

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**  
**Кафедра дискретного аналізу та інтелектуальних систем**

**Затверджено**

На засіданні  
Кафедри дискретного аналізу та  
інтелектуальних систем  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1/20 від 27 серпня 2020 р.)

Завідувач кафедри Притула М. М.

---

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Теорія ймовірностей та математична статистика”,**  
**що викладається в межах ОПП Інформаційні технології**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 122 – комп’ютерні науки**

**Львів 2020 р.**

<b>Назва дисципліни</b>	Теорія ймовірностей та математична статистика
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра дискретного аналізу та інтелектуальних систем
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	12 – інформаційні технології 122 – комп'ютерні науки
<b>Викладачі дисципліни</b>	Притула Микола Миколайович, професор кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем, Пелюшкевич Ольга Володимирівна, к.ф.-м.н., асистент кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем, Квасниця Галина Андріївна, асистент кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем, Николайчук Леся Василівна, асистент кафедри дискретного аналізу та інтелектуальних систем.
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:mykola.prytula@lnu.edu.ua">mykola.prytula@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/prytula">https://ami.lnu.edu.ua/employee/prytula</a> ; <a href="mailto:olga.peliushkevych@lnu.edu.ua">olga.peliushkevych@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/peliushkevych">https://ami.lnu.edu.ua/employee/peliushkevych</a> ; <a href="mailto:haluna.kvasnytsya@lnu.edu.ua">haluna.kvasnytsya@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/kvasnytsya">https://ami.lnu.edu.ua/employee/kvasnytsya</a> ; <a href="mailto:lesya.nykolaichuk@lnu.edu.ua">lesya.nykolaichuk@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/nykolaichuk">https://ami.lnu.edu.ua/employee/nykolaichuk</a> ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 360. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://ami.lnu.edu.ua/admission/specializations">https://ami.lnu.edu.ua/admission/specializations</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Головна мета викладання даної дисципліни – надати студентам фундаментальні знання, які дозволяють у подальшому засвоювати спеціальні дисципліни, що базуються на ймовірнісних моделях. При цьому значна увага надається виробленню практичних навичок при розв'язуванні конкретних задач, вмінні застосовувати математичні методи для дослідження реальних технічних та економічних процесів, і прийнятті оптимальних рішень в економіці, управлінні та бізнесі, в моделюванні та оптимізації організаційних процесів. Студенти після вивчення дисципліни повинні вміти застосовувати набуті знання у своїй практичній діяльності.
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Дисципліна “ Теорія ймовірностей та математична статистика ” є нормативною дисципліною з спеціальності 122 – комп'ютерні науки для освітньої програми Інформаційні технології, яка викладається в 3-му та 4-му семестрах в обсязі 9-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Головним завданням курсу є ознайомлення студентів із основними ймовірнісними методами з перелічених розділів, із способами їх обґрунтування та із практичними рекомендаціями щодо використання.

	Обов'язковою вимогою до вивчення дисципліни є наявність знань з дисциплін “Дискретна математика”, “Математичний аналіз”, “Алгебра та геометрія”.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Булига К.Б., Барановська Л.В. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики - К.: ЄУФІМБ, 2000. – 128 с.</li> <li>2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика - М.: Высшая школа, 1988. – 368 с.</li> <li>3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике - М.: Высшая школа, 1988.</li> <li>4. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей - М.: Наука, 1988. – 406 с.</li> <li>5. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика – К.:Знання, 2007. –556 с.</li> <li>6. Квасниця Г.А., Притула М.М., Прядко О.Я. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посібник : у 2 ч. – Ч. 1. Теорія ймовірностей – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2019. – 150 с.</li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 240 годин. Аудиторних занять: 128 год., з них 64 год. лекцій та 64 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 112 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент повинен:</p> <p>Знати:</p> <p>основні методи ймовірнісних процесів, статистичні критерії, стохастичні процеси, варіансний аналіз, а також елементи кореляційного аналізу;</p> <p>Вміти:</p> <p>застосовувати вивчені методи до конкретних прикладних задач;</p> <p>Розуміти:</p> <p>проблематику застосувань критеріїв, основані на порівнюванні ймовірностей та відносних частот.</p>
<b>Ключові слова</b>	Комбінаторика, випадкова величина, ймовірнісний метод, статистичні критерії, варіантний та регресійний аналізи.
<b>Формат курсу</b>	Очний, дистанційний. Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій. Ознайомлення з Internet курсами по ТІМС.

<p><b>Теми</b></p>	<p>Вступ та основні поняття ймовірності. Дається коротка довідка з історії виникнення і розвитку та основних сфер використання теорії ймовірностей.</p> <p>Сумісні і несумісні події. Повна група подій.</p> <p>Основи комбінаторики. Вводяться поняття комбінації, розміщення, перестановки. Вивчаються правила суми і добутку.</p> <p>Класичне та геометричне визначення ймовірності. Вводиться класичне визначення ймовірності. Розглядаються властивості ймовірності. Дається визначення геометричної ймовірності. Розглядаються можливості застосування геометричної ймовірності при розв'язуванні практичних задач. Задача Бюффона.</p> <p>Основні теореми. Формулюються і доводяться основні теореми теорії ймовірностей. Додавання ймовірностей несумісних подій. Залежні та незалежні події, умовні ймовірності. Множення ймовірностей.</p> <p>Формули повної ймовірності та ймовірності гіпотез. Дається визначення гіпотези. Розглядаються формули повної ймовірності, ймовірності гіпотез, формули Байєса.</p> <p>Послідовність випробувань. Схема та формула Бернуллі. Граничні теореми у схемі Бернуллі: теорема Пуассона, локальна й інтегральна теореми Муавра-Лапласа.</p> <p>Випадкові величини. Дається означення випадкової величини, дискретної випадкової величини, неперервної випадкової величини. Найважливіші закони розподілу дискретних та неперервних випадкових величин.</p> <p>Числові характеристики випадкових величин. Вводяться поняття математичного сподівання, дисперсії дискретної та неперервної випадкових величин та їх властивості. Означення і властивості коваріації та коефіцієнта кореляції.</p> <p>Закон великих чисел. Дається загальне поняття про граничні теореми теорії ймовірностей. Нерівності Маркова, Чебишева; теореми Бернуллі, Пуассона та Чебишева.</p> <p>Випадкові процеси. Дається поняття про випадкові процеси загалом. Розглядаються процеси з неперервним часом, з незалежними приростами.</p> <p>Застосування випадкових процесів. Розглядаються марківські процеси з дискретним часом і дискретною множиною станів (ланцюги Маркова), марківські процеси в загальному випадку та пуассонівські процеси.</p> <p>Елементи математичної статистики. Вводяться основні поняття математичної статистики. Розглядаються вибіркові і генеральні сукупності, статистичні оцінки параметрів розподілу.</p> <p>Імовірнісна основа статистичних висновків. Збіжність майже напевно. Посилений закон великих чисел. Теореми Бореля та Глівенка. Схема статистичного доведення.</p> <p>Види статистичних оцінок параметрів розподілу генеральної сукупності. Метод максимуму правдоподібності.</p> <p>Гіпотеза про сподівання та дисперсію. Порівняння сподівань та дисперсій двох нормальних популяцій. Довірчі інтервали.</p> <p>Перевірка гіпотез про параметри нормального розподілу. Критерій <math>\chi^2</math>-квадрат. Перевірка однорідності вибірок за допомогою критерію <math>\chi^2</math>-квадрат. Критерії погодженості. Критерій знаків. Гіпотеза про медіану. Критерій інверсій. Одновибірковий критерій погодженості Колмогорова. Двовибірковий критерій погодженості Смирнова.</p> <p>Варіансний аналіз. Однофакторний варіансний аналіз. Двофакторний варіансний аналіз. Трифакторний варіансний аналіз. Варіансний аналіз за схемою латинського квадрату.</p>
--------------------	--

	<p>Кореляційний аналіз. Функціональні та стохастичні залежності. Регресійний аналіз. Варіанси вищих порядків. Регресії вищих порядків.</p>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	3-й семестр – іспит, 4-й семестр – іспит.
<b>Пререквізити</b>	<p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з “Дискретної математики”; “Математичного аналізу”; “Алгебри та геометрії”; “Програмування” достатніх для сприйняття категоріального апарату методів теорії ймовірностей та математичної статистики.</p>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	<p>Презентації, лекції. Індивідуальні завдання</p>
<b>Необхідне обладнання</b>	Використання у навчанні додатків для мобільних телефонів, зокрема ресурсів Google, інструментів Microsoft Teams. Друковані та електронні підручники та посібники; Інтернет-технології, вебсервіси.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Поточний (поточне усне опитування, модульний контроль, тестування) та підсумковий контроль – іспит. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: поточне тестування та самостійна робота – 40 балів семестрові оцінки – 10 балів іспит: 50 балів Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p>

	<p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти виконають вісім письмових робіт (модулів).</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p><b>Питання до заліку чи екзамену.</b></p>	<p><b>Теорія ймовірностей:</b></p> <p>Правило додавання в комбінаториці. Правило множення в комбінаториці. Протилежна подія. Сума і добуток подій. Еквівалентність подій. Класичний спосіб обчислення ймовірності. Властивості ймовірності. Правило додавання ймовірностей (несумісні події). Правило додавання ймовірностей в загальному випадку. Умовна ймовірність. Правило множення. Виведення формули повної ймовірності. Виведення формули Байеса. Незалежні події. Незалежність в сукупності. Теорема про ймовірність появи хоча би однієї події. Залежні події. Коефіцієнти регресії та кореляції. Послідовність незалежних спроб. (Схема Бернуллі). Біномний розподіл. Найімовірніше число появ події. Асимптотика для схеми Бернуллі. (Локальна теорема Муавра-Лапласа) Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Теорема Бернуллі закону великих чисел. Практичний висновок. Геометрична ймовірність. Задача Бюффона. Аксиоми теорії ймовірностей. Випадкові змінні та функції розподілу. Властивості функції розподілу. Випадкові вектори та їх властивості. Класи випадкових векторів. Властивості n-вимірної щільності розподілу. Незалежні випадкові вектори. Випадкові змінні незалежні в сукупності. Перетворення ймовірностей. Математичне сподівання дискретної випадкової величини. Приклади.</p>

	<p>Математичне сподівання абсолютно неперервної випадкової величини.  Властивості математичного сподівання.  Механічна та геометрична інтерпретації сподівання.  Дисперсія та її властивості.  Робоча формула для обчислення дисперсії.  Нерівності Маркова та Чебишова закону великих чисел. Теорема Чебишева та часткові випадки теореми Чебишева.  Правило обґрунтування середніх арифметичних. Теорема Маркова.  Ланцюг Маркова. Графічне представлення ланцюга Маркова. Приклади.  Ймовірність переходу системи зі стану в стан за n кроків.  Стационарний розподіл для ланцюга Маркова.  Характеристична функція, її властивості.  Взаємно-однозначна відповідність між функцією розподілу та характеристичною функцією (знак функція, обмежники).  Теорема про зворотню функцію, її наслідки.  Теореми про суми незалежних випадкових змінних  Пуасонівський процес ( опис процесу, рівняння прцесу, розподіл Пуассона).  Процес розмноження та вимирання. Опис процесу, граф процесу, рівняння процесу.  Процес чистого розмноження з незалежними від часу інтенсивностями.  Процес чистого розмноження з незалежними від стану інтенсивностями.  Процес чистого вимирання з незалежними від часу інтенсивностями.  Процес чистого вимирання з незалежними від стану інтенсивностями.  <b>Математична статистика:</b>  Суть математичної статистики, предмет та методи.  Представлення статистичного матеріалу (Класифікація варіант, статистичний матеріал)  Табличне та графічне представлення статистичного матеріалу (дискретний випадок, неперервний випадок).  Числові характеристики статистичної змінної (центральної тенденції, розсіяння, форми).  Квантилі. Інтерквантильні широти. Моменти статистичного матеріалу.  Схема статистичного доведення.  Критерії: <math>\chi^2</math> , методу максимуму правдоподібності. Гіпотеза про сподівання нормальної популяції. Інтервал довір'я про сподівання нормальної популяції.  Порівняння математичних сподівань двох нормально розподілених генеральних сукупностей.  Гіпотеза про дисперсію нормальної популяції.  Інтервал довір'я для невідомої дисперсії нормального розподілу популяції.  Критерії Колмогорова, Смирнова, знаків, інверсій.  Однофакторний , двофакторний , трифакторний варіансні аналізи  Латинський квадрат. Випадковий експеримент за схемою латинського квадрата.  Кореляційний аналіз (коваріація, кореляція, регресія).  Пряма регресія. Кореляції вищих порядків.  Варіанси та стандарти вищих порядків.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.