**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**
**Львівський національний університет імені Івана Франка**
**Факультет прикладної математики та інформатики**
**Кафедра прикладної математики**

**Затверджено**
На засіданні
кафедри прикладної математики
факультету прикладної математики та інформатики
Львівського національного університету імені Івана Франка
(протокол № 1 від 31 серпня 2023 р.)

Завідувач кафедри
_____ Юрій ЯЩУК

# Силабус з навчальної дисципліни "Нелінійні задачі математичної фізики та їх розв'язування", що викладається в межах ОПП Прикладна математика другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів з спеціальності 113 – прикладна математика

**Львів 2023 р.**

| | |
|---|---|
| **Назва дисципліни** | Нелінійні задачі математичної фізики та їх розв'язування |
| **Адреса викладання дисципліни** | Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка<br>м. Львів, вул. Університетська 1 |
| **Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна** | Факультет прикладної математики та інформатики<br>Кафедра прикладної математики |
| **Галузь знань, шифр та назва спеціальності** | 11 – математика та статистика<br>113 – прикладна математика |
| **Викладачі дисципліни** | Стягар Андрій Орестович, доцент кафедри прикладної математики<br>Переймибіда Андрій Андрійович, доцент кафедри прикладної математики |
| **Контактна інформація викладачів** | andriy.styahar @lnu.edu.ua; https://ami.lnu.edu.ua/employee/stiahar-a-o ;<br>andrii.pereimybida @lnu.edu.ua;<br>https://ami.lnu.edu.ua/employee/pereymybida-andriy-andriyovych<br>Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 278.<br>м. Львів, вул. Університетська 1 |
| **Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються** | Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю). |
| **Сторінка курсу** | https://ami.lnu.edu.ua/course/**methods-for-solving-nonlinear-boundary-value-problems** |
| **Інформація про дисципліну** | Дисципліна «Нелінійні задачі математичної фізики та їх розв'язування» є нормативною дисципліною з спеціальності 113 – прикладна математика для освітньої програми Прикладна математика, яка викладається в 9му семестрі в обсязі 4,5 кредити (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). |
| **Коротка анотація дисципліни** | Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання теоретичних та практичних аспектів застосування числових методів та сформувати навички розв'язування нелінійних задач математичної фізики. Тому у курсі представлено огляд теоретичних прийомів та числових методів для аналізу та розв'язування нелінійних задач математичної фізики, розглянуто моделі, що описуються нелінійними крайовими та початково-крайовими задачами, продемонстровано застосування методів зведення нелінійних задач до послідовності лінійних задач |
| **Мета та цілі дисципліни** | Метою вивчення вибіркової дисципліни «Нелінійні задачі математичної фізики та їх розв'язування» є освоєння студентами основних принципів застосування теоретичних засобів та числових методів до аналізу та розв'язування нелінійних задач математичної фізики. |
| **Література для вивчення дисципліни** | 1. Logan D. An Introduction to Nonlinear Partial Differential Equations, 2nd edition. Wiley, 2008. – 405 pp.<br>2. Debnath L. Nonlinear Partial Differential Equations for Scientists and Engineers, 2nd edition. Birkhauser, 2005 – 737 pp.<br>3. Le Dret, H. Nonlinear Elliptic Partial Differential Equations. Springer, 2018. – 259 pp.<br>4. Prokopyshyn I., Styahar A. Numerical analysis of contact of the elastic bodies one of which has a discontinuous thin coating, Materials Science, Vol. 57, No. 5 (2022), pp. 734–744, doi: 10.1007/s11003-022-00602-0.<br>5. Prokopyshyn I., Styahar. A. Investigation of contact between elastic |

| | |
|---|---|
| | bodies one of which has a thin coating connected with the body through a nonlinear Winkler layer by the domain decomposition methods, J. Math. Sci., 258, no. 4 (2021), pp. 477–506.<br>6. Girault V., Raviart P. Finite Element Methods for Navier-Stokes Equations. Springer, 1986 |
| **Обсяг курсу** | Загальний обсяг: 135 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 16 год. лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 87 год. |
| **Очікувані результати навчання** | Після завершення цього курсу студент буде :<br>Знати:<br>- Підходи до аналізу та побудови розв'язків нелінійних гіперболічних задач<br>- Макроскопічні моделі потоку машин<br>- Теоретичні методи аналізу нелінійних задач<br>- Числові методи для нелінійних задач<br>- Математичні моделі динаміки рідин<br>Вміти<br>- Розробляти комп'ютерне забезпечення для числового розв'язування неленійних еліптичних крайових задач<br>- Досліджувати існування і єдиність розв'язку нелінійних еліптичних крайових задач<br>- Формулювати задачі динаміки рідин та обирати числові схеми для розв'язування цих задач<br>- Знаходити слабкі розв'язки деяких нелінійних гіперболічних задач, обирати умови ентропії.<br><br>Курс забезпечує такі компетентності та результати:<br>Загальні компетентності<br>- ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.<br>Фахові компетентності спеціальності<br>- СК01. Знання принципів побудови та дослідження математичних моделей, а також чисельних методів їх розв'язування.<br>- СК02. Здатність досліджувати математичні моделі та методи їх розв'язування.<br>- СК03. Здатність лінеаризовувати нелінійні моделі.<br>- СК04. Здатність будувати дискретний аналог неперервної моделі.<br>- СК05. Здатність програмної реалізації алгоритмів на одній з мов програмування.<br>- СК07. Здатність відлагоджувати комп'ютерні програми зі складною логікою.<br>Програмні результати навчання<br>- ПРН01. Демонструвати знання й розуміння підходів до побудови та дослідження математичних моделей.<br>- ПРН02. Застосовувати, модифікувати і досліджувати чисельні методи для розв'язування прикладних задач.<br>- ПРН03. Розробляти та програмно реалізовувати алгоритми розв'язування прикладних задач.<br>- ПРН05. Зводити нелінійну задачу до послідовності лінійних задач.<br>- ПРН06. Визначати найбільш ефективний метод розв'язування задачі з точки зору обчислювальних затрат та точності отриманих результатів. |

| | |
|---|---|
| **Ключові слова** | Метод скінченних елементів, числові методи, математичне моделювання |
| **Формат курсу** | Очний |
| | Проведення лекцій, лабораторних робіт та консультацій. |
| **Теми** | Подано нижче у таблиці «Схема курсу» |
| **Підсумковий контроль, форма** | Екзамен |
| **Пререквізити** | Для вивчення курсу студенти потребують базові знання з<br>- чисельних методів<br>- чисельних методів математичної фізики<br>- диференціальних рівнянь<br>- функціонального аналізу<br>- рівнянь математичної фізики<br>- програмування. |
| **Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу** | Презентація, лекції (лекція-розповідь, лекція-бесіда)<br>Індивідуальні завдання |
| **Необхідне обладнання** | Проектор, дошка, комп'ютер |
| **Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)** | Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:<br>• лабораторні заняття :50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50, з яких<br>■ 25 балів за індивідуальні завдання (5 письмових індивідуальних завдань по 5 балів кожне);<br>■ 15 балів за одне групове завдання з дослідженням задачі та реалізацією на комп'ютері;<br>■ 10 балів за активність на лабораторних заняттях, їх відвідування та участь в обговоренні з демонстрацією своїх розв'язків<br>• екзамен: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50, з яких<br>■ 30 балів за письмову частину (2 питання по 15 балів)<br>■ 20 балів за усну частину<br><br>Підсумкова максимальна кількість балів 100.<br><br>**Письмові роботи:** Очікується, що студенти виконають письмові індивідуальні завдання та напишуть програми.<br>**Академічна доброчесність**: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахуванння викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.<br>**Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і лабораторні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків визначених для виконання усіх видів письмових робіт та |

| | |
|---|---|
| | індивідуальних завдань, передбачених курсом.<br>**Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.<br>**Стратегія оцінювання.** Враховуються бали набрані на лабораторних заняттях (за індивідуальні завдання та групове завдання), активність на лабораторних заняттях, їх відвідування та участь в обговоренні з демонстрацією своїх розв'язків та екзамені. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.<br><br>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються. |
| **Питання до екзамену.** | Гіперболічні задачі. Лінійні гіперболічні задачі. Виведення. Метод характеристик<br>Гіперболічні задачі. Нелінійні гіперболічні задачі. Виведення. Задачі Рімана. Шок, розріджена хвиля, умови стрибка, умови ентропії.<br>Нелінійні гіперболічні задачі. Макроскопічне моделювання потоку машин.<br>Нелінійні еліптичні задачі. Приклади. Існування і єдиність слабкого розв'язку. Методи якісного аналізу нелінійних задач.<br>Числові методи розв'язування нелінійних еліптичних задач. Лінеаризація, метод Ньютона.<br>Математичні моделі динаміки рідин. Рівняння Нав'є-Стокса.<br>Схема методу скінченних елементів (МСЕ) для рівняння Нав'є-Стокса |
| **Опитування** | Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу. |

## Схема курсу

| № | Тема, план, короткі тези | Форма діяльності (заняття) | Література | Завдання | Термін виконання |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Вступ. Приклади нелінійних задач | Лекція (2 години) | [1]-[5] | Опрацювання лекційного матеріалу (4 години) | 1 тиждень |
| | Приклади нелінійних задач | Лабораторна (2 години) | [1]-[5] | Виконання домашнього завдання (2 години) | 1 тиждень |
| 2 | Гіперболічні задачі. Лінійні гіперболічні задачі. Виведення. Метод характеристик | Лекція (2 години) | [1] | Опрацювання лекційного матеріалу (4 години) | 1 тиждень |
| | Гіперболічні задачі. Лінійні гіперболічні задачі. Метод характеристик. Побудова аналітичних розв’язків задач методом характеристик | Лабораторна (2 години) | [1] | Виконання домашнього завдання (2 години) | 1 тиждень |
| 3 | Гіперболічні задачі. Нелінійні гіперболічні задачі. Виведення. Задачі Рімана. Шок, розріджена хвиля, умови стрибка, умови ентропії. | Лекція (2 години) | [1]-[3] | Опрацювання лекційного матеріалу (4 години) | 1 тиждень |
| | Гіперболічні задачі. Нелінійні гіперболічні задачі. Задачі Рімана. Шок, розріджена хвиля, умови стрибка, умови ентропії. Побудова аналітичних розв’язків задач **Індивідуальне завдання 1** | Лабораторна (4 години) | [1]-[3] | Виконання індивідуального завдання №1 (7 годин) | 2 тижні |
| 4 | Нелінійні гіперболічні задачі. Макроскопічне моделювання потоку машин. | Лекція (2 години) | [3] | Опрацювання лекційного матеріалу (4 години) | 1 тиждень |
| | Нелінійні гіперболічні задачі. Макроскопічне | Лабораторна (4 години) | [3] | Виконання індивідуального | 2 тижні |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | моделювання потоку машин. Приклади та аналіз моделей. **Індивідуальне завдання 2** | | | завдання №2 (7 годин) | |
| 5 | Нелінійні еліптичні задачі. Приклади. Існування і єдиність слабкого розв'язку. Аналітичні методи аналізу нелінійних задач | Лекція (2 години) | [1]-[5] | Опрацювання лекційного матеріалу (4 години) | 1 тиждень |
| | Нелінійні еліптичні задачі. Застосування теорем про існування і єдиність слабкого розв'язку. | Лабораторна (2 години) | [1]-[5] | Виконання домашнього завдання (3 години) | 1 тиждень |
| | Нелінійні еліптичні задачі. Аналітичні методи аналізу нелінійних задач (заміни змінних, перетворення, аналіз відповідних лінійних задач) **Індивідуальне завдання 3** | Лабораторна (4 години) | [1]-[3] | Виконання індивідуального завдання №3 (7 годин) | 2 тижні |
| 6 | Числові методи розв'язування нелінійних еліптичних задач. Лінеаризація, метод Ньютона | Лекція (2 години) | [1]-[5] | Опрацювання лекційного матеріалу (4 години) | 1 тиждень |
| | Числові методи розв'язування нелінійних еліптичних задач. Лінеаризація, метод Ньютона **Індивідуальне завдання 4** | Лабораторна (4 години) | [1]-[5] | Виконання індивідуального завдання №4 (7 годин) | 2 тижні |
| | **Групове завдання (по 3-4 студенти в групах)** Аналіз існування та єдиності розв'язку нелінійних еліптичних крайових задач. Побудова та аналіз числового розв'язку нелінійних еліптичних | Лабораторна (4 години) | [1]-[5] | Виконання групового завдання (10 годин) | 2 тижні |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | крайових задач | | | | |
| 7 | Математичні моделі динаміки рідин. Рівняння Нав'є-Стокса | Лекція (2 години) | [6] | Опрацювання лекційного матеріалу (4 години) | 1 тиждень |
| | Математичні моделі динаміки рідин. Рівняння Нав'є-Стокса. Формулювання задач. Граничні умови. Число Рейнольдса, турбулентність **Індивідуальне завдання 5** | Лабораторна (4 години) | [6] | Виконання індивідуального завдання №5 (7 годин) | 2 тижні |
| 8 | Схема методу скінченних елементів (МСЕ) для рівняння Нав'є-Стокса | Лекція (2 години) | [6] | Опрацювання лекційного матеріалу (4 години) | 1 тиждень |
| | Часткові випадки рівняння Нав'є-Стокса. Схема методу скінченних елементів (МСЕ) для рівняння Стокса і Нав'є-Стокса | Лабораторна (2 години) | [6] | Виконання домашнього завдання (3 години) | 1 тиждень |