує його, та формує відповідь яку відправляє назад на месенджер, і там він представляється користувачу.Таким чином виглядає архітектура.



Створити чатбот, можна і без використання NLP сервісів, використовуючи тривіальну обробку повідомлення користувача на сервері, але використання таких сервісів надає значну перевагу та більші можливості. За допомогою таких сервісів можна створити значно кращу систему, яка зможе відповідати на ширший набір питань.

Таких сервісів у наш час є дуже багато.Кожен із них пропонує щось, що може стати в пригоді в заданому конкретному випадку.Одним із найпопулярніших для NLP в наш час є Dialogflow – який раніше називався Api.ai, цей продукт був куплений компанією Google, та працює на основі машинного навчання та нейронних мереж.В цій системі варто зазначити кілька важливих для роботи із нею термінів, наприклад:

Агент — обєкт що містить у собі всю інформацію для використання, та є одиницею яку чатботи використовують для розпізнавання тексту.Саме розпізнавання та тренування агента відбувається на основі данних.Тренування відбувається за моделями Intent, Entity, про які більш детально буде розказано на самій презентації.

На основі досліджень та експериментів за цією технологією, ми переконались у тому, що чим більше початкових даних надано агенту, тим кращом буде рівень точності у відповідях.Також агент покращується завдяки взаємодії з ним користувачів.На основі данних які він отримує в процесі обробки текстів користувача він теж навчається та стає кращим.

У побудові чатботів, дуже важливо побудувати правильний хід взаємодії з користувачем. На основі досліджень, також було виявлено, що чим більш вузькою є спеціалізація чатбота, тим більше він був ефективним та точним.Дуже важливим у створенні прикладного програмного взагалом, не тільки чатботів є забезпечення простої та інтуїтивно зрозумілої взаємодії з кінцевими користувачами продуктів.Також на основі дослідів, та опитувань, стало відомо те, що чим більше підказок чатбот надає підказок користувачеві, тим кращою буде взаємодія із ним. Достатньо просто порівняти ці 2 приклади:

Висновок:Для побудови успішного чатбота, дуже важливим є взаємодія його з користувачем, ефективність у розпізнанні тексту користувача та відповіді побудованих на цій основі.

1. https://docs.microsoft.com/en-us/azure/bot-service/bot-service-design-first-interaction
2. https://dialogflow.com/docs/getting-started/basics

ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ДВОВИМІРНОЇ ГЕТЕРОГЕННОЇ МОДЕЛІ АДВЕКЦІЇ-ДИФУЗІЇ

Сподар Ірина Володимирівна, Флис Софія Тарасівна, Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
irynka-ww@ukr.net, sophia_sone4ko@ukr.net

Вступ. У математичному моделюванні важливу роль відіграє дослідження процесів перенесення субстанції. Проте розв'язування задачі переносу методом скінченних елементів (МСЕ) [1] при великих числах Пекле призводить до значних осциляцій. Для усунення цієї проблеми розроблено багато методів. В даній роботі розглянуто розбиття розрахункової області на підобласті, застосування алгоритму Діріхле-Неймана [2] до задачі адвекції-дифузії та використання спеціальних базисних функцій для корекції розв'язку МСЕ на кожній з підобластей.

Головна ідея методу Діріхле-Неймана полягає в тому, що на одній з підобластей формулюють задачу з крайовими умовами Діріхле, на іншій – з крайовими умовами Неймана. Розв'язуючи ітераційно отримані задачі (в даному випадку за допомогою МСЕ), знаходять послідовності функцій $\left\{u_1^{(k)}\right\}\in\Omega_1$, $\left\{u_2^{(k)}\right\}\in\Omega_2$, що збігаються до розв'язків вихідної гетерогенної задачі u_1 і u_2 відповідно. Співпадіння розв'язків u_1 і u_2 на спільній межі підобластей Ω_1 і Ω_2 забезпечується умовами спряження.

Обчислювальний експеримент. Розглянемо задачу адвекції-дифузії

$$\begin{cases} A_1u_1 = div(bu_1) + b_0u_1 = f \quad в\ \Omega_1, \\ A_2u_2 = div(-\nu\nabla u_2 + bu_2) + b_0u_2 = f \quad в\ \Omega_2, \\ u_1 = g_1 \quad на\ \partial\Omega_1 \setminus \Gamma, \\ u_2 = g_2 \quad на\ \partial\Omega_2 \setminus \Gamma, \\ u_1 = u_2 \quad на\ \Gamma, \\ -b\cdot n_\Gamma u_1 = \nu\dfrac{\partial u_2}{\partial n_\Gamma} - b\cdot n_\Gamma u_2 \quad на\ \Gamma. \end{cases}$$

Для прикладу розглянемо випадок, коли $\Omega=[0,1]\times[0,2]$, $f=1, b_0=1, \nu=1, g=0$, $b=[1000,10]$, Γ – спільна межа Ω_1 і Ω_2, n_Γ - вектор нормалі до Γ з Ω_1 в Ω_2. $Pe(x)=\frac{|b(x)|}{2\nu}$ – число Пекле.

Щоб уникнути осциляцій, введемо пробну функцію [3] $\psi_i(x_1,x_2)=\varphi_i(x_1,x_2)-\alpha\gamma(x_1,x_2)$, $\gamma(x_1,x_2)=w_n\varphi_i(x_1,x_2)\varphi_j(x_1,x_2)\varphi_m(x_1,x_2)$, де $\varphi_i,\varphi_j,\varphi_m$ – кусково-лінійні базисні функції МСЕ, w_n – нормальна складова вектора швидкості, α – параметр, що дозволяє контролювати вплив допоміжної функції $\gamma(x_1,x_2)$ (візьмемо $\alpha=5$).

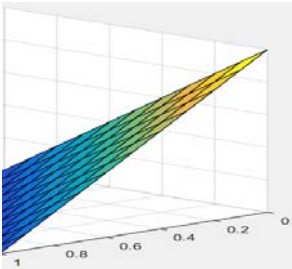


Рис.1. Зображення функції $\varphi_i(x_1,x_2)$

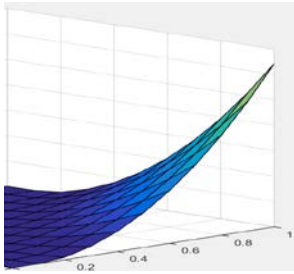


Рис.2. Зображення функції $\psi_i(x_1,x_2)$

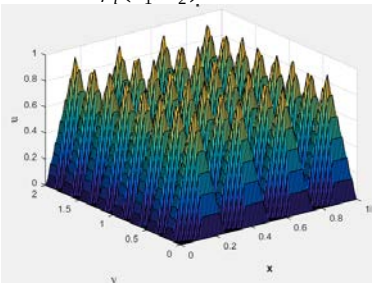


Рис.3. Графічна ілюстрація розв'язку без використання $\psi_i(x_1,x_2)$

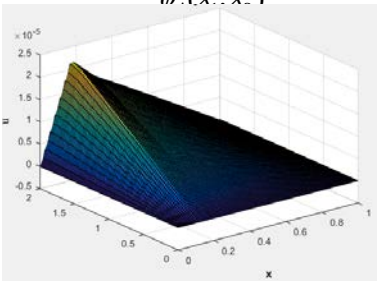


Рис.4. Графічна ілюстрація розв'язку з використанням $\psi_i(x_1,x_2)$

Висновки. Застосовано алгоритм декомпозиції області Діріхле-Неймана до задачі адвекції-дифузії. Для уникнення осциляцій введено пробні функції $\psi_i(x_1,x_2)$. Наведено графіки базисної та пробної функцій та отриманого розв'язку. Результати обчислювальних експериментів

демонструють ефективність застосування МСЕ з пробними функціями та збіжність методу Діріхле-Неймана при його застосуванні до задачі адвекції-дифузії.

1. *Савула Я. Г.* Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами / Я. Г. Савула. - Львів: видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 221 с.
2. *Quarteroni A.* Heterogeneous Mathematical Models in Fluid Dynamics and Associated Solution Algorithms / A. Quarteroni – NY : Springer, 2012. – p. 57. – (Multiscale and Adaptivity: Modeling, Numerics and Applications).
3. *Fletcher C.* Computational Galerkin Methods / Springer-Verlag New York, 1984.– p. 352.

ПОБУДОВА ДВОХСТОРОННІХ АПРОКСИМАЦІЙ ФУНКЦІЇ СПЛАЙНАМИ ЗАСНОВАНИМИ НА МАТЕМАТИЦІ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ІНТЕРВАЛІВ

Трицецький В. С.
Львівський національний унівеситет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
volodja.extrim@gmail.com

Іноді в обчислювальній математиці виникає проблема, що класичні ітераційні методи працюють надто повільно тому, що обчислювати задану функцію дуже часозатратно. Постає ідея інтерполювати функцію, проте такий підхід не завжди надійний, оскільки таким чином можна втратити деякі розв'язки чи навіть знайти неіснуючі. Докорінно інший підхід лежить в основі моєї дипломної роботи, він полягає у наступному: знайдемо дві такі функції (що будуть значно простіші в плані обчислень), які обмежують задану функцію $f(x)$ на проміжку $[a, b]$ зверху і знизу, тобто виконується нерівність

$$\underline{g}(x) \leq f(x) \leq \overline{g}(x), \quad x \in [a, b].$$

Замість заданої функції будемо розглядати функціональний інтервал, або (як ще називають) функціональний обмежник. Цікаво, що можливо знайти якзавгодно вузький такий обмежник. На практиці задають константу, що означає максимально допустиму ширину функціонального інтервалу. Моїм завданням було реалізувати алгоритм побудови двохсторонніх обмежників для заданої аналітично функції $f(x)$.

Роботу алгоритму можна поділити на два етапи:

1. Знаходження кусково-лінійних обмежників першої похідної заданої функції $f(x)$ на проміжку $[a, b]$. (рис. 1)
2. Використання знайдених обмежників для побудови двосторонньої апроксимації заданої функції $f(x)$ квадратичними сплайнами на проміжку $[a, b]$.

Даний підхід можна узагальнити таким чином, щоб будувати функціональні обмежники для похідних вищих порядків, тоді в результаті отримаємо функціональний обмежник у вигляді сплайнів

вищих порядків, відповідно. У своїй дипломній роботі я обмежився побудовою квадратичних сплайнів-обмежників.

Побудовану апроксимацію можна використовувати для розв'язування різних класів задач, наприклад, алгебраїчних чи трансцендентних рівнянь і нерівностей, задач оптимізації (знаходження екстремумів), знаходження хорошого початкового наближення для ітераційних чисельних методів.

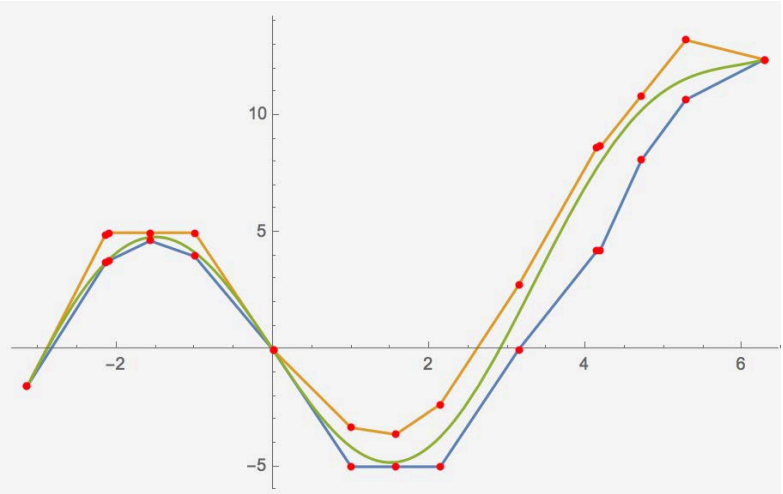


Рис. 1. Обмежники функції $y = \frac{x^3}{20} - 5\,sin(x)$ *на проміжку* $[-\pi, 2\pi]$.

Для програмної реалізації я використав мову програмування Java у математичних розрахунках, JUnit для тестування та пакет програм Mathematica для візуалізації результатів.

Висновок такий, що математика функціональних інтервалів дає можливість будувати і досліджувати ефективні методи розв'язування широкого кола задач та модифікації вже відомих методів.

Літературні джерела:

1. Арифметика лінійних функціональних інтервалів / *П. Сеньо* // Вісник Львівського університету. Серія : Прикладна математика та інформатика. - 2014. - Вип. 21. - С. 38-57.

2. Деякі застосування математики функціональних інтервалів / *П. С. Сеньо* // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія : Фізико-математичні науки. - 2016. - Вип. 13. - С. 182-193.

3. Топологія простору лінійних функціональних інтервалів */ П. С. Сеньо* // Математичне та комп'ютерне моделювання. Сер. : Фізико-математичні науки. - 2014. - Вип. 11. - С. 209-223.

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ОРТОТРОПНОГО ПІВПРОСТОРУ З ПРУЖНИМ СТРІЧКОВИМ ВКЛЮЧЕННЯМ ЗА АНТИПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

Троян Марія, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
troyan.mariah@gmail.com

Усі реальні тіла мають численні дефекти структури матеріалу. Поширеними дефектами в кристалічних тілах є тріщини, тонкі включення, прошарки та інше. Під час навантаження біля вершин тонкостінних неоднорідностей виникає значна концентрація напружень, через що можуть утворюватись і потім зростати тріщини, матеріал буде пластично деформуватись. Все це зменшує міцність матеріалу, тривалість функціонування конструкцій чи навіть спричиняє раптове їх руйнування.

У задачах технічної діагностики, пошуку копалин постає проблема визначення механічних і геометричних параметрів чужорідних елементів за відомими переміщеннями та деформаціями поверхні досліджуваного тіла. Для розв’язання цієї складної багатопараметричної оберненої задачі потрібні деякі вхідні експериментальні дані, результати інших вимірювань. Першим кроком до вирішення цієї проблеми є детальний аналіз впливу параметрів дефекту на напружено-деформований стан із використанням розв’язку прямої задачі механіки для середовищ із такими включеннями.

В сучасних конструкціях поруч із матеріалами, що зазвичай під час розрахунків приймаються за однорідні та ізотропні, використовуються для виготовлення деталей також і анізотропні матеріали, зокрема ортотропні, для яких спостерігається чітка відмінність пружних властивостей у різних напрямах.

Розглянемо задачу поздовжнього зсуву вздовж осі Oz для ортотропного півпростору $y > 0$ з пружними характеристиками $a_{ii},\ i = 4, 5$. Враховуючи характер антиплоскої задачі, напружено-деформований стан у кожній площині, що перпендикулярна до напряму зсуву, однаковий і тому достатньо обмежитись аналізом полів у одній із них, зокрема xOy. Усередині півплощини вздовж відрізка L розміщене стрічкове пружне включення, паралельне до межі півпростору $y = 0$. У центрі O_0 відрізка L розмістимо початок локальної декартової системи координат $x_0O_0y_0$. Системи координат xOy та $x_0O_0y_0$ зв’язані

залежністю $x = x_0$, $y = y_0 + H$, H – величина заглиблення включення. Включення має довжину $2a$ і сталу товщину $2h$. Пружні характеристики включення $a_{ii}^0, i = 4{,}5$.

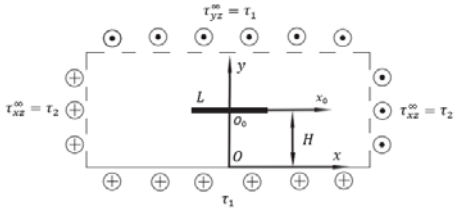


Рисунок 2. Графічне зображення сформульованої задачі

У даній роботі за допомогою послідовного застосування методів функцій стрибка та колокацій розв’язано антиплоску задачу теорії пружності для ортотропного півпростору з тонким ортотропним пружним включенням. Зовнішнє навантаження задане рівномірно розподіленим зсувним зусиллям на нескінченності. Навантаження на поверхні півпростору відсутні. Детально досліджено поле деформацій на вільній поверхні.

1. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела / *С. Г. Лехницкий* – [2-е изд., перераб. и дополн.]. – М. : Наука, 1977. – 416 с.
2. *Шевчук С. П.* Вплив пружного стрічкового включення на деформацію поверхні анізотропного півпростору за поздовжнього зсуву / *С. П. Шевчук* // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2006. – Т. 49, № 3. – С. 125-130.
3. *Сулим Г. Т.* Продольный сдвиг анизотропной среды с ленточными включениями / *Г. Т. Сулим* ; АН УССР, ред. журн. «Физ.-хим. механика материалов». – Львов, 1987. – 47 с. – Деп. в ВИНИТИ 15.01.87, № 329-В87.
4. *Божидарник В. В.* Метод колокацій розв'язання системи сингулярних інтегральних рівнянь / *В. В. Божидарник, Г. Т.Сулим* // Вісн. Львів. політехн. ін-ту. – 1990. – Вип. 242. – С. 8-13.

АДАПТИВНА СХЕМА МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ЕЛІПТИЧНИХ ЗАДАЧ

Фай Василь Богданович, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
vasylfay@gmail.com

Метод граничних елементів є дискретною схемою для чисельного розв'язування еліптичних диференціальних рівнянь.

У даній роботі представлено програмну реалізацію в середовищі MATLAB алгоритму для h-адаптивного методу граничних елементів(МГЕ) для розв'язування еліптичних задач з використанням зваженої апостеріорної оцінки похибки кусково лінійних апроксимацій цього методу. Щоб продемонструвати ефективність h-адаптування ми порівнюємо одержані результати із такими, що обчислені МГЕ із звичайним рівномірним згущення сіток.

Розглянемо задачу:

$$-\Delta u = 0 \text{ в } \Omega \qquad (1)$$

$$u = g \quad \text{на} \quad \Gamma \qquad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial v} = \varphi \quad \text{на} \quad \Gamma \qquad (3)$$

Розв'язання граничної задачі (1) – (3) еквівалентне розв'язанню інтегрального рівняння вигляду:

$$u(x) = V\varphi(x) - Kg(x)\ ,\ \forall \boldsymbol{x} \in \Omega \qquad (4)$$

Спрямувавши x на границю отримаємо:

$$g = V\varphi(x) - \left(K - \frac{1}{2}\right) g \qquad (5)$$

$$\varphi = \left(P + \frac{1}{2}\right) \varphi + Wg \qquad (6)$$

V – потенціал простого шару, K – потенціал подвійного шару, P – спряжений оператор до K, W – гіперсингулярний оператор.

Систему інтегральних рівнянь (5) – (6) розв'язуємо методом Гальоркіна. Для апостеріорного оцінювання похибки МГЕ скористаємося відповідною зваженою похибкою запропоновану у роботі [1]:

$$\|u_e - U_e\| \cong \left\|(r_{N,e}\,, r_{D,e})\right\|, \text{ де}$$

$$r_{D,e} = V\Phi_e - \left(\frac{1}{2} + K\right) U_{D,e} + V\Phi_{N,e} - KU_e \qquad (7)$$

$$r_{N,e} = \left(\frac{1}{2} - P\right) \Phi_{N,e} - P\Phi_e - W\left(U_e + U_{D,e}\right) \qquad (8)$$

u_e – точний розв'язок, $\Phi_{N,e}$, $U_{D,e}$ – знайдені значення на граничному елементі за допомогою методу Гальоркіна. Тепер ми можемо подати оцінку похибки у вигляді:

$$p^2 = \left\|h_e^{1/2}\, r_{D,e}\right\|^2_{L^2(\Gamma_D)} + \left\|h_e^{1/2}\, r_{N,e}\right\|^2_{L^2(\Gamma_N)} \qquad (9)$$

Для локального адаптування сітки скористаємося алгоритмом Дюрфнера. Обчислимо значення похибки за формулою (9) для кожного скінченного елемента, визначимо множину елементів $\mathrm{M}_e \in \varepsilon_e$ для якої виконується умова:

$$\Theta \sum_{E\,\in\varepsilon_e} p(E)^2 \le \sum_{E\,\in\mathrm{M}_e} p(E)^2 \quad (10)$$

Θ – параметр адаптації, ε_e - сітка методу, M_e - підмножина елементів для перерахунку.Після знаходження даної множини, подрібнимо кожен елемент для задання нової сітки.

Числові результати :

Розв'яжемо тестову задачу:

$$-\Delta u = 0 \text{ в } \Omega \quad (11)$$

$$u = r^{2/3}\cos\left(\frac{2\varphi}{3}\right) \text{ на } \Gamma \ (12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial v} = grad\left(r^{2/3}\cos\left(\frac{2\varphi}{3}\right)\right) * \vec{v} \text{ на } \Gamma \qquad (13)$$

Початкова сітка показана на рис. 1. Табл. 1 демонструє результати, одержані на рівномірно згущуваних сітках, а Табл. 2 – такі ж результати

за h-адаптивною схемою(обчислення проводилися в точці (0.2,0)). На рис. 2 -3 подано згущення сітки під час виконання алгоритму hадаптування.

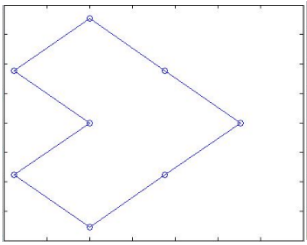


рис. 1

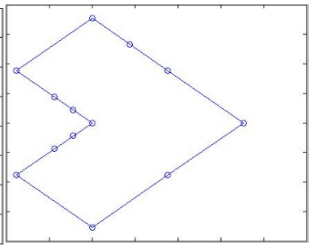


рис. 2

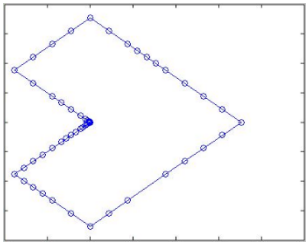


рис. 3

Кількість Елементів	Наближений розв`язок	Точний розв`язок	Похибка
8	0.3486	0.3420	0.0066
16	0.3465	0.3420	0.0045
32	0.3448	0.3420	0.0028
64	0.3431	0.3420	0.0011

Табл. 1

Кількість Елементів	Наближений розв`язок	Точний розв`язок	Похибка
8	0.3486	0.3420	0.0066
13	0.3437	0.3420	0.0017
28	0.3424	0.3420	0.0004
55	0.3419	0.3420	0.0001

Табл. 2

Висновок: У роботі було показано ефективність застосування зваженої апостеріорної похибки для реалізації адаптивного алгоритму для задач еліптичного типу. Порівняння числових результатів з розв’язком отриманим звичайній дискеретизації, підтверджує ефективність використання h-адаптивних алгоритмів для розв’язування еліптичних задач.

1. *C. Carstensen, E.P. Stephan*: A posteriori error estimates for boundary element methods, Math. Comp. 64 (1995), 483–500.
2. *O. C. Zienkiewicz* Adaptive techniques in the finite element method / *O. C. Zienkiewicz, J. Z. Zhu* // Communications in Applied Numerical Methods, 1988.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

Харченко Олена Сергіївна, Україна
Дніпровський державній технічний університет,
факультет електроніки та комп'ютерної техніки
Kharchenko.Lena123@gmail.com

Розвиток електронно-обчислювальних машин (ЕОМ) і нові числові математичні методи значно розширили можливості розв'язання диференційних рівнянь і дослідження перехідних електромагнітних і механічних процесів в електричних двигунах. Одночасно з цим з'явилися нові можливості розв'язання задач високої складності і точності.

При розгляді математичної моделі [1] прийнято, що розглядається асинхронний двигун (АД) у площині і не враховуються торцеві частини. Математична модель будується на основі геометричних параметрів АД із зовнішніми колами. Електромагнітне поле у поперечному перерізі АД описується рівняннями поля відносно векторного магнітного потенціалу наступного виду:

$$-\nabla\left(v\nabla A\right)=\begin{cases}0, & \textit{у повітряному проміжку}\\ \dfrac{wi_{01}}{\Omega}, & \textit{у пазу статора}\end{cases}$$

(1)

де w – кількість витків обмотки фази; i_{01} – струм в обмотках статора; Ω – площа, яку займає котушка в пазу.

Щільність струму в обмотках статора визначається за виразом:

$$J=\frac{wi_{01}}{\Omega}.$$

(2)

Рівняння рівноваги напруг фази обмотки статора має вигляд:

$$u_{01}=r_{01}\,i_{01}+\frac{Wl}{\Omega}\int_{\Omega}\frac{\partial A}{\partial t}d\Omega+L_{л}\frac{di_{01}}{dt},$$

(3)

де u_{01} – миттєве значення напруги фази в обмотці статора; A - векторний магнітний потенціал, r_{01} – активний опір фази обмотки статора; W – електромагнітна енергія; $L_{л}$ – індуктивність розсіяних лобових частин фази обмотки статора.

Електромагнітний момент визначається за виразом:

$$M = \frac{dW(\theta, i)}{d\theta}, \quad (4)$$

де M – електромагнітний момент на валу ротора; θ – кут повороту ротора.

Для розрахунку та дослідження властивостей двигунів застосовано метод скінченних елементів, програмна реалізаціяякого розроблена у середовищі MatLabіз застосуваннямможливостей ToolBoxPartialDifferentialEquations (PDE), у склад якого входить додаток pdetool з графічним інтерфейсом користувача.

У роботі розглянуто паз статора з обмоткою та повітряним проміжком (рис.1).

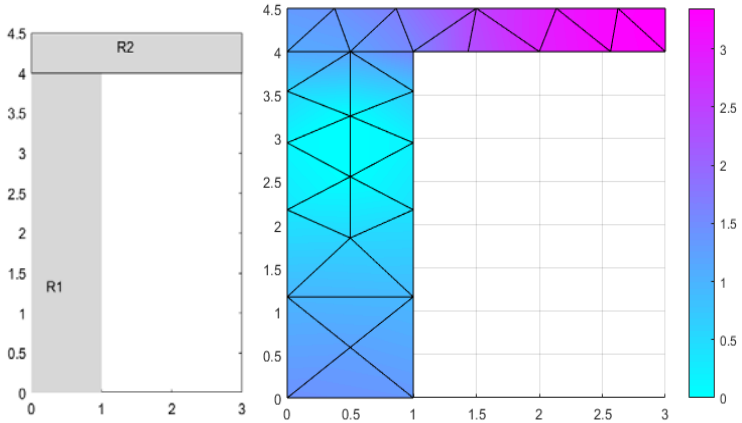


Рис.1. Розбиття області

Програмування в MatLab дає можливість створити програму з відкритим кодом для розв’язання задач з використанням методу скінченних елементів.

1. *О.С. Косухіна, Р.М. Поляков, О.М. С’янов*Математичне моделювання динамічних режимів роботи асинхронного двигуна з масивним феромагнітним ротором, Математичне моделювання. №2(35) – Кам’янське, 2016. – С. 57-60.
2. *СильвестерП., Феррари Р.* Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 229 с., ил.
3. *Ануфриев И.Е.* Самоучитель MatLab 5.3/6.x. – Спб.:БХВ-Петербург, 2002. – 736 с.: ил.

ВИКОРИСТАННЯ ТЕКСТОВИХ ТА ГРАФІЧНИХ ФАЙЛІВ У ЗАДАЧАХ СТЕГАНОГРАФІЇ

Ходак Христина Богданівна, Україна
Львівський національний університет імені Івана Франка,
факультет прикладної математики та інформатики
hodak.cristina@gmail.com

Завдання захисту інформації від несанкціонованого доступу вирішувалося в усі часи історії людства. Один із основних напрямів вирішення цього завдання - стеганографія. Приховування самого факту існування секретних даних при їх передачі, зберіганні чи обробці є задачею стеганографії - науки, яка вивчає способи і методи приховування конфіденційних відомостей.

Текстова стеганографія — вид стеганографії, що використовує текстові контейнери для приховування даних у цифрових технологіях. Користувачі інтернету концентрують свою увагу тільки на інформацію, яка відображається на веб-сторінці. Грунтуючись на цьому твердженні, методи стеганографії для HTML-документів мають справу з кодуванням веб-сторінки, а не інформації на цій сторінці. Зокрема, достатньо ефективним є метод зміни порядку атрибутів у HTML-файлах. Цей метод базується на ігноруванні HTML/XML інтерпретатором порядку проходження атрибутів відкриваючого тега, що в свою чергу ніяк не впливає на вихідний HTML-документ.

Наведемо приклад двох ідентичних варіантів:

```
<span class = "bigText"  style = "color:#0088ff"> …</span>
<span  style = "color:#0088ff"  class = "bigText"> …</span>
```

Якщо послідовність атрибутів (class,style), то (в залежності від кодування бітової послідовності стеганоповідомлення) тег кодує “1” біт, і якщо послідовність атрибутів (style, class), то тег кодує “0” біт. Кожна комбінація класу і стилю позначає один біт.

Відомо, що більшість досліджень присвячена використанню в якості стеганоконтейнерів графічні файли. Це обумовлено наявністю в більшості зображень текстурних областей, що мають шумову структуру і найкращим чином підходять для вбудовування інформації. А також слабкою чутливістю людського ока до незначних змін кольорів зображення, його яскравості, контрастності, вмісту в ньому шуму.

Метод заміни найменшого значущого біта (НЗБ, LSB – Least Significant Bit) є найпоширенішим серед методів заміни в просторовій області. Суть цього методу полягає у приховуванні інформації шляхом зміни останніх бітів зображення, які кодують колір, на біти приховуваного повідомлення. Різниця між порожнім і заповненим контейнерами не повинна бути відчутна для зорового сприйняття людини.

Наведений нижче приклад показує, як повідомлення може бути приховане в перших восьми байтах, що відносяться до трьох пікселів 24-бітового зображення. Тут підкреслені тільки ті біти, які були фактично змінені.

Пікселі: (00100111 11101001 11001000)
(00100111 11001000 11101001)
(11001000 00100111 11101001)

Біти приховуваного повідомлення: 01000001

Отриманий результат:

(00100110 11101001 11001000)
(00100110 11001000 11101000)
(11001000 00100110 11101001)

У підсумку, можна сказати, що приховування повідомлення методами стеганографії значно знижує ймовірність виявsлення самого факту передачі повідомлення, підвищує надійність процедур аутентифікації та захисту від несанкціонованого копіювання.

1. *О.О.Кузнецов, С.П.Євсеєв, О.Г.Король.* Стеганографія : навчальний посібник – Х. : Вид. ХНЕУ, 2011. – 232 с.
2. *M. Shahreza*, "A New Method for Steganography in HTML Files," Advances in Computer, Information, and Systems Sciences, and Engineering, pp. 247-252, 2006.
3. *Mohit Garg*, “A Novel Text steganogrpahy Technique Based on HTML Document”, International Journal of advanced Science and Technology Vol. 35, October 2011.
4. *Конахович Г. Ф., Пузиренко О.Ю.* К338 Комп’ютерна стеганографія. Теорія і практика. — К.: “МК-Пресс”, 2006.— 288 с., іл.
5. *Барсуков В. С., Романцов А. П.* Компьютерная стеганография вчера, сегодня, завтра. – М.:«Специальная техника».- 1999.- 432с.
6. *Грибунин В.Г.* и др. Цифровая стеганография.- М.:СОЛОН-Пресс, 2002.

DIAGNOSTICS BASED ON FUZZY SETS

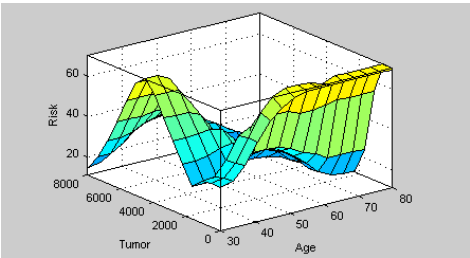
Tsyb Viktoriia Volodymyrivna, Ukraine,
Ivan Franko National University of Lviv
Faculty of Applied Mathematics and Informatics
vikatsyb95@gmail.com

Today humanity is faced with the really high occurrence of breast cancer and this number continues to grow. According to US statistic 231,840 new cases of invasive breast cancer were diagnosed among women in 2015. Approximately 40,290 women died from breast cancer in 2015. Only lung cancer accounts for more cancer deaths in women.

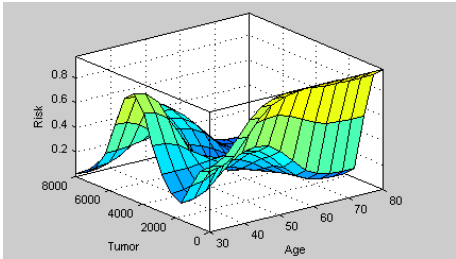
This work relates to the development of mathematical models to describe the risk of breast cancer in Ukraine. The obtained results allow to analyze at what age probability of a breast cancer appearance for women is the highest.

Clinical researches were made based on real cancer care report of the Skole region for 2016. The data were processed and grouped into a sample. Two major factors have been worked out: age and stage of cancer (based on the size of the tumor). These two metrics were taken as inputs and was determined the degree of belong to each of the appropriate fuzzy sets via membership functions. Based on data sample If-Then Rules were built. Taking each rule and combining them into a single fuzzy set and then defuzzification step allow to get the desired result.

During simulation of both fuzzy logical conclusions the following results were obtained.



Surface for Mamdani system



Surface for Sugeno system

Sugeno and Mamdani surfaces show that women who are older than 60 have really high risk of 1st stage breast cancer.

As illustrated in the graphs above, both systems of fuzzy logical conclusion (Mamdani and Sugeno) corresponded to changes in input quantities with rather similar results. However, the Sugeno system has a smoother performance than Mamdani system for assessing the risk of breast cancer detection.

1. Системи штучного інтелекту /*Нікольський Ю. В, Пасічник В. В., Щербина Ю. М.*
2. Matlab Fuzzy Logical Toolbox – Version 1 / *J.-S. Roger Jang*
3. С.Д. Проектирование нечетких систем средствами Matlab / *С. Д. Штовба.*

МОДИФІКАЦІЯ ГРАДІЄНТНОГО МЕТОДУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ БЕЗУМОВНОЇ МІНІМІЗАЦІЇ

Чипурко А.А., Україна
Львівський національний університет ім. Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
achyp14@gmail.com

Людям властиве бажання прагнути до найкращого, і коли вони змушені обирати серед багатьох можливостей, то бажання обрати серед них оптимальну є цілком природним.

Щоб знайти оптимальну серед можливостей, ми змушені розв'язувати задачі на відшукання максимуму або мінімуму, тобто найбільших або найменших значень якихось величин. Обидва ці поняття – максимум і мінімум - об'єднані єдиним терміном "екстремум". Тому і задачі на відшукання максимуму або мінімуму називають екстремальним задачами або задачами на екстремум.

Знаходження оптимальних значень певних величин є життєво необхідною частиною функціонування економіки, невід'ємною частиною сучасної механіки та інженерії, відіграє важливу роль у дослідженні будь-яких операцій та опрацюванні статистичних даних. Теорія сучасної оптимізації перегукується із теорією ігор, вивченню економічного положення рівноваги. У мікроекономіці – це проблема максимізації корисності, де споживачі максимізують свою вигоду, а підприємці – свій прибуток. Теорія оптимізації зробила чималий внесок у дослідження та аналіз ризиків. Для розв'язування задач безумовної мінімізації функції багатьох змінних існує чимало ітераційних методів, проте універсального методу не знайдено. Важливою задачею є побудова таких методів, які точніше та з меншими затратами допомагатимуть знаходити розв'язок. Наша мета – розглянути ряд трикрокових модифікацій, які ґрунтуються на методі Ньютона, або його модифікаціях та градієнтному методі.

Розглянемо задачу:

$$f(x) \to min \qquad x \in R_n \qquad (1)\,.$$

Для розв'язку цієї задачі пропонується наступний метод

$$x_{2k+1} = x_{2k} - \alpha_{2k} * a_1$$

$x_{2k+2} = x_{2k+1} - \alpha_{2k+1} * a_2$, де $k = 0, 1, 2, \ldots$

Тут $a_1 = (\frac{\partial f}{\partial x^k}, 0, \frac{\partial f}{\partial x^{k+1}}, 0, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x^n})$ в точці x_{2k+1}, якщо n – непарне або $a_2 = (0, \frac{\partial f}{\partial x^k}, 0, \frac{\partial f}{\partial x^{k+1}}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x^n})$ в точці x_{2k+2}.

Даний метод є модифікацією градієнтного методу. Як бачимо замість $f'(x_k)$ беремо почергово в залежності від n вектори a_1, a_2.

Обчислення проводилось до виконання однієї з умов:

$\|f'(x_{k+1})\| < \varepsilon$ (а)

$\|x_{k+1} - x_k\| < \varepsilon$ (б)

$|f(x_{k+1}) - f(x_k)| < \varepsilon$ (в)

Отже, за даними дослідженнями було отримано певні позитивні результати у знаходженні розв'язку задачі. Експерименти доводять, що існує певна узгодженість між теорією та практикою.

1. *Бартіш М. Я.* Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. – Львів. Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2006.
2. *Васильев Ф.П.* Методы оптимизации / *Ф.П. Васильев*. – М.: Факториал Пресс,2002. – С. 824.
3. *Бартіш М.Я.* Трикроковий алгоритм мінімізації функції / *М. Бартіш,Н. Огородник* // Математичні студії. – 2008. – Т. 29. – С. 108–112.
4. *Бартіш М.Я.* Модифікації рекурсивного методу Ньютона / *М. Бартіш,Н. Огородник* // Вісн. ЛНУ. Сер. Прикл. матем. та інформ. – 2010. Вип. 16. –С. 3 -9.

Висловлюємо подяку
організаційному комітету за роботу,
спонсорам за підтримку та
учасникам за наукові дослідження!

Контакти:
horlatch@lnu.edu.ua
studrada.ami@gmail.com