

ЗАВДАННЯ
Першого (дистанційного) туру Всеукраїнської олімпіади
Львівського національного університету імені Івана Франка
з математики

(Кожне завдання оцінюється за 10-ти бальною шкалою)

1. Обчисліть без допомоги калькулятора значення виразу
$$\left(\left(\frac{7}{9} - \frac{47}{72} \right) : 1,25 + \frac{7}{40} \right) : 0,358 - 0,108 \cdot 1,6 - \frac{19}{25}.$$
2. Складіть квадратне рівняння, корені якого були б на одиницю більші за відповідні корені рівняння $5x^2 + x - b = 0$ (тут вільний член задано буквою b).
3. Яке число від ділення на 12,5 зменшиться на 6,9?
4. Побудуйте графік функції $y = ||x - 3| - 5|$. Скільки розв'язків має рівняння $||x - 3| - 5| = a$ для значень параметра $a = 4; 5; 6$?
5. Розв'яжіть рівняння $\lg 3^x + x - 17 = x \lg 30 - x$.
6. У рівнобедреному трикутнику ABC основа $AB = 10$, $CB = AC$, кут при вершині C дорівнює $\pi/3$. Коло дотикається бічних сторін трикутника у точках A і B . Знайдіть радіус цього кола.
7. Складіть рівняння дотичної до кривої $y = -x^2 + 2x + 8$ у точці з абсцисою $x = 2$ і проілюструйте розв'язок: побудуйте параболу та пряму.
8. Розв'яжіть нерівність $\frac{x}{1-x} + \frac{1}{x} > 0$.
9. Бічні ребра трикутної піраміди попарно перпендикулярні і відповідно рівні 2, 3 і 8. Знайдіть об'єм піраміди.
10. Обчисліть $\sqrt[3]{1,5 \cdot \frac{5 \sin x + 3 \cos x}{3 \sin x - \cos x}}$, якщо $\operatorname{tg} x = 3$.