МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра прикладної математики

Затверджено
На засіданні
кафедри прикладної математики
факультету прикладної математики та інформатики
Львівського національного університету імені Івана Франка
(протокол № 1 від 31.08.2026)

Завідувач кафедри Ящук Ю. О.

_____

Силабус з навчальної дисципліни «Нелінійні задачі математичної фізики та їх розв'язування», що викладається в межах ОПП Прикладна математика другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів з спеціальності F1 – прикладна математика

Львів 2026 р.

Назва дисципліни	Нелінійні задачі математичної фізики та їх розв'язування
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра прикладної математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	F – інформаційні технології F1 – прикладна математика
Викладачі дисципліни	Стягар Андрій Орестович, доцент кафедри прикладної математики Макар Ігор Григорович, доцент кафедри прикладної математики
Контактна інформація викладачів	andriy.styahar @lnu.edu.ua; https://ami.lnu.edu.ua/employee/stiahar-a-o ; ihor.makar @lnu.edu.ua; https://ami.lnu.edu.ua/employee/makar-i-h Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 278. м. Львів, вул. Університетська 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://ami.lnu.edu.ua/course/**methods-for-solving-nonlinear-boundary-value-problems**
Інформація про дисципліну	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання теоретичних та практичних аспектів застосування числових методів та сформувати навички розв'язування нелінійних задач математичної фізики. Тому у курсі представлено огляд теоретичних прийомів та числових методів для аналізу та розв'язування нелінійних задач математичної фізики, розглянуто моделі, що описуються нелінійними крайовими та початково-крайовими задачами, продемонстровано застосування методів зведення нелінійних задач до послідовності лінійних задач
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна «Нелінійні задачі математичної фізики та їх розв'язування» є нормативною дисципліною з спеціальності 113 – прикладна математика для освітньої програми Прикладна математика, яка викладається в 9му семестрі в обсязі 4,5 кредити (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення вибіркової дисципліни «Нелінійні задачі математичної фізики та їх розв'язування» є освоєння студентами основних принципів застосування теоретичних засобів та числових методів до аналізу та розв'язування нелінійних задач математичної фізики.
Література для вивчення дисципліни	1. Logan D. An Introduction to Nonlinear Partial Differential Equations, 2nd edition. Wiley, 2008. – 405 pp. 2. Debnath L. Nonlinear Partial Differential Equations for Scientists and Engineers, 2nd edition. Birkhauser, 2005 – 737 pp. 3. Le Dret, H. Nonlinear Elliptic Partial Differential Equations. Springer, 2018. – 259 pp. 4. Prokopyshyn I., Styahar A. Numerical analysis of contact of the elastic bodies one of which has a discontinuous thin coating, Materials Science, Vol. 57, No. 5 (2022), pp. 734–744, doi: 10.1007/s11003-022-00602-0. 5. Prokopyshyn I., Styahar. A. Investigation of contact between elastic bodies one of which has a thin coating connected with the body

	through a nonlinear Winkler layer by the domain decomposition methods, J. Math. Sci., 258, no. 4 (2021), pp. 477–506. 6. Girault V., Raviart P. Finite Element Methods for Navier-Stokes Equations. Springer, 1986 7. I. Dyyak, Ihor Prokopyshyn, Ivan Prokopyshyn, A. Styahar. Numerical analysis of contact between elastic bodies in the presence of thin coating and nonlinear Winkler surface layers. Springer, Selected Problems of Solid Mechanics and Solving Methods, Advanced Structured Materials, Vol. 204 (2024), pp. 125-142.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 135 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 16 год. лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 87 год.
Очікувані результати навчання	Після завершення цього курсу студент буде : Знати: - Підходи до аналізу та побудови розв'язків нелінійних гіперболічних задач - Макроскопічні моделі потоку машин - Теоретичні методи аналізу нелінійних задач - Числові методи для нелінійних задач - Математичні моделі динаміки рідин Вміти - Розробляти комп'ютерне забезпечення для числового розв'язування неленійних еліптичних крайових задач - Досліджувати існування і єдиність розв'язку нелінійних еліптичних крайових задач - Формулювати задачі динаміки рідин та обирати числові схеми для розв'язування цих задач - Знаходити слабкі розв'язки деяких нелінійних гіперболічних задач, обирати умови ентропії
Ключові слова	Метод скінченних елементів, числові методи, математичне моделювання
Формат курсу	Очний
	Проведення лекцій, лабораторних робіт та консультацій.
Теми	1. Вступ. Приклади нелінійних задач (2 години лекційні, 2 години лабораторні) 2. Гіперболічні задачі. Лінійні гіперболічні задачі. Виведення. Метод характеристик (2 години лекційні, 2 години лабораторні) 3. Гіперболічні задачі. Нелінійні гіперболічні задачі. Виведення. Задачі Рімана. Шок, розріджена хвиля, умови стрибка, умови ентропії. (2 години лекційні, 4 години лабораторні) 4. Нелінійні гіперболічні задачі. Макроскопічне моделювання потоку машин. (2 години лекційні, 4 години лабораторні) 5. Нелінійні еліптичні задачі. Приклади. Існування і єдиність слабкого розв'язку. Аналітичні методи аналізу нелінійних задач. (2 години лекційні, 6 годин лабораторних) 6. Числові методи розв'язування нелінійних еліптичних задач. Лінеаризація, метод Ньютона. (2 години лекційні, 8 годин лабораторних) 7. Математичні моделі динаміки рідин. Рівняння Нав'є-Стокса. (2 години лекційні, 4 години лабораторні) 8. Схема методу скінченних елементів (МСЕ) для рівняння Нав'є-Стокса (2 години лекційні, 2 години лабораторні)
Підсумковий контроль, форма	Комбінований екзамен в кінці семестру
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базові знання з

	- чисельних методів - чисельних методів математичної фізики - диференціальних рівнянь - функціонального аналізу - рівнянь математичної фізики - програмування.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентація, лекції (лекція-розповідь, лекція-бесіда) Індивідуальні завдання
Необхідне обладнання	Проектор
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: • індивідуальні завдання : 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50, з яких ■ 25 балів за індивідуальні завдання (5 письмових індивідуальних завдань по 5 балів кожне); ■ 15 балів за одне групове завдання з дослідженням задачі та реалізацією на комп'ютері; ■ 10 балів за активність на лабораторних заняттях, їх відвідування та участь в обговоренні з демонстрацією своїх розв'язків • екзамен: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50, з яких ■ 30 балів за письмову частину (2 питання по 15 балів) ■ 20 балів за усну частину Підсумкова максимальна кількість балів 100. **Письмові роботи:** Очікується, що студенти виконають письмові індивідуальні завдання та напишуть програми. **Академічна доброчесність**: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахуванння викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. **Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні зайняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків визначених для виконання усіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом. **Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих. **Стратегія оцінювання.** Враховуються бали набрані на поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом

	чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
Питання до заліку чи екзамену.	Гіперболічні задачі. Лінійні гіперболічні задачі. Виведення. Метод характеристик Гіперболічні задачі. Нелінійні гіперболічні задачі. Виведення. Задачі Рімана. Шок, розріджена хвиля, умови стрибка, умови ентропії. Нелінійні гіперболічні задачі. Макроскопічне моделювання потоку машин. Нелінійні еліптичні задачі. Приклади. Існування і єдиність слабкого розв'язку. Методи якісного аналізу нелінійних задач. Числові методи розв'язування нелінійних еліптичних задач. Лінеаризація, метод Ньютона. Математичні моделі динаміки рідин. Рівняння Нав'є-Стокса. Схема методу скінченних елементів (МСЕ) для рівняння Нав'є-Стокса
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

№	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література	Завдання	Термін виконання
1	Вступ. Приклади нелінійних задач	Лекція	[1]-[5]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 години)	1 тиждень
	Приклади нелінійних задач	Лабораторна	[1]-[5]	Виконання домашнього завдання (2 години)	1 тиждень
2	Гіперболічні задачі. Лінійні гіперболічні задачі. Виведення. Метод характеристик	Лекція	[1]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 години)	1 тиждень
	Гіперболічні задачі. Лінійні гіперболічні задачі. Метод характеристик. Побудова аналітичних розв'язків задач методом характеристик	Лабораторна	[1]	Виконання домашнього завдання (2 години)	1 тиждень
3	Гіперболічні задачі. Нелінійні гіперболічні задачі. Виведення. Задачі Рімана. Шок,	Лекція	[1]-[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 години)	1 тиждень

	розріджена хвиля, умови стрибка, умови ентропії.				
	Гіперболічні задачі. Нелінійні гіперболічні задачі. Задачі Рімана. Шок, розріджена хвиля, умови стрибка, умови ентропії. Побудова аналітичних розв'язків задач **Індивідуальне завдання 1**	Лабораторна	[1]-[3]	Виконання індивідуального завдання №1 (7 годин)	2 тижні
4	Нелінійні гіперболічні задачі. Макроскопічне моделювання потоку машин.	Лекція	[3]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 години)	1 тиждень
	Нелінійні гіперболічні задачі. Макроскопічне моделювання потоку машин. Приклади та аналіз моделей. **Індивідуальне завдання 2**	Лабораторна	[3]	Виконання індивідуального завдання №2 (7 годин)	2 тижні
5	Нелінійні еліптичні задачі. Приклади. Існування і єдиність слабкого розв'язку. Аналітичні методи аналізу нелінійних задач	Лекція	[1]-[5]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 години)	1 тиждень
	Нелінійні еліптичні задачі. Застосування теорем про існування і єдиність слабкого розв'язку.	Лабораторна	[1]-[5]	Виконання домашнього завдання (3 години)	1 тиждень
	Нелінійні еліптичні задачі. Аналітичні методи аналізу нелінійних задач (заміни змінних, перетворення, аналіз відповідних лінійних задач) **Індивідуальне завдання 3**	Лабораторна	[1]-[3]	Виконання індивідуального завдання №3 (7 годин)	2 тижні
6	Числові методи розв'язування	Лекція	[1]-[5]	Опрацювання лекційного	1 тиждень

	нелінійних еліптичних задач. Лінеаризація, метод Ньютона			матеріалу (4 години)	
	Числові методи розв’язування нелінійних еліптичних задач. Лінеаризація, метод Ньютона **Індивідуальне завдання 4**	Лабораторна	[1]-[5]	Виконання індивідуального завдання №4 (7 годин)	2 тижні
	Групове завдання (по 3-4 студенти в групах) Аналіз існування та єдиності розв’язку нелінійних еліптичних крайових задач. Побудова та аналіз числового розв’язку нелінійних еліптичних крайових задач	Лабораторна	[1]-[5]	Виконання групового завдання (10 годин)	2 тижні
7	Математичні моделі динаміки рідин. Рівняння Нав’є-Стокса	Лекція	[6]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 години)	1 тиждень
	Математичні моделі динаміки рідин. Рівняння Нав’є-Стокса. Формулювання задач. Граничні умови. Число Рейнольдса, турбулентність **Індивідуальне завдання 5**	Лабораторна	[6]	Виконання індивідуального завдання №5 (7 годин)	2 тижні
8	Схема методу скінченних елементів (МСЕ) для рівняння Нав’є-Стокса	Лекція	[6]	Опрацювання лекційного матеріалу (4 години)	1 тиждень
	Часткові випадки рівняння Нав’є-Стокса. Схема методу скінченних елементів (МСЕ) для рівняння Стокса і Нав’є-Стокса	Лабораторна	[6]	Виконання домашнього завдання (3 години)	1 тиждень

Курс забезпечує такі компетентності та результати:

Інтегральна компетентність

ІК01. Здатність розв’язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

Загальні компетентності

ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК03. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

Фахові компетентності спеціальності

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв’язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК04. Здатність розробляти алгоритми та структури даних, програмні засоби та програмну документацію

ФК09. Здатність до проведення математичного і комп’ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв’язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.

Програмні результати навчання

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв’язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.