

Вступ

У сучасному інформаційному суспільстві важливу роль відіграє технологія комп'ютерного моделювання (обчислювального експерименту), яку можна розглядати як циклічне повторення трьох умовно виділених етапів: *математична модель - алгоритм - програма*.

На першому етапі формується математична модель явища, яка відображає всі його головні властивості. Математичні моделі — це здебільшого задачі математичної фізики. З використанням добре розвинених методів математичної фізики теоретично вивчають математичні моделі, що є одним із способів перевірки їхньої адекватності.

Другий етап — вибір алгоритму для реалізації математичної моделі на комп'ютері. Математичну модель подають у вигляді, зручному для застосування числових методів. Визначають послідовність операцій, яка дає змогу з заданою точністю отримувати числові значення шуканих величин. Обчислювальні алгоритми повинні бути такими, щоб не спотворювати головні властивості математичної моделі та бути економними в сенсі кількості виконуваних операцій.

На третьому етапі створюють програми, які є таким записом алгоритму, який дає змогу реалізувати його на комп'ютері.

Ефективність процесу комп'ютерного моделювання залежить від багатьох факторів. Зокрема, зростання потужностей комп'ютерів, що простежується сьогодні, безумовно, приводить до розширення сфер застосування і можливостей технології комп'ютерного моделювання. Проте успіхи комп'ютерного моделювання значно залежать і від вдалого вибору математичних моделей та числових методів їхнього аналізу. Зазначимо, що серед числових методів, які широко застосовують у комп'ютерному моделюванні, пріоритетне значення мають варіаційні. Засобами варіаційних методів можна ефективно виконати як теоретичне

дослідження математичних моделей, так і конструювання числових методів їхнього аналізу.

У посібнику викладено основи варіаційних методів у зв'язку з числовим аналізом задач математичної фізики методом скінченних елементів. Його матеріал був частиною курсів, які прочитано студентам факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка.

Метод скінченних елементів посідає особливе місце серед числових методів прикладної математики, які застосовують у комп'ютерному моделюванні. Це зумовлене як його ефективністю в дослідженні задач, що виникають у різних галузях науки і технології, так і його придатністю для використання у комп'ютерних програмних комплексах. Теоретичною базою методу скінченних елементів є варіаційні методи математичної фізики, які беруть початок від праць відомих учених Бубнова, Гальоркіна та Рітца (1905–1915). Ці методи отримали новий поштовх для розвитку завдяки виникненню електронно-обчислювальних машин у середині ХХ ст.

У перших п'яти розділах посібника описано методи варіаційних формулювань задач математичної фізики та методи знаходження їхніх наближених розв'язків, наведено різні способи побудови скінченноелементних апроксимацій шуканих розв'язків задач. Розглянуто найважливіші крайові задачі, задачі на власні значення та початково–крайові задачі.

Обчислювальні схеми варіаційних методів зумовлюють потребу розв'язування великих систем лінійних алгебричних рівнянь. Для цього розвинено арсенал методів та алгоритмів обчислювальної алгебри. Водночас є методи, які на рівні формування систем лінійних алгебричних рівнянь дають змогу зменшити їхні розміри і звести початкову задачу лінійної алгебри великого розміру до розв'язування послідовності задач менших розмірів. Найпоширеніші з цих методів описані у шостому розділі підручника.

Автор висловлює вдячність своїм колегам, колишнім студентам, аспірантам та співробітникам кафедри прикладної математики доц. І.І. Диякові та ст. наук. співроб. М.Ф. Копитко за допомогу і корисні зауваження в підготовці рукопису книги.