МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу

Затверджено
На засіданні
кафедри теорії функцій і функціонального аналізу
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету імені Івана Франка
(протокол № 1 від 26 серпня 2025р.)

Завідувач кафедри проф. Олег СКАСКІВ

Силабус з навчальної дисципліни

“Математичний аналіз”,

що викладається в межах ОПП “Системний аналіз і управління. Інтелектуальний аналіз даних”

першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з спеціальності F4 – системний аналіз

Львів 2025 р.

Назва дисципліни	Математичний аналіз
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	12 – інформаційні технології F4 – системний аналіз
Викладачі дисципліни	Христіянин Андрій Ярославович, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу Головата Оксана Маркіянівна, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу Сущик Наталія Степанівна, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу
Контактна інформація викладачів	andriy.khrystiyanyn@lnu.edu.ua nataliya.sushchyk@lnu.edu.ua oksana.holovata@lnu.edu.ua Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 373. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychnyy-analiz-pma
Інформація про дисципліну	Курс спрямований на оволодіння класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

Коротка анотація дисципліни	Дисципліна “Математичний аналіз” є нормативною дисципліною з спеціальності F4 – системний аналіз для освітньої програми Системний аналіз, яка викладається в 1-му та 2-му семестрах в обсязі 10 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Оволодіти класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.
Література для вивчення дисципліни	Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І. Математичний аналіз, Київ:Знання, 2018 Заболоцький М.В., Фединяк С.І., Філевич П.В., Червінка К.А. Практикум з математичного аналізу, Львів:Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2009. Дороговцев А.Я., Математичний аналіз, Т.1, Київ: Либідь, 1993. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К., Математичний аналіз, Київ, 1992.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 300 годин. Аудиторних занять: 160 год., з них 80 годин лекцій та 80 годин лабораторних робіт. Самостійної роботи: 140 годин
Очікувані результати навчання	Після завершення цього курсу студент буде : - Знати: основні поняття математичного аналізу, зокрема: множини і дії над ними, загальне поняття відображення або функції, поняття образу та прообразу, поняття сюр’єкції, ін’єкції та бієкції, оберненої функції, суперпозиції функцій, графіка функції, рівнопотужних множин, зліченної множини, незліченної множини, множини потужності континуум, властивості зліченних множин, означення дійсного числа, поняття точної верхньої і точної нижньої межі числової множини, принцип точних меж, теорему принцип вкладених відрізків, означення границі послідовності, теорему про єдиність границі, теорему про обмеженість збіжної послідовності, теорему про три послідовності, теорему про арифметичні операції над збіжними послідовностями, поняття монотонної послідовності і теорему про існування границі монотонної послідовності, число e, підпослідовності, часткові границі послідовності, теорему про існування монотонної підпослідовності, теорему Больцано-Вейєрштрасса, означення верхньої і нижньої границі послідовності, означення фундаментальної

	послідовності та критерій Коші, означення границі функції в точці за Коші і за Гейне, теорему про рівносильність означень за Коші і Гейне, односторонні границі, теорему про існування границі монотонної функції в точці, критерій Коші існування границі функції в точці, означення порядку однієї функції відносно іншої, означення неперервної функції в точці і на множині, теореми про арифметичні операції над неперервними функціями, про неперервність суперпозиції, про існування і неперервність оберненої функції, теорему Вейєрштрасса та теорему Больцано-Коші про проміжне значення, рівномірної неперервності і теорему Кантора, розриви функції в точці і їх класифікацію, означення похідної, геометричну інтерпретацію похідної, правила обчислення похідних, похідну від складеної та оберненої функції, поняття односторонніх похідних, теореми Ферма, Ролля, Лагранжа і Коші, теореми про монотонність і строгу монотонність на інтервалі, означення диференційовної функції в точці, критерій диференційовності, означення похідних вищих порядків, формулу Лейбніца, означення диференціалів вищих порядків, формулу Тейлора із залишковими членами в формі Пеано і Лагранжа, правила Лопіталя, означення опуклої вниз та вгору на інтервалі функції, критерій опуклості в термінах похідної і похідної другого порядку, точки локального екстремуму функції, необхідні умови локального екстремуму, достатні умови локального екстремуму в термінах похідної і в термінах похідних вищих порядків, означення точок перегину і методи їх знаходження, означення асимптот графіка функції; - поняття первісної та невизначеного інтеграла, таблицю невизначених інтегралів, теореми про інтегрування за допомогою підстановки і частинами, розклад раціональної функції на прості дроби методом невизначених коефіцієнтів, інтегрування простих дробів, інтегрування раціональної функції від sin x і cos x, універсальна тригонометрична підстановка, інтегрування диференціального бінома, підстановки Ейлера, означення верхньої та нижньої суми Дарбу і інтегральної суми, функція інтегровна за Ріманом на відрізку, властивості сум Дарбу, критерій інтегровності, теореми про інтегровність неперервної та монотонної функцій, лінійність і адитивність інтеграла Рімана, теорему про середнє значення, означення інтеграла зі змінною верхньою межею, теореми про неперервність і диференційовність, теорему про існування первісної,

	формулу Ньютона-Лейбніца, теореми про заміну змінної і інтегрування частинами у визначеному інтегралі, означення площі криволінійної трапеції і формула для її обчислення, означення довжини дуги кривої і формули для її обчислення, означення об'єму тіла обертання і формула для його обчислення, означення площі поверхні тіла обертання і формули для його обчислення, означення невластивого інтеграла по нескінченному проміжку, властивості невластивих інтегралів, критерій Коші збіжності невластивих інтегралів, критерій збіжності невластивих інтегралів від невід'ємної функції, абсолютно і умовно збіжні невластиві інтеграли, ознаки Діріхле і Абеля, невластиві інтеграли від необмежених функцій, означення числового ряду, необхідні умови збіжності, геометрична прогресія, гармонійний ряд, узагальнений гармонійний ряд, елементарні властивості числових рядів, критерій Коші збіжності числового ряду, критерій збіжності для числових рядів з невід'ємними членами, перша і друга ознаки порівняння для рядів з невід'ємними членами, ознаки д'Аламбера, Коші і інтегральна збіжності рядів з невід'ємними членами, знакозмінний ряд, означення абсолютної і умовної збіжності ряду, теореми про абсолютно і умовно збіжні ряди, ознака Лейбніца, ознаки Діріхле і Абеля, теореми про групування та перестановку членів ряду, добуток рядів, поняття поточкової та рівномірної збіжності на множині функціональної послідовності, критерій Коші рівномірної збіжності, ознаки Вейєрштраса, Діріхле та Абеля рівномірної збіжності функціональних рядів, теореми про неперервність суми, почленне інтегрування, граничний перехід і почленне диференціювання функціонального ряду, означення степеневого ряду, теорема Коші-Адамара, радіус збіжності і інтервал збіжності, теорему про рівномірну збіжність степеневого ряду, теореми про властивості сум степеневих рядів, ряд Тейлора, скалярний добуток, норма функції, ортонормовані послідовності, коефіцієнти Фур'є і ряд Фур'є функції по ортонормованій послідовності, ряд Фур'є по тригонометричній послідовності функцій, теорему про розвинення функції в ряд Фур'є; - частинні похідні, властивості диференційовних функцій, достатні умови диференційовності, частинні похідні вищих порядків, диференціали вищих порядків, формула Тейлора для функцій декількох змінних, локальні екстремуми функцій декількох змінних, необхідні умови локального екстремума, достатні умови локального

	екстремума, достатні умови локального екстремума для функцій двох змінних, означення диференційовності достатні умови умовного екстремуму, суми Дарбу і їх властивості, інтегральні суми, верхній і нижній інтеграли для обмеженої функції, означення кратного інтегралу по вимірній множині, сферична та циліндрична системи координат. Вміти: - виконувати операції над множинами, обчислювати границі послідовностей, обчислювати границі функцій в точці, досліджувати функції на неперервність, обчислювати похідну функції, досліджувати функції за допомогою похідних і будувати їх графіки. - обчислювати невизначені інтеграли, обчислювати інтеграли Рімана, застосовувати інтеграл Рімана до знаходження площ плоских фігур, довжин дуг кривих, об'ємів тіл обертання, площ поверхонь тіл обертання, досліджувати невластиві інтеграли на збіжність, досліджувати на абсолютну та умовну збіжність числові ряди, досліджувати на рівномірну збіжність функціональні послідовності і функціональні ряди, досліджувати властивості сум функціональних рядів, розкладати функції в степеневі ряди та ряди Фур'є та досліджувати їх збіжність, досліджувати функції задані на метричних просторах, знаходити границі функцій багатьох змінних в точках, обчислювати частинні похідні, зводити кратний інтеграл до повторного, виконувати заміну змінних у кратному інтегралі, обчислювати площі та об'єми за допомогою кратних інтегралів. -
Ключові слова	Функція, послідовність, границя послідовності, границя функції, неперервні функції, точки розриву функції, похідна, диференціал функції, формула Тейлора, первісна, інтегрування, інтеграл Рімана, інтегральна сума, невластивий інтеграл, числовий ряд, функціональна послідовність, функціональний ряд, степеневий ряд, ряд Фур'є, часткова похідна, повний диференціал, умовний екстремум, кратний інтеграл Рімана
Формат курсу	Очний, дистанційний. Проведення лекцій, практичних занять і консультацій.

Теми	1. 1. Елементи математичної логіки. 2. 2. Множини. 3. 3. Відображення (функції). 4. 4. Потужність множин. Зліченні множини. 5. 5. Аксіоми дійсних чисел. 6. 6. Найважливіші класи дійсних чисел. 7. 7. Метод математичної індукції. 8. 8. Принцип точних меж числових множин. 9. 9. Принцип Архімеда та принцип вкладених відрізків. 10. Множини потужності континуум. 11. Поняття границя послідовності. 12. Властивості границі послідовності. 13. Нескінченно малі та великі послідовності. 14. Арифметичні властивості границі послідовності. 15. Монотонні послідовності. Число Ейлера. 16. Підпослідовності. 17. Фундаментальні послідовності. 18. Поняття границі функції в точці. 19. Властивості границі функції. 20. Односторонні границі. 21. Критерій Коші існування границі функції. 22. Границя монотонної функції. 23. Важливі границі функцій. 24. Порівняння функцій (o-символіка). 25. Неперервні функції в точці. 26. Властивості неперервних в точці функцій. 27. Класифікація точок розриву. 28. Властивості неперервних на відрізку функцій. 29. Неперервність елементарних функцій. 30. Рівномірна неперервність. 31. Поняття похідної функції. 32. Геометричний зміст похідної. 33. Поняття диференційовної функції. Диференціал. 34. Арифметичні властивості похідної. 35. Похідна складеної функції. 36. Похідна оберненої функції. 37. Похідні та диференціали вищих порядків. 38. Похідні неявно заданих та параметрично заданих функцій. 39. Формула Лейбніца. 40. Основні теореми про диференційовні функції. 41. Правило Лопіталя. 42. Формула Тейлора. 43. Монотонність і похідна. 44. Опуклість і похідна. 45. Екстремуми функцій однієї змінної. 46. Асимптоти. Побудова графіків функцій.

	47. Первісна та невизначений інтеграл. 48. Основні методи інтегрування. 49. Інтегрування раціональних функцій. 50. Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій. 51. Поняття визначеного інтеграла Рімана. 52. Необхідна умова інтегровності за Ріманом. 53. Інтегральні суми Дарбу. 54. Критерії інтегровності. 55. Класи інтегровних функцій. 56. Інтеграл із змінною межею. 57. Формула Ньютона-Лейбніца. 58. Заміна змінних та інтегрування частинами в інтегралі Рімана. 59. Геометричні застосування інтеграла Рімана. 60. Поняття невластивого інтегралу. 61. Ознаки збіжності невластивих інтегралів. 62. Критерій Коші збіжності невластивого інтегралу. 63. Абсолютна збіжність невластивих інтегралів. 64. Поняття числового ряду. 65. Ознаки збіжності числових рядів. 66. Критерій Коші збіжності числового ряду. 67. Абсолютна збіжність числових рядів. 68. Функціональні послідовності і ряди. 69. Рівномірна збіжність функціональних послідовностей і рядів. 70. Ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів. 71. Властивості рівномірно збіжних функціональних послідовностей і рядів. 72. Степеневі ряди. Ряди Тейлора. 73. Ряди Фур’є. 74. Функції багатьох змінних. Поняття відстані (метрики). 75. Границя функції багатьох змінних. 76. Неперервні функції багатьох змінних. 77. Поняття часткової похідної функції багатьох змінних. 78. Диференційовність та повний диференціал функції багатьох змінних. 79. Диференціювання складених функцій багатьох змінних. 80. Часткові похідні та диференціали вищих порядків функцій багатьох змінних. 81. Диференціювання неявно заданих функцій багатьох змінних. 82. Формула Тейлора для функції багатьох змінних. 83. Екстремуми функцій багатьох змінних. 84. Умовний екстремум функції багатьох змінних. 85. Поняття кратного інтеграла Рімана. 86. Зведення кратного інтеграла Рімана до повторного.

	87. Заміна змінних у кратному інтегралі Рімана. Сферична та циліндрична система координат. 88. Геометричні застосування кратного інтеграла Рімана.
Підсумковий контроль, форма	Екзамени в кінці першого та другого семестрів
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань зі шкільного курсу математики достатніх для сприйняття основних ідей та методів математичного аналізу.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, індивідуальні завдання.
Необхідне обладнання	Аудиторія обладнана дошкою та засобами написання для аудиторних занять. Комп'ютер / смартфон / планшет з інтернет доступом для дистанційних занять.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: практичні модульні контрольні роботи : 30% семестрової оцінки теоретичні колоквіуми : 20% семестрової оцінки екзамен: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50 Підсумкова максимальна кількість балів 100. **Академічна доброчесність**: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахуванння викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. **Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом. **Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях

	без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих. П**олітика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
Питання до заліку чи екзамену.	На екзамени у першому та другому семестрах виносяться усі теми курсу (див. пункт Теми).
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

Тиждень	Тема	Форма діяльності	Література	Завдання	Термін виконання
1-3	Дійсні числа	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Три тижні
4-6	Границя числової послідовності	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Три тижні

7-9	Границя функції	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Три тижні
10	Неперервні функції	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Один тиждень
11-13	Похідна функції та її застосування	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	три тижні
14-16	Невизначений інтеграл	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	три тижні
17-20	Визначений інтеграл Рімана та його застосування	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	чотири тижні
21-22	Невластиві інтеграли	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Два тижні

23-25	Числові ряди	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Три тижні
26-27	Функціональні послідовності та ряди	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Два тижні
28-29	Функції багатьох змінних: границі, неперрвність	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Два тижні
30-31	Диференціювання функцій багатьох змінних	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Два тижні
32	Кратні інтеграли	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Один тиждень