

**ЗАВДАННЯ**  
**Першого (дистанційного) туру Всеукраїнської олімпіади**  
**Львівського національного університету імені Івана Франка**  
**з математики**

(Кожне завдання оцінюється за 10-ти бальною шкалою)

1. Автомобіль прибув з пункту  $A$  в пункт  $B$ . Першу третину шляху він подолав зі швидкістю  $60$  км/год., другу третину – зі швидкістю  $90$  км/год., а решту шляху – знову зі швидкістю  $60$  км/год. Обчисліть середню швидкість автомобіля у цій мандрівці.
2. Обчисліть значення виразу  $\frac{\log_5^2 20 - (\log_5 20)(\log_5 2) - 2\log_5^2 2}{2(\log_5 20 + \log_5 2)}$ .
3. Спростіть вираз  $(-10,6)\left(\frac{6 \times 138 \times (-5,3) + 9}{18} + \frac{116 \times (-5,3) - 3}{6}\right)^{-1}$ , відповідь запишіть у вигляді звичайного нескоротного дробу.
4. При яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $\sqrt{x^2 + x + 2,5} = 17 - a$  має розв'язки?
5. Сума трьох сторін прямокутника дорівнює  $50$  см. Знайдіть довжини сторін прямокутника, при яких його площа буде найбільшою.
6. Розташуйте в порядку спадання числа  $\arcsin(\sin 6)$ ;  $\frac{1}{33}$ ;  $0,33$ ;  $\sin\left(\arcsin \frac{1}{5}\right)$ ;  $\frac{1}{3}$ .
7. У трикутній піраміді плоскі кути при вершині дорівнюють  $\alpha$ ,  $\alpha$  та  $\beta$ . Бічне ребро, яке є спільною стороною рівних кутів, перпендикулярне до основи і дорівнює  $a$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
8. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = 61 \\ xy = 12 \end{cases}$ .
9. Побудуйте графік функції  $y = |x - 3| + |x + 2|$ . Розв'яжіть нерівність  $|x - 3| + |x + 2| - 7 \leq 0$ .
10. Знайдіть чотири числа, з яких перші три утворюють геометричну прогресію, останні три – арифметичну, причому сума крайніх членів дорівнює  $14$ , а сума середніх дорівнює  $12$ .