

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра прикладної математики

Затверджено

На засіданні
кафедри прикладної математики
факультету прикладної математики та
інформатики
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 31 серпня 2023р.)

Завідувач кафедри



Юрій ЯЩУК

Силабус з навчальної дисципліни
“Комп’ютерне моделювання динамічних систем”,
що викладається в межах першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти для здобувачів
з спеціальності 113 Прикладна математика

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Комп'ютерне моделювання динамічних систем
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра прикладної математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – математика та статистика 113 – прикладна математика
Викладачі дисципліни	Щербатий Михайло Васильович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики, Переймибіда Андрій Андрійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики (лабораторні заняття) Стягар Андрій Орестович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики (лабораторні заняття)
Контактна інформація викладачів	mykhaylo.shcherbatyy@lnu.edu.ua ; https://ami.lnu.edu.ua/employee/shcherbatyy andrii.pereimybida@lnu.edu.ua https://ami.lnu.edu.ua/employee/pereimybida-andriy-andriyovych andriy.styaha@lnu.edu.ua https://ami.lnu.edu.ua/employee/styaha-a-o Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 278. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://ami.lnu.edu.ua/en/course/Comp_Model_Dyn_Systems
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Комп'ютерне моделювання динамічних систем” є дисципліною на вибір зі спеціальності 113 – прикладна математика, яка викладається в 6-му семестрі в обсязі 5-ти кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс спрямований на ознайомлення студентів з методами і техніками моделювання та аналізу динамічних систем, поведінка яких описується початковими задачами (задачами Коші) для систем звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь із запізненням. Курс включає в себе якісний аналіз динамічних систем та застосування чисельних методів для їх дослідження. Приклади задач із різних галузей (зокрема динаміки популяцій, епідеміології, еколого-економічних та інших систем) демонструють матеріал даного курсу.
Мета та цілі дисципліни	Метою курсу є надання студентам знань та навичок у сфері: - комп'ютерного моделювання та якісного аналізу динамічних систем; - використання систем комп'ютерної математики (напр. Matlab, Octave) або інших програмних продуктів (напр. Python з бібліотеками NumPy

	та SymPy) для дослідження сформульованих математичних моделей.
Література для вивчення дисципліни	<p>Основна література</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Іванків К.С., Щербатий М.В. <i>Математичне моделювання біологічних та еколого-економічних процесів</i>. Львів, Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. 2. Perko L. <i>Differential Equations and Dynamical Systems</i>. Springer, 2001. 3. Пічкур В. В., Капустян О. В., Собчук В. В. <i>Теорія динамічних систем</i>. Луцьк, Вежа-Друк, 2020. 4. Quarteroni A., Saleri F., Gervasio P. <i>Scientific Computing with MATLAB and Octave</i>. Springer, 2014. 5. Smith H. <i>An Introduction to Delay Differential Equations with Applications to the Life Sciences</i>. Springer, 2011. 6. Brauer F., Castillo-Chavez C. <i>Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology</i>. Springer, 2012. <p>Додаткова література</p> <ol style="list-style-type: none"> 7. Ляшенко І.М., Мукоєд А.П. <i>Моделювання біологічних та екологічних процесів: Навчальний посібник</i>. - К.: В-во "Київський університет", 2002. 8. Хусаїнов Д.Я., Харченко І.І., Шатирко А.В. <i>Введення в моделювання динамічних систем</i>. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2010. 9. Breda D., Maset S., Vermiglio R. <i>Stability of Linear Delay Differential Equations. A Numerical Approach with MATLAB</i>. Springer, 2015. 10. Воссара N. <i>Modeling Complex Systems</i>. Springer, 2010. 11. Kress M. <i>Lanchester Models for Irregular Warfare</i>. // <i>Mathematics</i> 2020, 8(5), 737. – https://doi.org/10.3390/math8050737. 12. Фурсенко О.К., Черновол Н.М. Ланчестеровські моделі бойових дій. // <i>Кібернетика та системний аналіз</i>. – 2020 – №4(66) – С.85-91. – https://doi.org/10.30748/zhups.2020.66.12. 13. Sameni R. Mathematical Modeling of Epidemic Diseases; A Case Study of the COVID-19 Coronavirus / R. Sameni, // Grenoble France. – 2020. – 19 p. – https://arxiv.org/abs/2003.11371. 14. D'Ambrosio R., Giordano G., Mottola S., Paternoster B. Stiffness Analysis to Predict the Spread Out of Fake Information.// <i>Future Internet</i> 2021, 13(9), 222. – https://doi.org/10.3390/fi13090222. 15. MATLAB Homepage: http://www.mathworks.com/products/matlab/. 16. GNU Octave Homepage: http://www.gnu.org/software/octave/
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 150 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 години лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 86 год.
Очікувані результати навчання	<p><i>В результаті вивчення даного курсу студент буде:</i></p> <p>знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> • основи поведінки динамічних систем; • методи побудови математичних моделей даних систем та їх аналізу. <p>вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> • застосовувати звичайні диференціальні рівняння, рівняння із запізненням, різницеві рівняння для моделювання та аналізу динамічних систем; • проводити якісний аналіз лінійних та нелінійних динамічних систем; • використовувати чисельні методи та програмні засоби для дослідження відповідних моделей та аналізу їх поведінки.
Ключові слова	Динамічна система, звичайне диференціальне рівняння, рівняння із

	запізненням, дискретна модель, модель взаємодії популяцій, модель епідемій, стійкість системи, стаціонарна точка, фокус, вузол, сідло, центр, фазова траєкторія, фазовий портрет.					
Формат курсу	Очний Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.					
Теми	Подано нижче у таблиці Схема курсу “Комп’ютерне моделювання динамічних систем”					
Підсумковий контроль, форма	Залік					
Пререквізити	Для вивчення даного курсу студенти потребують базових знань з курсів: <ul style="list-style-type: none"> - Математичний аналіз; - Лінійна алгебра; - Диференціальні рівняння; - Чисельні методи; - Систем комп’ютерної математики (напр., Matlab, Octave) або бібліотек чисельних методів інших програмних продуктів (напр. NumPy для Python). 					
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, матеріали лабораторних занять Домашні та індивідуальні завдання					
Необхідне обладнання	Комп’ютер із однією із систем комп’ютерної математики (Matlab, Octave) або програмний продукт із наявними бібліотеками чисельних методів: лінійної алгебри; розв’язування систем звичайних диференціальних рівнянь.					
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.					
	Оцінка за шкалою ECTS		Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		
				Екзамен, диференційований залік	залік	
	A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	зараховано
	B	Дуже добре	81- 89	Добре	4	
	C	Добре	71 -80			
	D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3	
	E	Достатньо	51- 60			
FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2	не зараховано	
<p>Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • домашні завдання : 36% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 36 (4 завдання по 6, 9, 9 та 12 балів); • індивідуальне завдання : 28% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 29; • контрольна робота : 26% семестрової оцінки; максимальна кількість 						

балів 26;
 • активність на заняттях: 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10.

Загалом протягом семестру 100 балів.

Для кожного завдання встановлено терміни здачі. Завдання, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку.

Критерії оцінювання домашніх та індивідуальних завдань. За кожне завдання студент отримує SZ балів, які обчислюється за формулою

$$SZ = S * k,$$

де k – коефіцієнт виконання завдання, $k \in [0, 1]$, S – максимальне кількість балів за дане завдання.

k – коефіцієнт виконаного завдання	Критерії оцінювання
$k \in [0.9, 1]$	Студент повністю виконав умови завдання; алгоритм реалізовано правильно; відповідає на практично на всі запитання, пов'язані з тематикою завдання; проводить чіткий аналіз та порівняння отриманих результатів.
$k \in [0.7, 0.9)$	Студент повністю виконав умови завдання; алгоритм реалізовано правильно; на деякі питання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з незначними неточностями; проводить аналіз отриманих результатів з незначними неточностями.
$k \in [0.5, 0.7)$	Студент виконав завдання з незначними помилками, але самостійно їх виправляє, якщо на них вкаже викладач; на деякі запитання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з неточностями; проводить аналіз отриманих результатів з неточностями.
$k \in [0.3, 0.5)$	Студент виконав завдання частково; алгоритм реалізовано з помилками, які частково може виправити, якщо на них вкаже викладач; на запитання відповідає з помилками; проводить аналіз отриманих результатів з помилками.
$k \in [0.1, 0.3)$	Студент виконав завдання частково, алгоритм реалізовано з помилками, які самостійно не може виправити; переважно не відповідає на запитання.
$k \in (0, 0.1)$	Студент виконав завдання частково або з грубими помилками, які самостійно не може виправити; демонструє незнання матеріалу.
$k = 0$	Студент не виконав завдання.

Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі

	<p>студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання домашніх та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані за домашні завдання, індивідуальне завдання, контрольну роботу, активність на заняттях. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
Питання до матеріалу курсу	<ol style="list-style-type: none"> 1. Поняття системи, моделі та процесу математичного моделювання. Приклади моделей динамічних систем. 2. Стійкість лінійних динамічних систем у вигляді систем звичайних диференціальних рівнянь (СЗДР). Фазові портрети лінійних систем. Подання розв'язку у випадку діагоналізованої матриці системи. Подання розв'язку у випадку кратних власних чисел матриці системи. Подання розв'язку у випадку комплексних власних чисел матриці системи. Стійкий, нестійкий та центральний підпростори лінійних систем. 3. Нелінійні СЗДР та їх лінеаризація. Фазовий портрет нелінійної системи. 4. Моделювання росту ізольованої популяції. 5. Моделювання взаємодії двох популяцій. 6. Деякі моделі суперництва. 7. Моделювання поширення епідемій. 8. Моделювання еколого-економічних процесів. 9. Лінійне рівняння та система лінійних рівнянь із запізненням. Аналіз стійкості. 10. Нелінійні системи рівнянь із запізненням. Аналіз стійкості. 11. Математичні моделі в імунології. 12. Дискретні моделі динамічних систем. Аналіз стійкості дискретних моделей.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу “Комп’ютерне моделювання динамічних систем”

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література, Ресурси в інтернеті	Завдан ня, год.	Термін виконан ня
1	Тема 1. Вступ до комп’ютерного моделювання динамічних систем. Поняття системи, моделі та процесу	Лекція, Самостійна робота	[1,3,8,10]	2 2	1 тиждень

	математичного моделювання. Приклади моделей.				
	Тема 1. Приклади моделей динамічних систем. Огляд програмних засобів для чисельного моделювання.	Лабораторна, Самостійна робота	[1,6,7,8,10,13,14]	2 3	Під час заняття
2	Тема 2. Лінійні динамічні системи з постійними коефіцієнтами. Експонента матриці. Подібність матриць. Діагоналізована матриця. Подання розв'язку у випадку діагоналізованої матриці системи.	Лекція, Самостійна робота	[2,3]	2 2	1 тиждень
	Тема 2. Лінійні динамічні системи у вигляді СЗДР з постійними коефіцієнтами. Діагоналізована матриця. Прості власні числа. Фазові портрети. Phase plane plotters. <i>Домашнє завдання 1.</i>	Лабораторна, Самостійна робота	[2,3,15,16]	2 3	Під час заняття 2 тижні
3	Тема 3. . Комплексні власні числа матриці системи. Подання розв'язку у випадку комплексних власних чисел матриці системи.	Лекція, Самостійна робота	[2,3]	2 2	1 тиждень
	Тема 3. Дослідження лінійних систем у випадку комплексних власних чисел матриці системи. Побудова фазових портретів на площині.	Лабораторна, Самостійна робота	[2,3,10,15,16]	2 3	Під час заняття
4	Тема 4. Кратні власні числа матриці системи. Недіагоналізовані матриці. Алгебраїчна та геометрична кратність власного числа. Кумутативні матриці. Нільпотентні матриці. Подання розв'язку у випадку кратних власних чисел матриці системи.	Лекція, Самостійна робота	[2,3]	2 3	1 тиждень
	Тема 4. Дослідження лінійних систем у випадку кратних	Лабораторна, Самостійна робота	[2,3,10,15,16]	2 3	Під час заняття

	власних чисел матриці системи. Побудова фазових портретів. <i>Домашнє завдання 2.</i>				2 тижні
5	Тема 5. Стійкість динамічних систем. Фазові портрети лінійних систем. Стаціонарні точки та стійкість динамічних систем. Класифікація типів стаціонарних точок на площині. Стійкий, нестійкий та центральний підпростори лінійних систем.	Лекція, Самостійна робота	[2,3]	2 3	1 тиждень
	Тема 5. Знаходження стаціонарних точок лінійних систем. Побудова фазовий портретів лінійних систем у. Числові дослідження лінійних систем. <i>Домашнє завдання 3.</i>	Лабораторна, Самостійна робота	[1,2,3,15,16]	2 3	Під час заняття 2 тижні
6	Тема 6. Нелінійні системи та їх лінеаризація. Якобіан системи. Стаціонарні точки. Теорема Гробмана-Гартмана.	Лекція, Самостійна робота	[1-4,6,10],	2 3	1 тиждень
	Тема 6. Знаходження та дослідження стаціонарних точок нелінійних систем шляхом лінеаризації.	Лабораторна, Самостійна робота	[1-4, 6,10,15, 16]	2 4	Під час заняття 4 тижні
7	Тема 7. Фазові портрети нелінійної та лінеаризованої системи. Поняття біфуркація динамічних систем.	Лекція, Самостійна робота	[2,3,8,10]	2 3	1 тиждень
	Тема 7. Контрольна робота	Лабораторна, Самостійна робота		2	Під час заняття
8	Тема 8. Моделі росту чисельності ізольованої популяції (модель Мальтуса, логістичне рівняння). Узагальнені моделі взаємодії двох популяцій.	Лекція, Самостійна робота	[1,4,6,7,10]	2 3	1 тиждень

	Популяційні системи «ресурс-споживач».				
	Тема 8. Числові дослідження моделей популяційної динаміки у випадку різних типів взаємодії. Моделювання взаємодії 3-х і більше популяцій. <i>Домашнє завдання 4.</i>	Лабораторна Самостійна робота	[1,2,4,10,15,16]	2 3	Під час заняття 2 тижні
9	Тема 9. Деякі моделі суперництва. Гонка озброєнь між двома країнами. Моделювання бойових дій.	Лекція, Самостійна робота	[1,7,11,12]	2 4	1 тиждень
	Тема 9. Числові дослідження моделей суперництва. Ланчестеровські моделі бойових дій.	Лабораторна, Самостійна робота	[1,11,12,15,16]	2 2	Під час заняття
10	Тема 10. Моделювання поширення інфекційних захворювань . Компартментне моделювання. Основні припущення	Лекція, Самостійна робота	[1,6,13]	2 3	1 тиждень
	Тема 10. Аналіз стійкості та числові дослідження найпростіших моделей поширення епідемій.	Лабораторна, Самостійна робота	[1,6,7]	2 3	Під час заняття
11	Тема 11. Ендемічна модель SEIR епідемії Covid-19. Модель поширення фейкової інформації	Лекція, Самостійна робота	[6,13,14]	2 3	1 тиждень
	Тема 11. Числові дослідження моделей поширення коронавірусу. Аналіз впливу різних факторів на перебіг захворювання.	Лабораторна, Самостійна робота	[6,13,15,16]	2 3	Під час заняття
12	Тема 12. Лінійне рівняння та система лінійних рівнянь із запізненням. Аналіз стійкості.	Лекція, Самостійна робота	[1,5,6,9]	2 2	1 тиждень

	Тема 12. Метод кроків розв'язування рівнянь та систем рівнянь із запізненням. Чисельні методи розв'язування рівнянь із запізненням <i>Індивідуальне завдання 1.</i>	Лабораторна, Самостійна робота	[5,9,15]	2 4	Під час заняття 3 тижні
13	Тема 13. Нелінійні системи рівнянь із запізненням. Аналіз стійкості.	Лекція, Самостійна робота	[5,9]	2 3	1 тиждень
	Тема 13. Розв'язування рівнянь із запізненням з допомогою систем комп'ютерної математики.	Лабораторна, Самостійна робота	[5,9,15,16]	2 3	Під час заняття
14	Тема 14. Математичні моделі в імунології.	Лекція, Самостійна робота	[1,6]	2 2	1 тиждень
	Тема 14. Аналіз та числові дослідження найпростіших імунологічних моделей.	Лабораторна, Самостійна робота	[1,6, 15]	2 2	Під час заняття
15	Тема 15. Моделювання поведінки еколого-економічних систем. Рівняння динаміки капіталу і ресурсів. Кінетична модель Моно-Ієрусалимського. Модель світової динаміки Форрестера.	Лекція, Самостійна робота	[1,7]	2 3	1 тиждень
	Тема 15. Аналіз еколого-економічних моделей.	Лабораторна, Самостійна робота	[1,7,15]	2 3	Під час заняття
16	Тема 16. Дискретні моделі динамічних систем. Аналіз стійкості дискретних моделей.	Лекція, Самостійна робота	[6,8,10]	2 3	1 тиждень
	Тема 16. Приймання індивідуального завдання 2. Аналіз результатів. Підведення підсумків.	Лабораторна		2	Під час заняття