

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра обчислювальної математики

Затверджено

На засіданні
кафедри обчислювальної математики
факультету прикладної математики та
інформатики
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29 серпня 2023 р.)

Завідувач кафедри Роман ХАПКО



Силабус з навчальної дисципліни
«Чисельні методи»,
що викладається в межах ОПІ «Інформатика»
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів
зі спеціальності 122 – Комп'ютерні науки

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Чисельні методи
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра обчислювальної математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	12 – інформаційні технології 122 – комп'ютерні науки
Викладачі дисципліни	Хапко Роман Степанович, завідувач кафедри обчислювальної математики, професор; Ярмола Галина Петрівна, доцент кафедри обчислювальної математики
Контактна інформація викладачів	roman.chapko@lnu.edu.ua ; https://ami.lnu.edu.ua/employee/chapko ; halyna.yarmola@lnu.edu.ua ; https://ami.lnu.edu.ua/employee/yarmola ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 262, 361. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://ami.lnu.edu.ua/course/chyselni-metody-komp-iuterni-nauky
Інформація про дисципліну	Курс розроблено таким чином, щоб ознайомити студентів з підходами до побудови чисельних методів для розв'язування різних класів задач, аналізом їх збіжності та похибки та роз'яснити нюанси реалізації алгоритмів розглянутих методів.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна «Чисельні методи» є нормативною дисципліною з спеціальності 122 – Комп'ютерні науки для освітньої програми Інформатика, яка викладається в 3-му семестрі (4 кредити ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення нормативної дисципліни «Чисельні методи» є освоєння студентами основ побудови, аналізу і застосування чисельних методів для розв'язування різних класів задач та принципів їх програмної реалізації.
Література для вивчення дисципліни	Основна література 1. Kress R. Numerical analysis. – New York: Springer, 1998. 2. Quarteroni A., Sacco R., Saleri F. Numerical Mathematics. – New York, Springer-Verlag, 2000. 3. Гаврилюк І.П., Макаров В.Л. Методи обчислень. – К.: Вища школа, 1995. – Ч.1, Ч.2. 4. Цегелик Г.Г. Чисельні методи: Підручник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 408 с. 5. Шахно С.М. Чисельні методи лінійної алгебри. Львів, 2007. – 248 с.

	<p>Додаткова література</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Sauer T. Numerical Analysis. Pearson, 2012. – 622p. 2. Шахно С.М., Дудикевич А.Т., Левицька С.М. Практикум з чисельних методів. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 434 с.
Обсяг курсу	<p>Загальний обсяг: 3 семестр, 120 годин (аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекцій та 32 години лабораторних робіт; самостійної роботи: 56 год.).</p>
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p>Знати основні чисельні методи:</p> <ul style="list-style-type: none"> – розв’язування систем лінійних алгебричних рівнянь; – інтерполяції та апроксимації функцій; – диференціювання; – інтегрування; – розв’язування нелінійних задач; – розв’язування початкових і крайових задач. <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> – застосувати вивчені методи для розв’язування конкретних задач; – реалізовувати (програмно) алгоритми вивчених методів. <p>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання:</p> <p>Загальні компетентності:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. • ЗК3. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності. • ЗК10. Здатність бути критичним і самокритичним. <p>Спеціальні компетентності:</p> <ul style="list-style-type: none"> • СК1. Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв’язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп’ютерних наук, аналізу та інтерпретування. • СК4. Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об’єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв’язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв’язування професійних задач. • СК6. Здатність до системного мислення, застосування методології системного аналізу для дослідження складних проблем різної природи, методів формалізації та розв’язування системних задач, що мають суперечливі цілі, невизначеності та ризики. • СК7. Здатність застосовувати теоретичні та практичні основи методології та технології моделювання для дослідження характеристик і поведінки складних об’єктів і систем, проводити обчислювальні експерименти з обробкою й аналізом результатів. <p>Програмні результати навчання:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ПР4. Використовувати методи обчислювального інтелекту, машинного навчання, нейромережевої та нечіткої обробки даних, генетичного та еволюційного програмування для розв’язання задач розпізнавання, прогнозування, класифікації, ідентифікації об’єктів керування тощо. • ПР6. Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв’язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адап-

	тації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів.
Ключові слова	Абсолютна та відносна похибка, система лінійних рівнянь, прямі та ітераційні методи, метод Гауса, простих ітерацій, Якобі, Зейделя, інтерполяція, поліном у формі Лагранжа і Ньютона, сплайни, елемент найкращого наближення, квадратурні формули, скінченні різниці, метод Ньютона, одно- та багатокрокові методи для задач Коші, метод стрільби, різницевий метод, проєкційні методи для крайових задач.
Формат курсу	Очний.
Теми	Подано нижче у таблиці Схема курсу «Чисельні методи»
Підсумковий контроль, форма	Іспит.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з <ul style="list-style-type: none"> - Математичного аналізу; - Алгебри та геометрії; - Диференціальних рівнянь; - Програмування.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції. Індивідуальні завдання.
Необхідне обладнання	Комп'ютер, доступ до Internet мережі.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.</p> <p>Впродовж семестру студент може отримати 50 балів. З них:</p> <ul style="list-style-type: none"> - за роботу на лабораторних заняттях: максимальна кількість балів – 30 (індивідуальні завдання №1,3-5,6,8 – по 4б, індивідуальні завдання №2,7 – по 3б) - колоквіум: максимальна кількість балів – 20. <p>Підсумкове оцінювання проводиться у вигляді письмового іспиту (50 балів).</p> <p>Загалом протягом семестру 100 балів.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів виз-</p>

	<p>начених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
Питання до екзамену.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Врахування похибок наближених обчислень. 2. Метод Гауса для розв'язування СЛАР. 3. Зумовленість матриць та оцінка відносної похибки наближеного розв'язку. 4. Метод простих ітерацій, Якобі, Зейделя. Збіжність методів. 5. Методи розв'язування одного нелінійного рівняння. 6. Методи розв'язування систем нелінійних рівнянь. 7. Інтерполяційні поліноми Лагранжа, Ньютона. 8. Похибка інтерполювання. 9. Тригонометричне інтерполювання. 10. Інтерполяція сплайнами. 11. Елемент найкращого наближення у нормованих просторах. 12. Чисельне диференціювання. 13. Квадратурні формули Ньютона-Котеса, Гауса. 14. Методи Ейлера, Хойна та Рунге-Кутта для задачі Коші для ЗДР. 15. Методи Адамса для задачі Коші для ЗДР. 16. Метод стрільби для крайових задач. 17. Метод сіток для крайових задач. 18. Проекційні методи для крайових задач.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу «Чисельні методи»

Тижд ень	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	Тема 1. Предмет чисельних методів. Врахування похибок наближених обчислень.	лекція, самостійна робота	[2-5]	2 2	1 тиждень
	Елементи теорії похибок: абсолютна та відносна	лабораторне		2	під час

	похибка числа, функції; точні десяткові знаки. Чисельні методи лінійної алгебри. Прямі методи розв'язування СЛАР. Розв'язування задач.				заняття
2	Тема 2. Методи розв'язування СЛАР: постановка задачі, коректність, число обумовленості. Метод Гауса.	лекція, самостійна робота	[1,2,5]	2 2	1 тиждень
	Чисельні методи лінійної алгебри. Алгоритм методу Гауса. Особливості реалізації прямих методів для розв'язування СЛАР. Застосування методу Гауса для обчислення визначника матриці та оберненої матриці. <i>(Індивідуальне завдання №1. Реалізувати метод Гауса та ітераційний метод для розв'язування СЛАР)</i>	лабораторне, самостійна робота	[5]	2 3	під час заняття 2 тижні
3	Тема 3. Ітераційні методи: простих ітерацій, Якобі, Зейделя. Збіжність методів.	лекція, самостійна робота	[1,2,5]	2 2	1 тиждень
	Чисельні методи лінійної алгебри. Ітераційні методи розв'язування СЛАР. Розв'язування задач. Алгоритми ітераційних методів. Особливості реалізації ітераційних методів для розв'язування СЛАР.	лабораторне		2	під час заняття
4	Тема 4. Чисельне розв'язування нелінійних рівнянь. Метод простої ітерації: збіжність і апостеріорна похибка. Метод Ньютона і його збіжність.	лекція, самостійна робота	[2,4]	2 2	1 тиждень
	Чисельне розв'язування нелінійних рівнянь: метод простих ітерацій. Збіжність методу. Розв'язування задач.	лабораторне		2	під час заняття

	<i>Задача індивідуального завдання №1.</i>				
5	Тема 5. Чисельне розв'язування систем нелінійних рівнянь. Метод простих ітерацій, метод Ньютона і його модифікації.	лекція, самостійна робота	[2,4]	2 2	1 тиждень
	Чисельне розв'язування нелінійних рівнянь та систем: метод Ньютона для розв'язування одного нелінійного рівняння; зупинка ітераційного процесу; обчислення якобіана, метод Ньютона для розв'язування системи двох нелінійних рівнянь. Розв'язування задач. <i>(Індивідуальне завдання №2. Написати дві процедури для обчислення наближеного розв'язку нелінійного рівняння з допомогою методів Ньютона і простої ітерації.)</i>	лабораторне самостійна робота	[2]	2 3	під час заняття 1 тиждень
6	Тема 6. Інтерполяція алгебраїчними поліномами. Постановка задачі. Існування і єдиність розв'язку. Інтерполяційні поліноми у формах Лагранжа і Ньютона. Похибка інтерполювання. Вузли Чебишева.	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 2	1 тиждень
	Інтерполяція алгебраїчними поліномами: постановка задачі; вигляд інтерполяційного полінома у формі Лагранжа. Оцінка похибки. Розв'язування задач. <i>Задача індивідуального завдання №2.</i>	лабораторне		2	під час заняття
7	Тема 7. Тригонометричне інтерполювання. Простір тригонометричних поліномів. Інтерполяційний	лекція, самостійна робота	[1,4]	2 2	1 тиждень

	<p>поліном у формі Лагранжа. Випадок рівновіддалених вузлів. Швидке дискретне перетворення Фур'є. Чисельне диференціювання. Використання скінченних різниць. Некоректність задачі чисельного диференціювання.</p>				
	<p>Інтерполяція алгебраїчними поліномами: вигляд інтерполяційного полінома у формі Ньютона. Рівновіддалені вузли та вузли Чебишева. Оцінка похибки. Розв'язування задач. Алгоритми обчислення поліномів Лагранжа і Ньютона. (Індивідуальне завдання №3. Написати дві процедури для обчислення інтерполяційних поліномів Лагранжа і Ньютона. Розглянути випадки рівновіддалених вузлів та вузлів Чебишева.)</p>	лабораторне, самостійна робота	[1,2]	2 3	під час заняття 1 тиждень
8	<p>Тема 8. Сплайн-інтерполяція. Простір сплайнів. Інтерполяція сплайнами. Існування і єдиність. Аналіз похибки. В-сплайни.</p>	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 2	1 тиждень
	<p>Інтерполяція сплайнами: постановка задачі; кусково-поліноміальна інтерполяція. Розв'язування задач. <i>Задача індивідуального завдання №3</i></p>	лабораторне		2	під час заняття
9	<p>Тема 9. Апроксимація у нормованих просторах. Постановка задачі. Існування і єдиність розв'язку. Апроксимація в евклідових просторах. Середньо-квадратичне наближення</p>	лекція, самостійна робота	[3,4]	2 2	1 тиждень

	алгебраїчними поліномами: неперервний і дискретний випадки.				
	Інтерполяція сплайнами: лінійні та кубічні В-сплайни. Алгоритм обчислення лінійних та кубічних сплайнів. <i>(Індивідуальне завдання №4. Написати дві процедури для побудови лінійних і кубічних інтерполяційних сплайнів.)</i>	лабораторне, самостійна робота	[1]	2 3	під час заняття 1 тиждень
10	Тема 10. Чисельне інтегрування. Інтерполяційні квадратурні формули Ньютона-Котеса. Прості і складені формули прямокутників, трапецій і Сімпсона. Представлення похибки. Збіжність квадратурних формул.	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 2	1 тиждень
	Середньо-квадратичне наближення: неперервний та дискретний випадок. Перевизначені системи. Розв'язування задач. Алгоритм обчислення дискретного середньоквадратичного наближення у вигляді полінома заданого степеня. <i>Задача індивідуального завдання №4 (Індивідуальне завдання №5. Написати процедуру обчислення дискретного середньоквадратичного наближення у вигляді полінома заданого степеня.)</i>	лабораторне, самостійна робота	[3,4]	2 3	під час заняття 1 тиждень
11	Тема 11. Чисельне інтегрування. Квадратурні формули Гаусса Спосіб побудови. Оцінка похибки. Формули Гаусса-Лежандра і Гаусса-Чебишева. Обчислення невластних інтегралів.	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 2	1 тиждень

	Колоквіум <i>Задача індивідуального завдання №5</i>	лабораторне		2	під час заняття
12	Тема 12. Чисельне розв'язування задачі Коші для ЗДР 1-го порядку. Постановка задачі та її коректність. Однокрокові методи. Апроксимаційність, стійкість і збіжність однокрокових методів. Оцінка похибки.	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 2	1 тиждень
	Квадратури Ньютона-Котеса (ф-ли середніх прямокутників, трапецій і Сімпсона) та Гауса: прості та складені квадратури. Розв'язування задач. Алгоритм обчислення наближеного значення інтегралу із заданою точністю. <i>(Індивідуальне завдання №6. Написати дві процедури для обчислення інтегралів із заданою точністю за формулами Ньютона-Котеса та Гауса)</i>	лабораторне, самостійна робота	[1,2]	2 3	під час заняття 1 тиждень
13	Тема 13. Чисельне розв'язування задачі Коші для ЗДР 1-го порядку. Багатокрокові методи. Апроксимаційність, стійкість і збіжність багатокрокових методів. Оцінка похибки.	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 2	1 тиждень
	Похибка квадратурних формул. Розв'язування задач. <i>Задача індивідуального завдання №6</i>	лабораторне		2	під час заняття
14	Тема 14. Чисельне розв'язування крайових задач. Методи зведення до задач Коші (метод стрільби, варіації сталих)	лекція, самостійна робота	[1,4]	2 2	1 тиждень
	Чисельне розв'язування задач Коші (метод Ейлера,	лабораторне, самостійна	[1,2]	2 3	під час

	<p>предиктор-коректор, методи Рунге-Кутта). Розв'язування задач.</p> <p>Алгоритми методів.</p> <p><i>(Індивідуальне завдання №7. Написати дві процедури для методів Ейлера та Рунге-Кутта (2-го, 3-го або 4-го порядку)).</i></p>	робота			заняття
					1 тиждень
15	<p>Тема 15. Чисельне розв'язування крайових задач. Метод скінчених різниць. Апроксимаційність, стійкість і збіжність методу. Оцінка похибки.</p>	лекція, самостійна робота	[1,2,4]	2 2	1 тиждень
	<p>Чисельне розв'язування крайових задач (метод скінчених різниць). Побудова різницевої схеми. Алгоритм методу.</p> <p><i>Задача індивідуального завдання №7</i></p> <p><i>(Індивідуальне завдання №8. Написати процедуру для обчислення наближеного розв'язку крайової задачі методом сіток.)</i></p>	лабораторне, самостійна робота	[1,2]	2 3	під час заняття
					1 тиждень
16	<p>Тема 16. Чисельне розв'язування крайових задач. Проекційні методи. Методи зважених нев'язок (поточкова колокація, колокація по під-областях, метод Гальоркіна). Метод скінчених елементів. Аналіз збіжності і похибки.</p>	лекція, самостійна робота	[1,3,4]	2 2	1 тиждень
	<p><i>Задача індивідуального завдання №8</i></p>	лабораторне		2	під час заняття