

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра дискретного аналізу та інтелектуальних систем

Затверджено

на засіданні кафедри дискретного аналізу
та інтелектуальних систем
факультету прикладної математики та
інформатики
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1/23 від 28 серпня 2023 р.)

Завідувач кафедри проф. Притула М. М.



Силабус з навчальної дисципліни
“Математична логіка”,
що викладається в межах ОПІ Інформатика
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 122 – комп’ютерні науки

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Математична логіка
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра дискретного аналізу та інтелектуальних систем
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	12 – інформаційні технології 122 – комп'ютерні науки
Викладачі дисципліни	Щербина Юрій Миколайович, професор кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки. Прядко Ольга Ярославівна, асистент кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем.
Контактна інформація викладачів	yuriy.shcherbyna@lnu.edu.ua ; https://ami.lnu.edu.ua/employee/scherbyna olha.pryadko@lnu.edu.ua ; https://ami.lnu.edu.ua/employee/priadko-2 Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 360. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://ami.lnu.edu.ua/course/matematychna-lohika-cs
Інформація про дисципліну	Вивчаються основні поняття, засоби і методи математичної логіки, їх застосування в інформатиці й програмуванні; мови пропозиційної логіки та логіки першого порядку, їх можливості для опису предметних областей; подаються сучасні уявлення про основні методи пошуку доведень та засоби логічного виведення; сучасні уявлення про неklasичні логіки (інтуїціоністські, нечіткі, модальні; темпоральні, алгоритмічні) та їхні застосування.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна “Математична логіка” є нормативною дисципліною з спеціальності 122 – комп'ютерні науки для освітньої програми Інформатика, яка викладається в 3-му семестрі в обсязі 4-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення нормативної дисципліни “Математична логіка” є систематичне викладення базових знань з основ математичної логіки, вивчення формально-аксіоматичних логічних систем та систем пошуку доведень, можливостей їх застосування в прикладних областях. Показано застосування математичної логіки до розв'язування інтелектуально складних проблем – використання логічних моделей для подання задач і пошуку їхніх розв'язків. Викладаються елементи неklasичних логік. Показано зв'язок математичної логіки й теорії алгоритмів.
Література для вивчення дисципліни	<i>Основна</i> 1. Ю.М. Щербина, Н.М. Колос, О.Я. Прядко. Математична логіка для комп'ютерних наук. Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2023. 2. S.C. Cleene. Mathematical Logic. Dover Publications, Inc, Mineola, New York, 2019. 3. Mordechai Ben-Ari. Mathematical Logic for Computer Science, Springer, 2012 4. Michael Huth, Mark Ryan. Logic in Computer Science. Modelling and Reasoning about Systems. Cambridge University Press. 16 th printing 2018. <i>Додаткова</i> 5. В.П. Мельник. Філософія. Наука. Техніка. Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2010.

	<p>6. <i>М.Я. Комарницький, В.І. Андрійчук, І.О. Мельник</i>. Елементи математичної логіки та теорії рекурсії. Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2013.</p> <p>7. <i>М.С. Нікітченко, С.С. Шкільняк</i>. Математична логіка та теорія алгоритмів. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2008.</p> <p>8. <i>С.С. Шкільняк</i>. Теорія алгоритмів. Приклади й задачі. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2012.</p> <p>9. <i>М.С. Нікітченко, С.С. Шкільняк</i>. Прикладна логіка. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2013.</p> <p>10. <i>А.Є. Конверський</i>. Логіка (традиційна та сучасна). Київ, центр навчальної літератури, 2004.</p>
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 години лекцій та 32 години лабораторних занять. Самостійної роботи: 56 годин.
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Розробляти програмні моделі предметних середовищ, вибирати парадигму програмування з позицій зручності та якості застосування для реалізації методів та алгоритмів розв'язання задач в галузі комп'ютерних наук. - Знати основні поняття, засоби та методи математичної логіки, їх застосування в інформатиці й програмуванні; мови пропозиційної логіки та логіки першого порядку, їх можливості для опису предметних областей; основні методи пошуку доведень та засоби логічного виведення; сучасні уявлення про неklasичні логіки (інтуїціоністську, нечіткі, модальні; темпоральні, алгоритмічні) та їхні застосування. - Вміти описувати на формальних мовах твердження стосовно тих чи інших предметних областей; встановлювати виконуваність, загальнозначимість та суперечність; використовувати семантичні таблиці; встановлювати наявність логічного наслідку; проводити виведення в численнях гільбертівського типу; проводити резолютивне виведення; використовувати основні положення неklasичних логік.
Компетентності	<p>ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p>СК3. Здатність до логічного мислення, побудови логічних висновків, використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, проектування, розроблення й аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності, розв'язності та нерозв'язності алгоритмічних проблем для адекватного моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем.</p> <p>СК5. Здатність здійснювати формалізований опис задач дослідження операцій в організаційно-технічних і соціально-економічних системах різного призначення, визначати їх оптимальні розв'язки, будувати моделі оптимального управління з урахуванням змін економічної ситуації, оптимізувати процеси управління в системах різного призначення та рівня ієрархії.</p>
Програмні результати навчання	<p>ПР1. Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук.</p> <p>ПР2. Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.</p> <p>ПР5. Проектувати, розробляти та аналізувати алгоритми розв'язання</p>

	обчислювальних та логічних задач, оцінювати ефективність та складність алгоритмів на основі застосування формальних моделей алгоритмів та обчислюваних функцій.
Ключові слова	Висловлювання, інтерпретація, формула, алгебра Буля, логічна еквівалентність, логічний наслідок, суперечність, тавтологія, предикат, нормальна форма, пропозиційна логіка, логіка першого порядку, семантична таблиця, диз'юнкт, метод резолюцій, числення, інтуїціоністська логіка, модальні логіки, темпоральні логіки, алгоритмічні логіки.
Формат курсу	Очний.
Теми	<ol style="list-style-type: none"> 1. Основні означення пропозиційної логіки. Семантичні таблиці. Алгебра Буля. 2. Логічна еквівалентність і логічний наслідок у пропозиційній логіці. 3. Поняття предиката. Семантичні таблиці для логіки першого порядку. 4. Логічна еквівалентність і логічний наслідок у логіці першого порядку. 5. Правила виведення в логіці першого порядку. Нормальні форми. 6. Ербранівський універсум множини диз'юнктив. 7. Семантичні дерева. Теорема Ербрана. 8. Метод резолюцій у пропозиційній логіці. 9. Підстановка та уніфікація. 10. Метод резолюцій у логіці першого порядку. 11. Числення висловлювань. 12. Числення предикатів. 13. Інтуїціоністська логіка. 14. Модальні логіки. 15. Темпоральні логіки. 16. Алгоритмічні логіки. <p style="text-align: center;"><i>Схему курсу подано нижче</i></p>
Підсумковий контроль, форма	Екзамен у кінці третього семестру.
Пререквізити	Для вивчення дисципліни студенти потребують базові знання з курсу "Дискретна математика", який читається протягом 1-го і 2-го семестрів, достатні для сприйняття категоріального апарату моделей і методів математичної логіки.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції Індивідуальні завдання Групові проекти
Необхідне обладнання	Комп'ютер, Internet.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховують за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • поточне тестування: 40% семестрової оцінки; всього чотири тестування по 10 балів, максимальна кількість балів 40; • індивідуальні завдання: 10% семестрової оцінки; два завдання по 5 балів, максимальна кількість балів 10; • екзамен: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50. <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх самостійними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в</p>

	<p>роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p> <p>Відвідування занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів, визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, отримані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>
<p>Питання до екзамену</p>	<p>Висловлення, формули, семантичні таблиці. Закони пропозиційної логіки. Алгебра Буля. Нормальні форми в пропозиційній логіці. Правила виведення. Поняття предиката. Квантори загальності та існування. Формули логіки першого порядку. Переклад речень природної мови мовою логічних виразів. Інтерпретація формул логіки першого порядку. Семантичні таблиці для логіки першого порядку. Логічна еквівалентність. Закони логіки першого порядку. Логічний наслідок у логіці першого порядку. Правила виведення в логіці першого порядку. Приклади застосувань. Випереджена нормальна форма. Сколемівська стандартна форма. Ербранівський універсум і ербранівський базис. Основний приклад диз'юнкта. <i>H</i>-інтерпретація. Теорема про <i>H</i>-інтерпретацію. Семантичні дерева. Теорема Ербрана. Метод резолюцій у пропозиційній логіці. Підстановка та уніфікація. Метод резолюцій у логіці першого порядку. Числення висловлювань. Числення предикатів. Некласичні логіки.</p>
<p>Опитування</p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенні курсу.</p>

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Літера тура	Завдання, год.	Термін виконання
1	Тема 1. Пропозиційна логіка. (Вступ. Основні означення пропозиційної логіки. Пріоритет логічних операцій. Структура формули. Формальна граматики для формул пропозиційної логіки. Інтерпретація формул пропозиційної логіки. Еквівалентність формул. Загальнозначущість і суперечність у пропозиційній логіці. Приклади застосування пропозиційної логіки. Семантичні таблиці)	лекція, самостійна робота	[1-4,7]	2 2	1 тиждень
	Тема 1. Пропозиційна логіка. (Основні означення пропозиційної логіки. Пріоритет логічних операцій. Структура формули. Інтерпретація формул пропозиційної логіки. Еквівалентність формул. Загальнозначущість і суперечність у пропозиційній логіці. Приклади застосування пропозиційної логіки. Семантичні таблиці)	лаб.	[1-4,7]	2	
2	Тема 2. Закони пропозиційної логіки. Нормальні форми пропозиційної логіки. (Закони пропозиційної логіки. Алгебра Буля. Джордж Буль. Аугустус де Морган. Кон'юнктивні й диз'юнктивні нормальні форми. Досконала кон'юнктивна й досконала диз'юнктивна нормальні форми)	лекція, самостійна робота	[1-4,7]	2 4	1 тиждень
	Тема 2. Закони пропозиційної логіки. Нормальні форми пропозиційної логіки. (Закони пропозиційної логіки. Алгебра Буля. Кон'юнктивні й диз'юнктивні нормальні форми, їх побудова. Досконала кон'юнктивна й досконала диз'юнктивна нормальні форми, їх побудова)	лаб.	[1-4,7]	2	
3	Тема 3. Логічне виведення у пропозиційній логіці. (Логічне виведення у пропозиційній логіці. Правила виведення у пропозиційній логіці. Застосування правил виведення для побудови міркувань. Резолюція)	лекція, самостійна робота	[1-4,7]	2 2	1 тиждень
	Тема 3. Логічне виведення у пропозиційній логіці. (Логічне виведення у пропозиційній логіці. Правила виведення у пропозиційній логіці. Застосування правил виведення для побудови міркувань. Резолюція)	лаб.	[1-4,7]	2	
4	Тема 4. Предикати. Квантори. Формули логіки першого порядку. Семантичні таблиці з кванторами. (Поняття предиката. Квантори загальності й існуванню Формули логіки першого порядку. Формальна граматики для формул логіки першого порядку. Методи перекладу з природної мови на математичну і навпаки. Використання предикатів та кванторів для опису технічних характеристик системи. Інтерпретація формул у логіці першого порядку. Еквівалентність формул. Виконуваність, загальнозначущість та	лекція, самостійна робота	[1-4,7]	2 4	1 тиждень

	суперечність. Семантичні таблиці з кванторами) Тема 4. Предикати. Квантори. Формули логіки першого порядку. Семантичні таблиці з кванторами. (Поняття предиката. Квантори загальності й існуванню Формули логіки першого порядку. Формальна граматики для формул логіки першого порядку. Переклад з природної мови на математичну і навпаки. Опис технічних характеристик системи. Інтерпретація формул у логіці першого порядку. Еквівалентність формул. Виконуваність, загальнозначущість та суперечність. Семантичні таблиці з кванторами)	лаб.	[1-4,7]	2	
5	Тема 5. Закони логіки першого порядку. Логічний наслідок. (Закони логіки першого порядку. Логічний наслідок у логіці першого порядку. Готлоб Фреге)	лекція, самостійна робота	[1-4,7]	2 2	1 тиждень
	Тема 5. Закони логіки першого порядку. Логічний наслідок. (Використання законів логіки першого порядку. Побудова логічного наслідок у логіці першого порядку)	лаб	[1-4,7]	2	
6	Тема 6. Правила виведення в логіці першого порядку. Нормальні форми. (Правила виведення у логіці першого порядку. Приклади розв'язування задач. Нормальні форми в логіці першого порядку: випереджена нормальна форма; сколемівська нормальна форма)	лекція, самостійна робота	[1-4,7]	2 4	1 тиждень
	Тема 6. Правила виведення в логіці першого порядку. Нормальні форми (Правила виведення у логіці першого порядку. Приклади розв'язування задач. Побудова нормальних форм у логіці першого порядку)	лаб	[1-4,7]	2	
7	Тема 7. Ербранівський універсум множини диз'юнктив. (Алгоритмічна нерозв'язність задачі виявлення загальнозначущості формул у логіці першого порядку. Стандартне подання формул. Ербранівський універсум і ербранівський базис. Основний приклад диз'юнкта. <i>H</i> -інтерпретація. Важливі твердження щодо <i>H</i> -інтерпретації)	лекція, самостійна робота	[1-4,7]	2 2	1 тиждень
	Тема 7. Ербранівський універсум множини диз'юнктив. (Алгоритмічна нерозв'язність задачі виявлення загальнозначущості формул у логіці першого порядку. Стандартне подання формул. Ербранівський універсум і ербранівський базис. Основний приклад диз'юнкта. <i>H</i> -інтерпретація. Важливі твердження щодо <i>H</i> -інтерпретації)	лаб.	[1-4,7]	2	
8	Тема 8. Семантичні дерева. Теорема Ербрана (Семантичні дерева. Теорема Ербрана. Застосування теореми Ербрана. Жак Ербран)	лекція, самостійна робота	[1-4,7]	2 4	1 тиждень
	Тема 8. Семантичні дерева. Теорема Ербрана (Побудова семантичних дерев. Теорема Ербрана. Застосування теореми Ербрана)	лаб.	[1,2,4,5]		
9	Тема 9. Метод резолюцій у пропозиційній логіці. Підстановка та уніфікація.	лекція, самостійна робота	[1-4,7]	2 4	1 тиждень

	(Метод резолюцій у пропозиційній логіці. Основна теорема резолюції для пропозиційної логіки. Підстановка та уніфікація. Алгоритм уніфікації: опис і обґрунтування)				
	Тема 9. Метод резолюцій у пропозиційній логіці. Підстановка та уніфікація. (Метод резолюцій у пропозиційній логіці. Основна теорема резолюції для пропозиційної логіки. Підстановка та уніфікація. Алгоритм уніфікації. Приклади застосування методу резолюцій у пропозиційній логіці)	лаб.	[1-4,7]	2	
10	Тема 10. Метод резолюцій у логіці першого порядку. (Опис методу резолюцій у логіці першого порядку. Приклади застосування методу резолюцій у логіці першого порядку. Теорема про повноту методу резолюцій для логіки першого порядку)	лекція, самостійна робота	[1-4,7]	2 4	1 тиждень
	Тема 10. Метод резолюцій у логіці першого порядку. (Опис методу резолюцій у логіці першого порядку. Розв'язування прикладів на застосування методу резолюцій у логіці першого порядку)	лаб.	[1-5,7]	2	
11	Тема 11. Застосування методу резолюцій у логіці першого порядку. (Доведення теорем, пошук відповідей, планування дій. Стратегії методу резолюцій. Джон Алан Робінсон)	лекція, самостійна робота	[1-5,7]	2 4	1 тиждень
	Тема 11. Застосування методу резолюцій у логіці першого порядку. (Доведення теорем, пошук відповідей, планування дій. Стратегії методу резолюцій)	лаб.	[1-5,7]	2	
12	Тема 12. Загальний опис формальної теорії (числення). Числення висловлень. (Означення формальної теорії, або числення. Означення доведення. Повнота, несуперечливість і розв'язність теорії. Мова і правила виведення числення висловлень. Приклади доведення в численні висловлень. Теорема дедукції. Повнота, несуперечливість і розв'язність числення висловлень)	лекція, самостійна робота	[1-10]	2 4	1 тиждень
	Тема 12. Загальний опис формальної теорії (числення). Числення висловлень. (Означення формальної теорії, або числення. Означення доведення. Повнота, несуперечливість і розв'язність теорії. Мова і правила виведення числення висловлень. Приклади доведення в численні висловлень. Теорема дедукції. Повнота, несуперечливість і розв'язність числення висловлень)	лаб.	[1-10]	2	
13	Тема 13. Числення предикатів. Формальна арифметика. Курт Гедель. (Мова і правила виведення числення предикатів. Приклади доведення в численні предикатів. Повнота й несуперечливість числення предикатів. Нерозв'язність числення предикатів. Аксиоми формальної арифметики. Несуперечливість формальної арифметики. Теорема Генцена.	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 4	1 тиждень

	Теорема Геделя про неповноту. Курт Гедель)				
	Тема 13. Числення предикатів. Формальна арифметика. Курт Гедель. (Мова і правила виведення числення предикатів. Приклади доведення в численні предикатів. Повнота й несуперечливість числення предикатів. Нерозв'язність числення предикатів. Аксиоми формальної арифметики. Несуперечливість формальної арифметики. Теорема Генцена. Теорема Геделя про неповноту)	лаб.	[1,2,4]	2	
14	Тема 14. Некласичні логіки. Інтуїціоністська логіка. Нечіткі підмножини і нечітка логіка. (Формально-аксіоматична система інтуїціоністської логіки. Реляційна семантика інтуїціоністської логіки – моделі Крипке. Нечіткі підмножини. Операції над нечіткими підмножинами. Нечітка логіка)	лекція, самостійна робота	[1, 7- 10]	2 4	1 тиждень
	Тема 14. Некласичні логіки. Інтуїціоністська логіка. Нечіткі підмножини і нечітка логіка. (Формально-аксіоматична система інтуїціоністської логіки. Реляційна семантика інтуїціоністської логіки – моделі Крипке. Нечіткі підмножини. Операції над нечіткими підмножинами. Нечітка логіка)	лаб.	[1, 7- 10]	2	
15	Тема 15. Некласичні логіки. Модальна логіка. Часова (темпоральна) логіка. (Типи модальності. Числення <i>I</i> й <i>T</i> . Числення <i>S4</i> , <i>S5</i> і числення Брауера. Семантика Крипке. Часова логіка Прайора. Часова логіка фон Врігта. Георг фон Врігт)	лекція, самостійна робота	[1, 7- 10]	2 4	1 тиждень
	Тема 15. Некласичні логіки. Модальна логіка. Часова (темпоральна) логіка. (Типи модальності. Числення <i>I</i> й <i>T</i> . Числення <i>S4</i> , <i>S5</i> і числення Брауера. Семантика Крипке. Часова логіка Прайора. Часова логіка фон Врігта)	лаб.	[1, 7- 10]	2	
16	Тема 16. Застосування часових логік до програмування. Алгоритмічні логіки. (Застосування часових логік до програмування. Часова логіка Пнуелі. Принципи побудови алгоритмічної логіки. Алгоритмічна логіка Хоара.)	лекція, самостійна робота	[1, 7-9]	2 4	1 тиждень
	Тема 16. Застосування часових логік до програмування. Алгоритмічні логіки. (Застосування часових логік до програмування. Часова логіка Пнуелі. Принципи побудови алгоритмічної логіки. Алгоритмічна логіка Хоара)	лаб.	[1, 7-9]	2	